

Supplement zu
„Alfred Wegener und
das Astronomische Rechen-Institut“

Roland Wielen

und

Ute Wielen

Astronomisches Rechen-Institut
Zentrum für Astronomie
Universität Heidelberg

Heidelberg

2017

Englische Übersetzung des Titels:

**Supplement to
'Alfred Wegener and the Astronomisches
Rechen-Institut'**

Diese Arbeit wird elektronisch publiziert werden auf der Open
Access-Plattform
HeiDOK der Universität Heidelberg,
die von der Universitätsbibliothek Heidelberg verwaltet wird:

HeiDOK - Der Heidelberger Dokumentenserver

Der Internet-Zugang zu HeiDOK erfolgt über den Link:

<http://archiv.ub.uni-heidelberg.de>

Auf den Seiten von HeiDOK kann nach der vorliegenden Arbeit gesucht werden. Am schnellsten geht dies über die Suche nach „Wielen“ als Person bzw. als Autor.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	4
Abstract	4
1 Einleitung	5
2 Literaturverzeichnis	6
3 Alfred Wegener: Die Alfonsinischen Tafeln für den Gebrauch eines modernen Rechners (1905a)	8
4 Alfred Wegener: Die astronomischen Werke Alfons X. (1905b)	76
5 Carl Schumacher: Untersuchungen über die ptolemäische Theorie der unteren Planeten (Merkur und Venus) (1917)	137
6 Julius Bauschinger: Mitteilung über eine astronomische Untersuchung (1902)	224
7 Auszüge aus der Promotionsakte von Alfred Wegener	231
8 Das astronomische Jahrbuch für 1448 von Regiomontanus	243
9 Über die Autoren	268

Zusammenfassung

In einer vorangegangenen Arbeit (R. und U. Wielen (2017a)) haben wir die Promotion von Alfred Wegener in Astronomie beschrieben und seine Dissertation näher untersucht. Im vorliegenden Supplement geben wir Scans von zugehörigen Veröffentlichungen und Dokumenten wieder. Dabei handelt es sich um: (a) Wegeners Dissertation von 1905 über die Alfonsinischen Tafeln für den Gebrauch eines modernen Rechners, (b) Wegeners Zeitschriften-Veröffentlichung von 1905 über die astronomischen Werke Alfons X., (c) Carl Schumachers Dissertation von 1917 über die ptolemäische Theorie von Merkur und Venus, (d) Bauschingers Mitteilung von 1902 über die Datierung des „Astronomischen Kalenders“ in das Jahr 1448, (e) Auszüge aus der Promotionsakte von Alfred Wegener von 1904, und (f) die Handschrift des astronomischen Jahrbuchs für 1448 von Regiomontanus.

Abstract

In a previous paper (R. and U. Wielen (2017a)) we have described how Alfred Wegener received his PhD degree in astronomy and discussed his dissertation. In this supplement, we present scans of the following relevant publications and documents: (a) Wegener’s dissertation of 1905 on the Alfonsine Tables for the use by a modern computer, (b) Wegener’s journal publication of 1905 on the astronomical works of Alfons X., (c) Carl Schumacher’s dissertation of 1917 on the ptolemaic theory of Mercury and Venus, (d) Bauschinger’s report of 1902 on the dating of the ‘Astronomical Calendar’ into the year 1448, (e) excerpts from Wegener’s PhD examination record of 1904, and (f) the manuscript of the astronomical yearbook for 1448 by Regiomontanus.

1 Einleitung

Alfred Wegener (1880-1930) ist heute weltberühmt als Begründer der Theorie der Kontinentaldrift und der Plattentektonik. Wegener hat aber zunächst Astronomie studiert und mit einer Dissertation im Fach Astronomie promoviert (Wegener (1905a)). Sein Doktorvater war Julius Bauschinger, damals Direktor des Astronomischen Rechen-Instituts in Berlin.

In einer vorangegangenen Arbeit (R. und U. Wielen (2017a)) haben wir Wegeners Promotionsverfahren und seine Dissertation eingehend dargestellt und untersucht. Im vorliegenden Supplement zu dieser Arbeit geben wir Scans von zugehörigen Veröffentlichungen und Dokumenten wieder. Es handelt sich dabei um:

Wegeners Dissertation über die Alfonsinischen Tafeln (1905a),

Wegeners Zeitschriften-Veröffentlichung über die astronomischen Werke Alfons X. (1905b),

Carl Schumachers Dissertation über die ptolemäische Theorie von Merkur und Venus (1917),

Bauschingers Mitteilung von 1902 über die Datierung des „Astronomischen Kalenders“ in das Jahr 1448,

Auszüge aus der Promotionsakte von Alfred Wegener,

und das astronomische Jahrbuch für 1448 von Regiomontanus.

Wir haben einem separaten Supplement den Vorzug vor einem möglichen Anhang zur Hauptarbeit gegeben: Die Scans (JPEG-Files) haben eventuell lange Ladezeiten wegen des großen Datenumfangs, der von der relativ hohen Auflösung der Scans herrührt. Die hohe Auflösung erscheint uns aber wünschenswert, weil sie die Möglichkeit zu stärkerer Vergrößerung der Dokumente durch „Zoomen“ gibt, wodurch oft die Lesbarkeit der Dokumente verbessert wird (vor allem bei Handschriften).

2 Literaturverzeichnis

- Bauschinger, J. 1902: Mitteilung über eine astronomische Untersuchung, wiedergegeben in G. Zedler (1902), S. 4.
- Drüll, D. 2009: Heidelberger Gelehrtenlexikon 1933-1986. Springer, Berlin und Heidelberg. 714 S.
- Schumacher, C. 1917: Untersuchungen über die ptolemäische Theorie der unteren Planeten (Merkur und Venus). Inaugural-Dissertation, Universität Straßburg. Druck der Aschendorffschen Buchhandlung, Münster in Westfalen. 78 S.
- Wegener, A. 1905a: Die Alfonsinischen Tafeln für den Gebrauch eines modernen Rechners. Inaugural-Dissertation zur Erlangung der Doktorwürde, genehmigt von der philosophischen Fakultät der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin. Druck E. Ebering, Berlin. 63 S.
- Wegener, A. 1905b: Die astronomischen Werke Alfons X. Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematischen Wissenschaften. B. G. Teubner, Leipzig. 3. Folge, 6. Band, 2. Heft, S. 129.
- Wielen, R., Wielen, U. 2017a: Alfred Wegener und das Astronomische Rechen-Institut. Mit einer Anwendung seiner umgerechneten Alfonsinischen Tafeln auf den „Astronomischen Kalender“ für 1448. HeiDOK. 295 S.
URL: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/24001>
URN: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:16-heidok-240011>
DOI: <http://doi.org/10.11588/heidok.00024001>
Diese Arbeit wurde elektronisch publiziert auf der Open Access-Plattform HeiDOK der Universität Heidelberg, die von der Universitätsbibliothek Heidelberg verwaltet wird. Siehe auch Seite 2.
- Wielen, R., Wielen, U. 2017b: Supplement zu „Alfred Wegener und das Astronomische Rechen-Institut“. HeiDOK. 268 S.
URL: <http://www.ub.uni-heidelberg.de/archiv/24002>
URN: <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:16-heidok-240028>
DOI: <http://doi.org/10.11588/heidok.00024002>
Diese Arbeit wurde elektronisch publiziert auf der Open Access-Plattform HeiDOK der Universität Heidelberg, die von der Universitätsbibliothek Heidelberg verwaltet wird. Siehe auch Seite 2.

Wielen, R. 2017c: Als Astronom in Berlin und Heidelberg, und das je zweimal.
In: Heidelberger Physiker berichten – Rückblicke auf Forschung in der Physik
und Astronomie. Band 3: Mikrokosmos und Makrokosmos. Herausgeber: I.
Appenzeller, D. Dubbers, H.-G. Siebig, A. Winnacker. heiBOOKS. S. 175.
DOI des Buches: <http://doi.org/10.11588/heibooks.253.399>
URL des Beitrags:
<http://books.ub.uni-heidelberg.de/heibooks/reader/download/253/253-4-79511-2-10-20171128.pdf>

Hinweis:

Unsere Arbeiten (Wielen, R., Wielen, U.) erhalten an den Jahreszahlen (2010, 2011, 2012, ...) jeweils einen Buchstabenzusatz (a, b, ...). Dieser Buchstabenzusatz erfolgt auch dann, wenn nicht alle Arbeiten im Literaturverzeichnis aufgeführt werden. Der Buchstabenzusatz soll der besseren und eindeutigen Identifizierung unserer verschiedenen Arbeiten dienen, insbesondere beim Zitieren im laufenden Text.

Zedler, G. 1902: Die älteste Gutenbergtype. Teil I: Ein neu entdeckter astronomischer Kalender für das Jahr 1448. Mit einer astronomischen Untersuchung von Prof. Dr. Julius Bauschinger zu Berlin und einem sprachlichen Beitrag von Prof. Dr. Edward Schröder zu Marburg. Veröffentlichungen der Gutenberg-Gesellschaft, Band 1. Verlag der Gutenberg Gesellschaft, Mainz. 57 S.
Der vollständige Text der Arbeit ist unter der folgenden URL zu finden:
<https://archive.org/details/VeroffentlichungenDerGutenbergGesellschaft1>

3 Alfred Wegener: Die Alfonsinischen Tafeln für den Gebrauch eines modernen Rechners (1905a)

Wir geben in diesem Kapitel Scans der Dissertation von Wegener (1905a) wieder.

Als Vorlage für die Scans diente das Exemplar der Universitätsbibliothek Heidelberg (Signatur: Z 5279,6). Das Exemplar befindet sich in einem Sammelband von Dissertationen. Der Sammelband trägt die Signatur Z 5279,0;;1-15.

Die Scans hat das Digitalisierungszentrum der Universitätsbibliothek Heidelberg hergestellt.

Vor den Scans zeigen wir ein von uns erstelltes Inhaltsverzeichnis der Dissertation. Die dort angegebenen Seitenzahlen sind die im Original der Dissertation. Die Seiten im vorliegenden Supplement erhält man, indem man die Originalseitenzahl um Neun erhöht (z.B.: Die Originalseite 6 findet man im Supplement auf Seite 15).

	Seite
Titelblatt	1
Referenten	2
Widmung	3
1. Einleitung	5
2. Bemerkungen über die Umrechnung	7
3. Die Fundamentalepoche der Tafeln	9
4. Ueber die anzubringenden Correctionen	11
5. Die Alfonsinische Planetentheorie	16
6. Die Sonnentafeln	18
7. Die Mondtafeln	20
8. Die Tafeln des Mars, Jupiter, Saturn	24
9. Die Venustafeln	28
10. Die Merkurtafeln	30
11. Die Breitentafeln	34
11.1 Die Breitentafel des Mondes	34
11.2 Die Breitentafeln des Mars, Jupiter, Saturn	36
11.3 Die Breitentafel der Venus	38
11.4 Die Breitentafel des Merkur	41
12. Verzeichnis der technischen Ausdrücke	43
13. Numerische Tafeln (<i>nur Zwischentitel</i>)	45
13.1 Tafel I. Praecession	46
13.2 Tafel II (<i>Berechnung von Jahresbruchteilen</i>)	46
13.3 Tafel III. Radices augium	46
13.4 Tafel IV. Mittlere Bewegungen in Jahren	47
13.5 Tafel V. Mittlere Bewegungen in Tagen, Stunden, Minuten	48
13.6 Tafel VI. Ungleichheit der Sonne (aequatio solis)	49
13.7 Tafel VII. Ungleichheiten des Mondes	50
13.8 Tafel VIII. Ungleichheiten des Merkur	52
13.9 Tafel IX. Ungleichheiten der Venus	54
13.10 Tafel X. Ungleichheiten des Mars	56
13.11 Tafel XI. Ungleichheiten des Jupiter	58
13.12 Tafel XII. Ungleichheiten des Saturn	60
13.13 Tafel XIII. Bewegung des Mondknotens in Jahren	62
13.14 Tafel XIV. Bewegung des Mondknotens in Tagen	62
13.15 Tafel XV. Breite des Mondes	62
13.16 Tafel XVI. Breiten der Planeten Venus, Merkur, Mars, Jupiter, Saturn	63
14. Lebenslauf	64
Anhang mit den Figuren 1 bis 6	65
Anhang mit den Figuren 7 bis 14	67

6

Die
Alfonsinischen Tafeln

für
den Gebrauch eines modernen Rechners.

INAUGURAL-DISSERTATION
ZUR
ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE
GENEHMIGT
VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT
DER
FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT
ZU BERLIN.

Von
Alfred Wegener
aus Berlin.

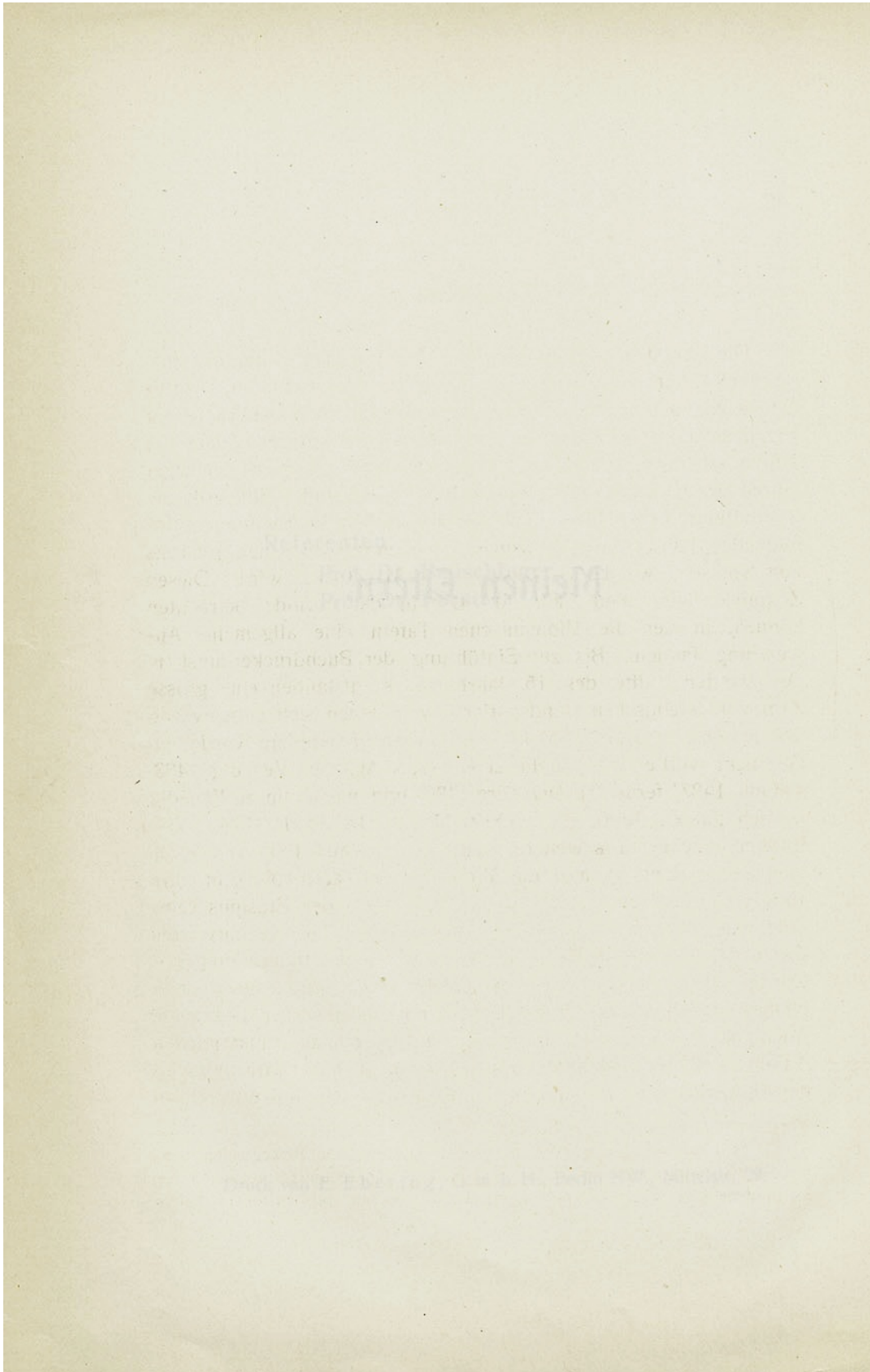
Tag der Promotion: 4. März 1905.

Referenten:

Prof. Dr. **Bauschinger.**

Prof. Dr. **Förster.**

Druck von E. Ebering, G. m. b. H., Berlin NW., Mittelstr. 29.



Einleitung.

Die Entstehung des kastilianischen Originals der Alfonsinischen Tafeln wird meist auf das Jahr des Regierungsantritts Alfons X. von Castilien 1252 gelegt, obwohl diese Ueberlieferung wenig sicher ist und manche Anzeichen dafür sprechen, dass die Tafeln erheblich später, in den sechziger oder gar erst siebziger Jahren des 13. Jahrhunderts entworfen worden sind. Eine grössere Verbreitung haben aber erst die lateinischen Bearbeitungen des folgenden Jahrhunderts gewonnen, namentlich diejenige Johannis von Sachsen, welche in das Jahr 1331 gesetzt wird. Diesen Zeitpunkt wird man daher als Beginn der Periode betrachten können, in der die Alfonsinischen Tafeln eine allgemeine Anwendung fanden. Bis zur Einführung der Buchdruckerkunst in der zweiten Hälfte des 15. Jahrhunderts entstanden eine grosse Zahl von lateinischen Handschriften, von denen sich gegenwärtig fast in allen grossen Bibliotheken Europas Exemplare vorfinden. Gedruckt wurden die Tafeln zum ersten Male in Venedig 1483, sodann 1487, ferner zu Augsburg 1488, und wiederum zu Venedig in den Jahren 1490, 1492, 1512, 1517, 1518, 1521, 1524, 1534. Endlich erschienen 2 weitere Ausgaben zu Paris 1545 und 1553. Den ersten Rang nahmen die Alfonsinischen Tafeln bis zum Jahre 1551 ein, in welchem die Prutenischen Tafeln des Erasmus Reinhold, die bereits nach der Kopernikanischen Theorie entworfen waren, zum ersten Male im Druck erschienen. In der Folgezeit wurden zwar die Prutenischen Tafeln meist vorgezogen, doch blieben daneben die Alfonsinischen noch vielfach im Gebrauch. Auch ist zu beachten, dass manche der damals entstandenen Tafeln, z. B. die *Tabulae resolutae* Schoners, nur Umrechnungen der Alfonsinischen darstellen.¹⁾ Die Gregorianische Kalenderreform

1. Schoner schlug für die Tabulierung der mittleren Bewegungen denselben Weg ein, den auch Verfasser bei seiner Umrechnung gegangen ist. Es braucht aber wohl nicht hervorgehoben zu werden, dass Schoners Tafeln

(1582) scheinen sie aber nur in Spanien überdauert zu haben, wo noch 1641, also 14 Jahre nach Erscheinen der Rudolfinischen Tafeln Keplers, eine neue Ausgabe zu Madrid erschien.

Angesichts dieser bedeutenden, wegen unserer unvollständigen Kenntnis der Handschriften und Drucke dieses Werkes wohl noch immer etwas unterschätzten Verbreitung, welche die Alfonsinischen Tafeln während reichlich 250 Jahren in Europa besessen haben, ist es sicherlich für mancherlei geschichtliche Untersuchungen von Wert, auch heute noch nach ihnen Planetenörter rechnen zu können. Gegenwärtig setzt aber eine Benutzung der alten Druckausgaben, die überdies trotz ihrer grossen Zahl allmählich selten geworden und jedenfalls nur in grösseren Bibliotheken vorhanden sind, stets ein mühsames Vorstudium der oft knappen und schwer verständlichen lateinischen Anleitungen, die sich in ihnen selbst finden, voraus, oder aber, wenn man sich mit den rein mechanischen Rechnungsvorschriften nicht begnügt, ein noch zeitraubenderes und mühsameres Studium der alten von Peurbach und anderen herrührenden Darstellungen der Theorie aus dem 16. Jahrhundert. Zieht man dazu die Unbequemlichkeit in Betracht, welche durch das in den Tafeln verwendete Sexagesimalsystem verursacht wird, das mit einer heute ungebräuchlichen Konsequenz bei der Winkelteilung, ganz entgegen dem heutigen Gebrauche aber auch bei der Zeit durchgeführt ist, so wird für einen modernen Rechner, der mit der Terminologie der alten, geocentrischen Theorie nicht hinreichend vertraut ist, die Rechnung eines Planetenortes nach den lateinischen Drucken des 15. und 16. Jahrhunderts mit recht erheblichen Schwierigkeiten verknüpft sein.

Die vorliegende Arbeit hat den Zweck, diese Schwierigkeiten möglichst zu beseitigen. Zu diesem Ziele schien es geboten, einmal die Tafeln selbst auf eine gegenwärtig geläufigere Form umzurechnen, namentlich also das schwerfällige Sexagesimalsystem zu beseitigen, ausserdem aber eine Erläuterung der Theorie zu geben, aus der sich die Rechnungsvorschriften ableiten lassen.

Der Umrechnung wurde die letzte Ausgabe der Alfonsinischen Tafeln, Paris 1553 (Paschasius Hammellius) zu Grunde gelegt,

aus anderen Gründen für die vorliegende Arbeit keinerlei Nutzen gewähren konnten.

doch lagen Verfasser daneben noch 4 Venediger Ausgaben von den Jahren 1483, 1492, 1518 und 1524 vor. In allen diesen Ausgaben stimmen die Planetentafeln bis auf die allerdings zahlreichen Druckfehler vollkommen überein. Bei der Darstellung der Theorie wurden ausser diesen 5 Tafelausgaben, namentlich auch die von Reinhold commentierten „Theoricae novae planetarum Purbachii“, Ausgabe 1542, sowie die „Quaestiones“ des Vurstisius über das gleiche Thema benutzt, welche vielfach auf die Alfonsinischen Tafeln Bezug nehmen und darum nicht mit Unrecht als der Text derselben bezeichnet worden sind. Dagegen verdient es hervorgehoben zu werden, dass die 1863—67 von der Akademie der Wissenschaften zu Madrid herausgegebenen „Libros del saber de astronomia del Rey D. Alfonso X. de Castilla etc.“ für die vorliegende Arbeit keinen Nutzen gewähren konnten. Im IV. Bande dieses Werkes ist allerdings der kastilianische Originaltext der Tafeln enthalten, allein die ebendort irrtümlich als „fragmentos numericos de las taulas Alfonsies“ abgedruckten Zahlentabellen stellen eine besondere, auf der Tabulierung von Perioden beruhende Art von Ephemeriden dar, die später als „Almanach perpetuum“ bezeichnet wurde, und die mit dem Original der Alfonsinischen Tafeln nichts zu tun hat. Im übrigen ist der Inhalt der spanischen Publikation nicht den Planetentafeln, sondern einem neuentdeckten Sammelwerk Alfons X über die astronomischen Instrumente gewidmet.^{1a)}

Bemerkungen über die Umrechnung.

Den Hauptgegenstand der Umrechnung bilden die Tafeln der mittleren Bewegungen, bei welchen die ursprüngliche Form ganz aufgegeben werden musste. In den alten Drucken ist nämlich jede mittlere Bewegung zerlegt in den Stand des betreffenden Winkels zur Fundamentalepoche, die sogen. radix, und die eigentliche Bewegung von dieser Epoche bis zum Datum. Die Tafeln geben nur die letztere, so dass man zum Tafelwert noch die radix zu addieren hat, um den gesuchten Stand des Winkels für das Datum zu erhalten. Durch diese Trennung der radix von der Bewegung ist die eigentümliche Einrichtung jener Tafeln ermöglicht.

1a. Vergl. meine Abhandlung: „Die astronomischen Werke Alfons X.“, welche demnächst in Bibliotheca Mathematica, Zeitsch. f. Gesch. d. Math., erscheinen wird.

Das Tafelargument, d. i. die von der Fundamentalepoche (Christus) bis zum Datum verflossene Zeit, ist nämlich zuvor in einem Sexagesimalsystem auszudrücken, dessen Grundeinheit der Tag ist, von welchem nach oben und unten neue sexagesimale Einheiten gebildet werden. So ist z. B. für des Datum 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s dies Tafelargument gleich 2^d 29^h 49^m 32^s 15^m 4^s 0^s, wobei die 32 Tage bedeuten, während 1^d=60^d und 1^m=1/60^d ist, etc. Vermöge dieser Massnahme braucht man für jede mittlere Bewegung nur eine einzige Tafel, deren Argument von 0 bis 60 läuft. Man geht nämlich nacheinander mit den verschiedenen Grössenordnungen des Arguments in die Tafel ein, in unserem Beispiel zuerst mit der 2, dann mit der 29, u. s. w., wobei man die Benennung der Tafelwerte jedesmal um eine sexagesimale Stelle weiterschiebt. Durch Summieren der Einzelwerte erhält man dann den Tafelwert für das Gesamtargument.

Diese Einrichtung wurde ganz aufgegeben, und die mittleren Bewegungen wurden in der heute üblichen Form tabuliert, welche keiner Erläuterung bedarf.²⁾

Die Tafeln der *aequationes* oder Ungleichheiten dagegen wurden so gut wie ungeändert übernommen, indem daselbst lediglich die Winkel in Dezimalteilen des Grades gegeben sind, statt in dem ursprünglichen, streng durchgeführten Sexagesimalsystem, bei dem der Kreis in 6 *signa*³⁾ zerfällt, und ausser *minuta prima* und *secunda* des Grades auch noch *minuta tertia*, *quarta* etc. gebildet werden. Auch wurde statt *adde* und *minue* das positive und negative Vorzeichen eingeführt. Überall wo die alten Drucke nur die Minute geben, wurde bei der vorliegenden Arbeit der Hundertstelgrad, wo Sekunden, der Tausendstelgrad mitgenommen. Da diese Grössen etwas kleiner sind als die ursprünglichen, so verlaufen naturgemäss die Differenzen in den umgerechneten Tafeln der *aequationes* noch ungleichmässiger als in den Originalen. Von einer Ausgleichung wurde indessen Abstand genommen, da die

2. Die heutige Einrichtung ist auch in dem oben erwähnten Kastilianischen Originaltext vorausgesetzt, so dass das genannte sexagesimale Zeitsystem erst bei einer späteren Umrechnung eingeführt sein dürfte.

3. In den Alfonsinischen Tafeln werden mit wenigen Ausnahmen, wo aus ökonomischen Rücksichten die älteren *signa communia* (zu 30°) beibehalten sind, überall *signa physica* (zu 60°) verwendet.

Absicht des Verfassers lediglich dahin ging, eine möglichst vollkommene Übereinstimmung mit den aus den alten Ausgaben resultierenden Örtern zu erzielen. Korrigiert sind dagegen in der vorliegenden Arbeit alle mit einem Sternchen versehenen Zahlen, bei welchen ein offener Druckfehler vorlag.

Die Gregorianische Kalenderreform ist in den Tafeln nicht berücksichtigt, und es ist daher stets mit julianischen Jahren zu rechnen. Es wurde bereits eingangs darauf hingewiesen, dass die Alfonsinischen Tafeln nach Einführung des neuen Kalenders nur noch sehr vereinzelt im Gebrauch waren.

Von den zahlreichen in den alten Drucken vereinigten astronomischen Tafeln wurden nur diejenigen ausgewählt, welche zur Berechnung der Planetenörter dienen, während alle übrigen, z. B. die Tafeln der Stationen und Retrogradationen, die Oppositionstafeln, die Finsternistafeln, der Fixsternkatalog u. s. w. fortgelassen wurden.

Für die technischen Ausdrücke der alten Theorie erschien es am zweckmässigsten, die lateinischen Vokabeln unverändert bestehen zu lassen, ohne sie durch die zum Teil für sie vorhandenen deutschen zu ersetzen. Verfasser glaubte dadurch einmal Unklarheiten und Zweideutigkeiten aus dem Wege zu gehen, und andererseits einen vollkommeneren Anschluss an die alten Tafeln zu erzielen und dadurch auch ein Verständnis der letzteren auf Grund dieser Arbeit zu erleichtern. Zur schnellen Orientierung über die Bedeutung dieser lateinischen Vokabeln siehe die alphabetische Übersicht am Schluss des Textes.

Die Fundamentalepoche der Tafeln.

Die Fundamentalepoche der Tafeln ist der Jan. 0.0 des Jahres 1. Für diesen Zeitpunkt gelten in den alten Ausgaben die *radices incarnationis*, desgleichen ist dort das Tafelargument für alle mittleren Bewegungen die von dieser Epoche bis zum Datum verflossene Zeit, und endlich ist an den Tafelörtern stets die *Praecession* von dieser Epoche bis zum Datum anzubringen.

Da dies offenbar für den Gebrauch der Tafeln eine grund-

legende Frage ist, so möge hier der ausführliche Nachweis folgen.

Bezeichnend für die Knappheit des Textes gerade in den späteren Ausgaben ist es, dass sich weder diejenige vom Jahre 1524 noch die von 1553 über diesen Punkt überhaupt ausspricht. Dagegen ist gleich in der ältesten Ausgabe vom Jahre 1483 zu lesen: „Sciendum quod radix alicuius motus nihil aliud est quam locus circuli signorum, in quo fuerit ille motus in principio illius aerae, cuius est radix. Verbi gratia in tabula radicum solis, radix incarnationis Christi est quattuor signa 38 gr. 21', hoc est dicere ubi terminatur numerus in zodiaco incipiendo computum ab ariete: ibi fuit linea medii motus solis tempore Christi in meridie ultimi diei decembris: sive in principio ianuarii.“

Die Ausgabe 1492 hat dasselbe noch etwas weiter ausgeführt: „... incipiendo computum ab ariete in meridie ultimi diei Decembris: sive in principio Ianuarii. Ibi enim dies Ianuarii primus incipit in meridie: et in sequenti proximo sui ipsius desinit meridie: Dies namque semper a meridie diei praecedentis incipiendo usque in proximum sequentis diei meridiem durat more astronomico: et idcirco potius in meridie, quod pars sit nobilior diei: propter vim magnam et fortitudinem solis: qua radius suus fortius et validius in haec inferiora infigitur: cum sit perpendicularis in illa parte diei.“

Denselben Wortlaut hat auch die Ausgabe 1518. Dort wird des weiteren ein Beispiel für die „era anni currentis 1492 currente die 20. Junii, hora 14, min. 36“ gegeben. Die Stunden sind dabei post meridiem gezählt, was zwar nicht besonders hervorgehoben ist, aber schon aus den Tafelüberschriften (z. B. „horas tuas post meridiem aequare“ und anderen) hervorgeht. Die von der Fundamentalepoche bis zu diesem Datum verflossene Zeit wird in Übereinstimmung mit den vorangehenden Angaben zu 1491 Jahren, 5 Monaten, 20 Tagen, 14 Stunden, 36 Minuten angegeben.⁴⁾

4. Es herrschte im 16. Jahrhundert offenbar kein einheitlicher Gebrauch in Bezug auf den Jahresanfang, wodurch die Wichtigkeit der obigen Angaben noch erhöht wird. Schoner legte ihn wie die Alfonsinischen Tafeln auf den Mittag des bürgerlichen 31. Dezembers, Reinhold dagegen auf die Mitternacht zwischen dem 31. Dezember und dem 1. Januar. Der erstere schreibt in seinem Buche „aequatorii astronomici etc. canones“ vom Jahre 1524: „Diversi etiam astronomi diversimode annum inchoant. In hoc etiam

Ueber die anzubringenden Correctionen.

1. Längendifferenz.

Da die Alfonsinischen Tafeln auf den Meridian von Toledo bezogen sind, so hat man die gegebene Ortszeit eines beliebigen Ortes noch um die Längendifferenz gegen Toledo zu korrigieren, bevor man mit ihr die Rechnung durchführt. Zu diesem Zwecke geben die alten Ausgaben eine Tabelle der geographischen Positionen der hauptsächlichsten Städte Europas, welche nicht reproduziert wurde. Die heutigen Coordinaten von Toledo sind: $\varphi = 39^{\circ} 52' 24''$, $\lambda = 15^{\text{m}} 57^{\text{s}}$ westl. Greenwich.

2. Zeitgleichung.

Um aus der wahren die mittlere Ortszeit zu erhalten, hat man die Zeitgleichung anzubringen. Die älteste Ausgabe der Alfonsinischen Tafeln enthält keine Zeitgleichungstabelle und setzt also voraus, dass diese Correction, welche übrigens nur beim Monde einen merklichen Betrag erreicht, bereits angebracht ist. Alle späteren Ausgaben enthalten aber eine „*tabula aequationis dierum*“, welche in der vorliegenden Arbeit jedoch nicht reproduziert wurde, obwohl sie einen bemerkenswerten Unterschied gegen unsere heutigen Zeitgleichungstabellen zeigt. Die Zeitgleichung ist dort nämlich stets von der wahren Zeit zu subtrahieren, um die mittlere zu erhalten. Die Tafelwerte zeigen dabei gegen unsere heutigen

opere annum a Januario Romanorum more inchoamus, diem vero a meridie diei praecedentis initiamus, et in meridie diei sequentis finimus.“ Und ebenso in seinen *Tabulae resolutae*: „Principium autem currentis anni secundum practicanes motus pro anno Romanorum fit semper in meridie ultimae diei decembris“. Bei dem dort gegebenen Zahlenbeispiel: „invenire medium motum solis anno domini currente 1502 ad 4. diem mensis Aprilis, hora 17 minut.34 secund.10 transactis ad meridianum Noribergensem“ wird demgemäss das Tafelargument (verflossene Zeit) zu 1501 Jahre, 3 Monate, 4 Tage, 17 Stunden etc. angegeben.

Dagegen sagt Reinhold in seinen *Tabulae Prutenicae*: „Primum quod aequalium motuum Epochae aliae ex meridie, aliae a media nocte initium capiant, a meridie quidem has tres: Olympiadum, Nabonassari, et Alexandri, sed a media nocte antecedenti reliquae duae, C. Caesaris et Christi, Domini ac Salvatoris nostri“. Und nochmals: „Initium vero anni Juliani similiter et Christi non pendet a meridie Calendarum Januarii, sed a media nocte antecedenti iuxta Romanorum consuetudinem“. Entsprechend wird in einem Beispiel für das Datum 1490 Mai 17, 10^h a. m. das Tafelargument zu 1489 Jahren, 4 Monaten, 16 Tagen, 10 Stunden angegeben.

eine konstante Differenz von rund 16^m , so dass alle Werte über Null liegen. Der Verlauf der Zeitgleichung ist, abgesehen von diesem konstanten Zuschlag, derselbe wie bei uns, und das absolute Maximum beträgt $32^m 52^s$, also nur wenig mehr als der Gesamtausschlag unserer heutigen Zeitgleichung. Wie man sieht, läuft diese Massnahme lediglich auf eine geänderte Definition der mittleren Zeit hinaus; eine Uhr, welche die Alfonsinische mittlere Zeit angiebt, geht um den konstanten Betrag von 16^m gegen eine nach der heutigen mittleren Zeit eingestellte nach. Da nun die radices incarnationis der Tafeln für den Alfonsinischen mittleren Mittag des 0. Jan. des Jahres 1 gelten, so hätte man, um die Tafeln unter Verwendung unserer heutigen Zeitgleichung unmittelbar brauchbar zu machen, von jeder radix diejenige Grösse zu subtrahieren, welche von der betreffenden Bewegung in diesen 16^m zurückgelegt ist, eine Correction, welche beim Monde immerhin den Zehntelgrad überschreiten würde. Es erschien indessen zweckmässiger, die in den Tafeln gegebenen radices beizubehalten und lieber in den wenigen Fällen, wo es nötig ist, mit der Alfonsinischen Zeitgleichung zu rechnen.

Um also aus einer gegebenen wahren Ortszeit die in den Tafeln zu verwendende mittlere Zeit zu erhalten, entnimmt man aus einer heutigen Zeitgleichungstabelle die Zeitgleichung des Datums, wobei eine sehr rohe Näherung genügt, addiert zu ihr 16^m , so dass ein stets positiver Wert herauskommt und hat so mit hinreichender Genauigkeit die Alfonsinische Zeitgleichung, welche stets von der gegebenen wahren Zeit zu subtrahieren ist, um die mittlere zu erhalten.⁵⁾

5. Da diese stets subtraktive Zeitgleichung immerhin etwas merkwürdiges darstellt, dessen Berechtigung nicht leicht einzusehen ist, zitieren wir Reinhold, der in seinen prutenischen Tafeln eine Uebersicht über die damaligen Methoden, die Zeitgleichung anzubringen, gibt: Auf 3 Arten könne man die wahre Zeit in mittlere verwandeln. Erstens könne man die Zeitgleichung direkt aus wahren und mittlerem Sonnenort berechnen. Dieselbe sei dann positiv und negativ. Dies sei die beste Art, die aber am meisten Arbeit koste. Zweitens habe man — ex Ptolemaei doctrina — die Zeitgleichung tabuliert, und zwar ebenfalls mit negativen und positiven Werten [... mox excerpes dierum aequationem, quam litera A addendam, S vero subtrahendam esse monet]. Eine solche Tafel gelte streng nur für ein bestimmtes Jahr, könne aber ohne erheblichen Fehler bis zu einem Jahrhundert gebraucht

3. Parallaxe.

Eine Parallaxe wird in den Alfonsinischen Tafeln bei der Berechnung der Planetenörter nicht berücksichtigt. Es findet sich in ihnen allerdings eine „*tabula diversitatis aspectus lunae*“, welche eine Parallaxentafel des Mondes darstellt, allein dieselbe befindet sich bei den Finsternistafeln, und aus dem Text geht hervor, dass sie nur zur Berechnung der Finsternisse Verwendung fand. Sie wurde aus diesem Grunde ebenfalls fortgelassen.

4. Praecession.

A. Berechnung der Praecession. Es giebt in den Alfonsinischen Tafeln nur eine Praecession in Länge. Die Gesamtpraecession zerfällt in eine säkulare fortschreitende Bewegung, welche der

werden [quorum canones uni tantum seculo citra errorem inserviunt]. Die 3. Art endlich, eben die Alfonsinische, bezeichnet Reinhold als „*ex Regiomontani doctrina et recentiorum sententia*“. Hier ist die Zeitgleichung stets subtraktiv: „*ac rite inventam aequationem dierum perpetuo aufer ab apparenti tempore. Ita enim prodibit aequale tempus quo recentiores utuntur*“. Es heisst weiter: „*dicam breviter, quod res est, a paucis etiam, qui inter doctos numerantur, satis animadversum*“. Um bei der Rechnung von Planetenörtern nach den Alfonsinischen Tafeln nicht immer die unbequeme erste Art der Rechnung nötig zu haben, hätten die „*recentiores*“ eine Zeitgleichungstabelle entworfen, und zwar von der Art, dass der Rechner gleich der Unbequemlichkeit des wechselnden *adde* und *minue* enthoben sei: „*huic imbecillitati discentium consuluerint, ut sola tantum subtractione perpetuo ac constanter hoc negotium expediretur*“. Zu diesem Ziele habe man die *radices* der mittleren Bewegungen etwas geändert. „*Hoc est illud, quod Regiomontanus noster docet: si radix temporis posita sit super principium diminutionis, aequationem dierum semper subtrahendam esse, ut ex differentibus (= apparentibus) diebus fiant mediocres . . . Contrarium autem fit, si radix temporis posita fuerit super principium additionis*“. (Dann wäre nämlich die Zeitgleichung stets zu addieren, um die mittlere Zeit zu erhalten) „*Visa est autem eis aptior in hac tractatione via subtractionis quam additionis*“. Darauf wird ein Beispiel gegeben, wie man die *radix* einer mittleren Bewegung zu korrigieren hat, damit sie für die 3. Art der Zeitgleichung gilt. Es wird hinzugefügt, dass diese Korrektur nur beim Monde wegen seiner schnelleren Bewegung in Betracht kommt. Reinhold schliesst seine Darlegung mit den Worten: „*Haec de via subtractionis, quam recentiores in scholas introduxerunt, commemorare nunc breviter volui, a paucis recte tradita . . .*“

Hiernach sollte man erwarten, dass in der ältesten Ausgabe der Alfonsinischen Tafeln, welche ja keine Zeitgleichungstabelle enthält, die *radices* der mittleren Bewegungen etwas andere seien als in den späteren Ausgaben, was indessen nicht der Fall ist.

heutigen Praecession entspricht, obwohl sie den Vollkreis erst in 49000 Jahren durchläuft und daher kaum den halben Betrag der unserigen darstellt, und zweitens in eine periodische Ungleichheit oder Trepidation⁶⁾ mit einer Periode von 7000 Jahren. Ist x der Betrag dieser Trepidation, so wird sehr nahe

$$x = 9^\circ \sin \alpha \quad 7)$$

wobei α einen nach Art der mittleren Bewegungen gleichförmig mit der Zeit wachsenden Winkel von der Periode 7000^a bedeutet.

In den alten Ausgaben sind daher zur Berechnung der Praecession 3 Tafeln gegeben, nämlich

a. eine „tabula prima motus medii augium et stellarum fixarum“, welcher der säkulare Teil der Praecession von Christus bis zum Datum entnommen wird. Für die Fundamentalepoche selbst ist derselbe Null, so dass man hier keine radix zu addieren hat.

b. eine „tabula secunda medii motus accessus et recessus octavae sphaerae“, welcher die Bewegung des Argumentwinkels α entnommen wird, zu welcher noch die zugehörige radix zu addieren ist, um den Stand des Winkels α für das Datum zu erhalten.

c. eine „tabula aequationum motus accessus et recessus sphaerae stellatae“, in der der Ausdruck $9^\circ \sin \alpha$ tabuliert ist. Dieser Betrag wird zu dem aus a erhaltenen säkularen Teil addiert und gibt so die Gesamtpraecession von Christus bis zum Datum, welche aux communis genannt wird.⁸⁾

6. Die Trepidation soll zuerst von Thebit ben Chora im 9. Jahrhundert, nach anderen im 12. Jahrhundert oder gar noch später aufgestellt worden sein, welcher sie fälschlich wegen der scheinbar periodisch sich ändernden Werte der Praezessionsbestimmungen annehmen zu müssen glaubte, während diese Abweichungen in Wirklichkeit nur auf Rechnung der Beobachtungsfehler zu setzen sind. Im Mittelalter spielte die Trepidation eine grosse Rolle, und es wurden verschiedene Theorien über sie aufgestellt, bis sie schliesslich durch Tycho endgültig beseitigt wurde. Thebit hatte eine rein oscillatorische, gar keine fortschreitende Bewegung des Frühlingspunktes angenommen. Die Alfonsinischen Tafeln halten die Mitte zwischen diesem Extrem und der Wahrheit, indem sie ein säkulares Fortschreiten mit einer periodischen Ungleichheit verbinden.

7. Nach Delambre, Hist. d. l'astr. du moy. âge: $\sin x = \sin 9^\circ \sin \alpha$.

8. Herr Herz hält im II. Teil seiner Geschichte der Bahnbestimmung irrtümlich die aux communis der Alfonsinischen Tafeln für eine Konstante. Er verwechselt hier — eine Folge der mehrfach erwähnten Knappheit des Textes der alten Ausgaben — das Beispiel mit der allgemeinen Rechnungsvorschrift.

Bei der vorliegenden Umrechnung hat Verfasser diese aux communis direkt für die in Betracht kommenden Jahre von 1250 bis 1650 tabuliert, so dass man sie unmittelbar aus der Tafel I interpolieren kann.⁹⁾

B. Anbringung der Praecession. Die Gesamtpraecession oder aux communis wird in der Weise angebracht, dass das Deferentenapogäum des Planeten, die sogen. aux, damit korrigiert wird. Dies ist auch der Grund, weshalb die Praecession gelegentlich als motus augium bezeichnet wird, denn die Apogäen besitzen mit alleiniger Ausnahme desjenigen des Mondes keine weitere Eigenbewegung, und ihre Länge vom jeweiligen Frühlingspunkt wird daher ebenso wie diejenige der Fixsterne lediglich durch die Praecession beeinflusst. Als Konstante gegeben ist für jeden Planeten die Apogäumslänge für die Fundamentalepoche, die radix augis. Addiert man zu ihr den Praecessionsbetrag bis zum Datum, so erhält man das instantane Apogäum des Datums, die sogen. aux propria. Wir haben also die bei allen zu rechnenden Planeten-örtern zur Anwendung gelangende Gleichung:

$$\text{radix augis} + \text{aux communis} = \text{aux propria.}$$

Mit dieser aux propria wird die weitere Rechnung des Planetenortes durchgeführt, welche auf diese Weise sofort den auf Praecession korrigierten Ort ergibt, der keiner weiteren Korrektur mehr bedarf.

Aus dieser Anordnung, bei welcher die Praecession nicht an dem fertigen Tafelort, sondern am Apogäum angebracht wird, geht hervor, dass die medii motus, also die vom Frühlingspunkt gezählten mittleren Bewegungen, synodisch zum jeweiligen Frühlingspunkt gemeint sind. Der Winkel zwischen dem unter den Fixsternen unveränderlichen Apogäum und dem Anfangspunkt der Zählung der medii motus ist nämlich stets gleich der variablen aux propria, woraus unmittelbar hervorgeht, dass dieser Anfangspunkt der medii motus der veränderliche jeweilige Frühlingspunkt ist. Es ist allerdings zu beachten, dass durch die ungleichförmige

9. In den letzten Ausgaben der Alfonsinischen Tafeln ist auch eine Praecessionstafel des Blanchinus aufgenommen, in welcher ebenfalls die aux communis direkt von 60 zu 60 Jahren gegeben ist. Diese Tafel ist in einem merkwürdigen Optimismus bis zum Jahre 7000 n. Chr. ausgedehnt, wo die Periode der Ungleichheit geschlossen ist.

Bewegung des Frühlingspunktes unter diesen Umständen auch die Gleichförmigkeit der mittleren Bewegungen beeinträchtigt wird, doch hat man diesen Einfluss offenbar vernachlässigt.

Die Alfonsinische Planetentheorie.

Die Alfonsinischen Tafeln stehen noch völlig auf dem Boden der Ptolemäischen Theorie. Die Zahlenwerte sind grösstenteils verbessert, aber der Mechanismus der Theorie ist derselbe wie bei Ptolemäus. Daher ist naturgemäss von Störungen nicht die Rede, vielmehr wird jeder Planet völlig für sich betrachtet, und seine Bahn um die ruhend gedachte Erde wird durch eine Kombination von Kreisbewegungen dargestellt. Auch wird die Längenbewegung ganz unabhängig von der Breitenbewegung betrachtet, indem für die erstere angenommen wird, dass alle Bewegungen sich in der Ekliptikalebene vollziehen, und die Neigungen der verschiedenen Kreise gegen die Ekliptik erst zur Berechnung der Breite herangezogen werden.

Um die Ungleichheiten der Bewegung geometrisch darzustellen, gibt die Theorie folgende Mittel an die Hand:

1. Den excentrischen Kreis. Indem die Erde etwas aus dem Mittelpunkt der Kreisbahn herausgerückt wird, so dass ein Perigäum und Apogäum entsteht, wird bewirkt, dass eine in Wahrheit auf dem Kreise gleichförmig verlaufende Bewegung von der Erde aus als ungleichförmig wahrgenommen wird. Dies Mittel findet sich bei allen Planeten angewendet, es reicht jedoch nur bei der Sonne aus, um die Bewegung vollständig darzustellen, während alle anderen Planeten noch weiterer Vorrichtungen bedürfen.

2. Den Epicykel. Man lässt den Planeten nicht unmittelbar auf der Peripherie des excentrischen Kreises entlang laufen, sondern erst wieder auf der Peripherie eines kleinen Kreises oder Rades, dessen Mittelpunkt auf dem excentrischen Kreis fortschreitet. Der kleine Kreis heisst Epicykel, während der excentrische Kreis Deferent genannt wird. Der Winkel im Deferenten, gezählt vom Apogäum aus, heisst centrum, derjenige im Epicykel, gezählt vom Epicykelapogäum aus, argumentum. Hierdurch kann man 2 Un-

gleichheiten gleichzeitig darstellen, indem nämlich einmal schon der Mittelpunkt des Epicykels, von der excentrisch gestellten Erde gesehen, keine gleichförmige Bewegung mehr besitzt, wozu dann noch eine zweite Ungleichung in Gestalt der jeweiligen Elongation des Planeten vom Epicykelmittelpunkt kommt. Die erste dieser beiden Ungleichungen heisst *aequatio centri*, die zweite *aequatio argumenti*. Diese Bezeichnung ist nicht ganz konsequent, denn die *aequatio centri* ist eine Korrektion, die am centrum anzubringen ist, während die *aequatio argumenti* eine Korrektion darstellt, die vom argumentum herrührt.

3. Die Zweiteilung der Excentricität. Ein weiteres Mittel, die Bewegung zu modifizieren, besteht in der Massnahme, dass die Bewegung des Epicykelmittelpunkts auf der Deferentenperipherie nicht nur von der Erde aus gesehen, sondern absolut genommen mit wechselnder Geschwindigkeit vor sich geht. Diese Bewegung wird nämlich so angenommen, dass sie von einem gewissen Punkt der Apsidenlinie, der aber weder mit dem Mittelpunkte des Deferenten noch mit der Erde zusammenfällt, als gleichförmige Winkelbewegung wahrgenommen werden würde. Dieser Punkt wird meist *centrum aequans* genannt. Da er bei den meisten Planeten so gelegen ist, dass der Deferentenmittelpunkt gerade in der Mitte zwischen ihm und der Erde liegt, so hat man die Theorie dieses *centrum aequans* auch als Zweiteilung der Excentricität bezeichnet.

4. Ausserdem ist zu erwähnen, dass bei denjenigen Planeten, deren Bewegungen am schwersten darzustellen sind, nämlich Merkur und Mond, noch weitere Komplikationen eingeführt sind. So ist der Mond der einzige Planet, dessen Apogäum eine eigene Bewegung besitzt, auch dreht sich der Epicykel des Mondes in entgegengesetzter Richtung wie bei den übrigen Planeten, und sein *centrum aequans* hat eine besondere, von den übrigen abweichende Lage. Bei Merkur wiederum erleidet die Peripherie des Deferenten, während sich der Epicykelmittelpunkt auf ihr fortbewegt, fortgesetzte Verschiebungen, indem der Deferentenmittelpunkt selbst noch wieder auf einem kleinen Kreise rotierend gedacht wird, so dass die wahre vom Epicykelmittelpunkt beschriebene Kurve eine ovale Gestalt besitzt.

Von grosser Bedeutung gerade für die Tabulierung ist ferner

der Umstand, dass bei jedem Planeten eine gewisse Beziehung zur Sonnenbewegung vorhanden ist. Beim Monde wird von einer Gleichung Gebrauch gemacht, welche die erwähnte Bewegung seines Apogäums mit dem Sonnenorte in Beziehung setzt. Bei Merkur und Venus ist je eine Gleichung vorhanden, welche besagt, dass ihr Epicykelmittelpunkt mit dem mittleren Sonnenorte zusammenfällt. Vom heutigen Standpunkte betrachtet, involvieren diese Gleichungen die Bewegung der genannten beiden Planeten um die Sonne. Bei Mars, Jupiter und Saturn endlich ist je eine Gleichung vorhanden, welche sich unter gewissen Vernachlässigungen dahin deuten lässt, dass der Epicykel eines jeden dieser Planeten nur das Spiegelbild der Erdbewegung ist, so dass er fortfällt, sobald man der Erde ihre Bewegung erteilt.

Über die Beziehungen aller dieser Gleichungen zur Erdbewegung ist bereits genug geschrieben worden, so dass wir uns hier mit diesen Andeutungen begnügen können. Diese Beziehungen haben für die Tabulierung die praktische Wirkung, dass bei jedem Planeten eine Tafel gespart wird, indem man eine der zu tabulierenden Grössen durch Vermittelung dieser Gleichungen aus den Sonnentafeln entnehmen kann.

Die Sonnentafeln.

Bei der Sonne gibt es nur eine einzige *aequatio* oder Ungleichheit, welche an ihrem mittleren Orte anzubringen ist, um den wahren zu erhalten. Um diese Ungleichheit geometrisch darzustellen, genügt es, der Erde eine excentrische Stellung in der kreisförmigen Sonnenbahn zuzuteilen. Ist in Figur 1 C der Mittelpunkt dieser Sonnenbahn, E die Erde, so ist ET die Apsidenlinie und I' das Apogäum. Die Bewegung der Sonne S in ihrem Kreise vollzieht sich mit gleichförmiger linearer Geschwindigkeit, so dass $\angle \gamma = I'CS$ gleichförmig wächst. Dieser Winkel heisst *argumentum medium solis*. Die Bezeichnung weicht insofern von der bei den übrigen Planeten gebräuchlichen ab, als sonst der Winkel im Deferenten centrum genannt zu werden pflegt, während man unter *argumentum* denjenigen im Epicykel versteht. Legen

wir diesen Winkel γ im Punkte E an, so kommen wir auf einen mittleren Sonnenort S_0 , der von dem wahren Ort S um die aequatio solis x entfernt ist. $\gamma + x = \angle ES$ heisst dann das argumentum aequatum oder korrigierte argumentum. Bezeichnen wir ferner die gleichförmig wachsende mittlere Länge (medius motus) γES_0 mit μ , so ist ersichtlich, dass $\mu = \omega + \gamma$, wo ω die Länge des Apogäums ist, und zwar, wie oben ausgeführt, die instantane Länge des Datums, also die aux propria. Die wahre Länge der Sonne wird dann $l = \gamma ES = \mu + x$ (wenn wir das Vorzeichen bei x belassen).

Tabuliert ist μ und x , ersteres mit der Zeit als Tafelargument, letzteres mit dem argumentum medium γ . Um γ zu erhalten, bildet man die aux propria $\omega = \omega_0 + \pi$, wobei ω_0 die radix augis und π die aux communis darstellt. Ist so ω bekannt, so hat man $\gamma = \mu - \omega$. Hiermit entnimmt man die aequatio x und hat $l = \mu + x$.

Beispiel. Gesucht die wahre Länge der Sonne für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo (Längendifferenz und Zeitgleichung seien also bereits angebracht).

Mit Hülfe der Tabelle II schreibt sich dies Datum:

$$1477.0 + 263^d 6^h 1^m 36^s, \text{ oder als Jahresbruch: } 1477.72.$$

Mit dem letzteren Werte entnehmen wir die aux communis π aus Tafel I:

$$\begin{array}{r} 1470.0 \quad 19.473 \\ 7.72 \text{ interp.} \quad 73 \\ \hline \pi = 199.546 \\ \text{Tabelle III } \omega_0 = 719.423 \\ \omega = 909.969. \end{array}$$

Ferner entnehmen wir aus Tafel IV und V den medius motus \odot :

$$\begin{array}{r} \text{für } 1470.0 \quad 288.896 \\ 7^a \quad 0.298 \\ 200^d \quad 197.129 \\ 60^d \quad 59.139 \\ 3^d \quad 2.957 \\ 6^h \quad 0.246 \\ 1.6^m \quad 0.001 \\ \hline \mu = 188.666 \\ \text{daher } \gamma = \mu - \omega = 979.697. \end{array}$$

Damit entnehmen wir die aequatio solis aus Tafel VI:

$$x = -2^{\circ}.163,$$

$$\text{so dass } l = \mu + x = 186^{\circ}.503.$$

Die Mondtafeln.

Der Mond bewegt sich auf der Peripherie eines Epicykels, dessen Mittelpunkt gleichzeitig auf der Peripherie des Deferenten fortschreitet. Die Bewegung im Epicykel vollzieht sich beim Monde in entgegengesetzter Richtung wie bei den übrigen Planeten, nämlich retrograd. Deferent und Epicykel drehen sich also in entgegengesetzter Richtung.

Es sei in Fig. 2 C der Mittelpunkt des Deferenten, E die excentrisch gestellte Erde, so dass Γ das Deferentenapogäum ist. L sei der Mond selbst und A der Mittelpunkt seines Epicykels. A besitzt keine gleichförmige lineare Geschwindigkeit auf dem Deferenten, sondern bewegt sich so, dass der medius motus $\mu = \sphericalangle \gamma EA$ gleichförmig wächst. Beim Monde spielt also die Erde selbst die Rolle des centrum aequans. Ebenso wie μ wächst auch das centrum medium $\gamma = \sphericalangle \Gamma EA$ gleichförmig.

Der Winkel α im Epicykel, welcher argumentum genannt wird, wird vom Epicykelapogäum aus in dem angegebenen Sinne gezählt. Man hat indessen zu unterscheiden zwischen einem wahren Epicykelapogäum E' und einem mittleren F' , welches letzteres dem Punkt F gegenüberliegt, welcher durch $CE = EF$ bestimmt ist. Entsprechend gibt es ein argumentum medium α , welches vom mittleren Epicykelapogäum F' , und ein argumentum aequatum, welches vom wahren Epicykelapogäum E' gezählt wird und sich von jenem um die aequatio centri x unterscheidet. Gleichförmig wächst nur das argumentum medium. Um den wahren Winkel im Epicykel zu erhalten, hat man dies um die periodische, offenbar von γ abhängige Ungleichheit x zu korrigieren, und erst das so erhaltene argumentum aequatum kann — mit einem noch zu

erwähnenden Vorbehalt — zur Berechnung der Elongation y , der sogen. *aequatio argumenti*, dienen.

Die wahre Länge l ist offenbar lediglich gleich $\mu + y$. Da aber y mit dem Winkel $(\alpha + x)$ tabuliert ist, so muss zuvor x mit dem gleichförmig wachsenden γ entnommen werden.

Es treten jedoch noch einige weitere Complicationen hinzu, zunächst die schon mehrfach erwähnte Bewegung des Apogäums. Wir müssen uns diese Bewegung so vorstellen, dass die ganze Apsidenlinie um die Erde E als Drehpunkt gedreht wird, so dass die Punkte $I'CEF$ stets in einer Geraden liegen. Diese Drehung ist retrograd und gleichförmig, und steht dabei in einer eigentümlichen Beziehung zur Sonnenbewegung. Ist nämlich in Figur 3 S_0 die mittlere Sonne, A der Epicykelmittelpunkt des Mondes, so ist stets $\sphericalangle I'ES_0 = S_0EA$. I' bewegt sich also vom mittleren Sonnenort ebenso schnell nach rechts fort wie A nach links. In S_0 und S'_0 fallen beide zusammen, d. h. bei jedem Neu- und Vollmond befindet sich der Epicykelmittelpunkt des Mondes in seinem Deferentenapogäum. (Die wahre Entfernung des Mondes von der Erde hängt natürlich ausserdem noch von seiner Stellung im Epicykel ab.) Aus der Figur folgt sofort:

$$\gamma_D = 2(\mu_D - \mu_\odot)$$

Wegen dieser Beziehung braucht γ_D nicht tabuliert zu werden, man stellt es vielmehr mit Hilfe des den Sonnentafeln entnommenen μ_\odot her.¹⁰⁾

Eine weitere Komplikation tritt bei der *aequatio argumenti* y

10. Wegen dieser Bewegung des Apogäums ist die wahre Bahn des Epicykelmittelpunktes nicht mehr ein Kreis und überhaupt keine geschlossene Kurve. Ihre Gestalt stellt Figur 4 dar. $\odot_1 \dots \odot_5$ sind hierin diejenigen mittleren Sonnenörter, für welche $\gamma_D = 0, 180, 360, 180, 360$ ist. Für $\gamma_D = 0$ fallen nämlich Epicykelmittelpunkt und Apogäum mit \odot_1 zusammen ($A_1 I_1$). Für $\gamma_D = 180$ befindet sich der Epicykelmittelpunkt in A_2 , das Apogäum in I_2 , so dass $A_2 I_2 \perp E\odot_2$. Für $\gamma_D = 360$ fallen wieder beide in $A_3 I_3$ zusammen in der geraden Verlängerung von $\odot_3 E$, u. s. w. Nach einem vollen, zu \odot synodischen Umlauf von A und I' sind sie beide in $I_5 A_5$ angelangt. C_1 bis C_5 sind die zugehörigen Mittelpunkte des Deferentenkreises.

Reinhold und andere haben zur Erläuterung der Ptolemäischen Mondtheorie eine Figur gegeben, bei welcher der Mittelpunkt des Mondepicykels eine geschlossene, ellipsenähnliche Kurve beschreibt. Diese Darstellung bezieht sich offenbar auf die ruhend gedachte Sonne.

dadurch ein, dass die Entfernung des Epicykelmittelpunktes von der Erde nicht konstant bleibt, wodurch auch der Betrag von y beeinflusst wird. Das Verfahren ist hier folgendes: Man tabuliert y für eine konstante Entfernung, und zwar ist beim Monde die grösste Entfernung EI' gewählt, während bei den übrigen Planeten eine mittlere Entfernung, nämlich der Deferentenradius vorgezogen wird. Dadurch erhält man einen Näherungswert y_0 , an dem nun noch eine Korrektur anzubringen ist, um das y selbst zu erhalten. Die Korrektur muss offenbar von 2 Grössen abhängen: einmal von y_0 selber und somit vom argumentum aequatum, und zweitens von der Entfernung des Epicykelmittelpunktes von der Erde und somit vom centrum. In Figur 5 ist der Mondepicykel in seiner grössten und kleinsten Entfernung von der Erde gezeichnet. L , bzw. L' sei der Mond, und es sei $\sphericalangle ILL' = \sphericalangle I'L'L'$. Die für das Apogäum geltende aequatio argumenti y_0 ist wie erwähnt tabuliert. Der gleiche Winkel $I'L'L'$ verursacht aber im Perigäum eine Elongation, welche y_0 um ε übertrifft. Dieser Unterschied ε heisst diversitas diametri circuli brevis oder kurz diversitas diametri. Diese diversitas diametri stellt also die Differenz der für das Apogäum geltenden aequatio argumenti, welche tabuliert ist, gegen die entsprechende für das Perigäum geltende dar. Diese Differenz ist nur von dem Winkel im Epicykel, dem argumentum aequatum, abhängig, und ist mit diesem tabuliert. Offenbar ist sie voll anzubringen im Perigäum, garnicht im Apogäum. Für die Zwischenlagen aber ist ein Bruchteil anzubringen, der in folgender Weise bestimmt wird.

IN ist die Differenz des grössten und kleinsten Abstandes des Epicykelmittelpunktes von der Erde. Diese Differenz wird in 60 Teile geteilt, welche minuta proportionalia heissen. Für jede Stellung des Epicykelmittelpunktes lassen sich dann die zugehörigen minuta proportionalia angeben: I' hat 60, Punkt A hat soviel, wie auf die Strecke AB gehen, I hat 0 u. s. w. Die minuta proportionalia sind also gleich der Differenz des jeweiligen Abstandes gegen den grössten, ausgedrückt in Teilen, deren 60 auf den grössten Wert dieser Differenz gehen. Sie sind nur von y , dem Winkel im Deferenten, abhängig und mit diesem tabuliert.

Man sieht, dass dann die gesuchte Korrektur von y_0 gleich

$$\text{divers. diam.} \times \frac{\text{min. prop.}}{60}$$

gesetzt werden kann. Sie wird nämlich gleich der diversitas diametri selbst, wenn die minuta proportionalia gleich 60 werden, also im Perigäum, und verschwindet, wenn diese Null werden, also im Apogäum.

Bei der gegenwärtigen Umrechnung sind nicht die minuta proportionalia in dem angegebenen Sinne, sondern unter demselben Titel gleich ihr sechzigster Teil in Dezimalbrüchen gegeben, womit dann die diversitas diametri nur zu multiplizieren ist.

Die Berechnung eines Mondortes gestaltet sich demnach folgendermassen:

Mit der Zeit entnimm μ_{D} und α_{D} und aus den Sonnentafeln μ_{\odot} ,
und bilde $\gamma_{\text{D}} = 2(\mu_{\text{D}} - \mu_{\odot})$, womit μ_{D} , α_{D} , γ_{D} bekannt sind.

Mit γ_{D} entnimm aus der Tafel der aequationes $\left\{ \begin{array}{l} \text{aequatio centri } x, \\ \text{minuta proportionalia} \end{array} \right.$
bilde das argumentum aequatum $\alpha + x$,

mit $\alpha + x$ entnimm aus der Tafel der aequationes $\left\{ \begin{array}{l} \text{diversitas diametri,} \\ \text{aequatio argumenti } y_0 \end{array} \right.$
bilde pars proportionalis = div. diam \times minut. prop.

und $|y| = |y_0| + \text{pars prop.}$ Der absolute Wert von y_0 muss stets vergrössert werden. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0 .

Dann wird $l_{\text{D}} = \mu_{\text{D}} + y$.

Beispiel: Gesucht die wahre Länge des Mondes für 1477. Sept.
20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo, d. i. 1477.0 + 263^d 6^h 1^m 36^s oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV — V:

	μ_{D}	α_{D}	μ_{\odot}
1470.0	263.704	324.688	288.896
7 ^a	212.041	287.175	0.298
200 ^d	115.279	92.998	197.129
60 ^d	70.584	63.899	59.139
3 ^d	39.529	39.195	2.957
6 ^h	3.294	3.266	0.246
1.6 ^m	0.014	0.014	0.001

$$\mu_{\text{D}} = 344.445 \quad \alpha_{\text{D}} = 91.235 \quad \mu_{\odot} = 188.666$$

$$\mu_{\odot} = 188.666$$

$$\mu_{\text{D}} - \mu_{\odot} = 155.779$$

$$\gamma_{\text{D}} = 2(\mu_{\text{D}} - \mu_{\odot}) = 311^{\circ}.558$$

Mit γ_D gehen wir in die Tafel VII ein und entnehmen die aequatio centri:

$$\begin{array}{rcl} x & = & -7.033 \\ \alpha_D & = & 91.235 \\ \hline \alpha_D + x & = & 84.202 \end{array} \quad \text{sowie min. prop.} = 0.133$$

Mit $\alpha_D + x$ entnehmen wir aus derselben Tafel die aequatio argumenti:

$$\begin{array}{rcl} y_0 & = & -4.864 \\ \text{pars. prop. } 0.333 & & \times 0.133 = 0.333 \\ \hline y & = & -5.197 \\ \mu_D & = & 344.445 \\ \hline l_D & = & 339.0248 \end{array} \quad \text{sowie divers. diam.} = 2.503$$

Die Tafeln des Mars, Jupiter, Saturn.

Die 3 Planeten Mars, Jupiter und Saturn werden ganz gleichartig behandelt. Der Planet P (Figur 6) bewegt sich auf einem Epicykel, dessen Mittelpunkt A sich auf dem Deferenten bewegt. Die Bewegung vollzieht sich in beiden Kreisen im Sinne der wachsenden Längen. Die Erde E nimmt wieder eine excentrische Stellung im Deferenten ein. Hier ist nun die Zweiteilung der Excentricität durchgeführt: Die lineare Bewegung von A auf dem Deferenten ist nicht gleichförmig, sondern vollzieht sich so, dass sie vom centrum aequans M aus als gleichförmige Winkelbewegung erscheint. M liegt dabei jenseits des Deferentenmittelpunktes C so, dass $EC = CM$ ist. Der Winkel $\gamma = \angle MA$, das centrum medium, wächst also gleichförmig. Legen wir γ in E an, so kommen wir auf A_0 und haben, um den wahren Epicykelmittelpunkt A zu erhalten, noch die aequatio centri x anzubringen. $\gamma + x = \angle EA$ heisst daher centrum aequatum. Zählen wir die Winkel vom Frühlingspunkte aus, so haben wir, da $\angle \gamma ET$, wie mehrfach erwähnt, gleich der aux propria ω ist, die mittlere Länge des Epicykelmittelpunktes gleich $\omega + \gamma$, die wahre gleich $\omega + \gamma + x$, oder wenn wir $\omega + \gamma$ durch den medius motus μ ersetzen: μ bzw. $\mu + x$. Um endlich von dem wahren Epicykelmittel-

punkt auf den Planeten selbst zu kommen, haben wir weiter die aequatio argumenti y anzubringen, welche die Elongation des Planeten von seinem Epicykelmittelpunkte darstellt und von dem Winkel im Epicykel, dem argumentum, abhängt. Wir haben wieder zwischen einem wahren Epicykelapogäum E' und einem mittleren M' zu unterscheiden, zwischen welchen der Winkel x liegt. Da das gleichförmig wachsende argumentum medium α von M' aus gezählt wird, so ist nicht dieser Winkel selbst für die Tabulierung von y zu verwenden, sondern das argumentum aequatum $\alpha - x = E'AP$. Die aequatio centri x ist also sowohl am centrum medium γ als am argumentum medium α anzubringen, um das centrum aequatum und argumentum aequatum zu erhalten, und zwar ist es bei dem einen stets mit dem entgegengesetzten Vorzeichen anzubringen wie bei dem anderen. Das aus den Tafeln entnommene Vorzeichen gilt stets für die Anbringung an γ .

Die wahre Länge des Planeten wird nach dem vorstehenden:

$$l = \mu + x + y.$$

Hiervon ist μ in der Tafel der mittleren Bewegungen tabuliert, x in der Tafel der aequationes des betreffenden Planeten mit dem Winkel γ , der aus μ durch Vermittelung von ω erhalten wird. y ist mit $\alpha - x$ tabuliert, und es müsste demnach auch der Winkel α tabuliert sein, wenn nicht die früher erwähnte Beziehung zur Sonnenbewegung es gestattete, ihn mit Hülfe der Sonnentafeln zu ermitteln. Es besteht nämlich die einfache Gleichung:

$$\alpha + \mu = \mu_{\odot}$$

woraus sofort α aus μ_{\odot} und dem schon tabulierten μ erhalten wird.

Indessen tritt wie beim Monde so auch hier eine weitere Komplikation dadurch ein, dass sich y nur für eine konstante Entfernung EA des Epicykelmittelpunktes von der Erde tabulieren lässt. Das Verfahren ist hier insofern ein anderes, als nicht die grösste Entfernung, sondern eine mittlere, nämlich der Radius des Deferenten, für die Tabulierung gewählt wird. In Fig. 7 sei E die Erde, C der Deferentenmittelpunkt. Der Epicykel ist für 3 Lagen: Apogäum (I), Perigäum (I') und mittlere Entfernung (A) gezeichnet. Es ist also $EA = CA$. P_0 bzw. P und P' sei der Planet, und es sei der Bogen $EP_0 = IP = I'P'$. Die Tafel gibt unter der Rubrik aequatio argumenti nur den für die mittlere

Entfernung geltenden Wert y_0 , der für alle Werte des Bogens EP_0 tabuliert ist. Wir können nun am Deferenten 2 Teile unterscheiden, deren einer oberhalb der gebrochenen Linie BEA liegt und alle Entfernungen enthält, die grösser sind als die mittlere, während der andere unterhalb dieser Linie alle kleineren enthält. Vergleichen wir nun die 3 Stellungen, so ist ersichtlich, dass die zu dem gleichen Bogen $II'P$ gehörige aequatio $II'EP$ stets kleiner ist als y_0 . Die Differenz beider heisst diversitas diametri in longitudinem longiorem. Andererseits ist der zu dem ebenfalls gleich grossen Bogen $II'P'$ gehörige Winkel $II'EP'$ stets etwas grösser als das tabulierte y_0 . Die Differenz dieser beiden Winkel heisst diversitas diametri in longitudinem propiorem. Die genannten Differenzen sind beide für alle Werte des argumentum aequatum $E'AP_0$ tabuliert und können zugleich mit der aequatio argumenti y_0 entnommen werden. Damit ist man bereits in der Lage, für 4 bestimmte Stellungen des Epicykelmittelpunktes das definitive y anzugeben: für A und B ist es unmittelbar gleich dem Tafelwert y_0 , für I hat man den absoluten Wert von y_0 um die ganze divers. diam. in longitud. longior. zu verringern, und für I' hat man die ganze divers. diam. in longitud. propior. zu demselben zu addieren.

Für die Zwischenlagen werden in analoger Weise wie beim Monde Proportionalteile hergestellt. Betrachten wir zuerst die Deferentenhälfte mit der longitudo longior. Die Differenz $IN = KB$ der grössten und mittleren Entfernung des Epicykelmittelpunktes von E ist in 60 Teile geteilt. Dies sind die minuta proportionalia longiora. Für B sind sie Null, für einen beliebigen Punkt H des Deferenten gleich HQ , für I gleich 60. Dann wird

$$|y| = |y_0| - \frac{\text{divers. diam.} \times \text{min. prop.}}{60}$$

Bei der unteren Deferentenhälfte wird entsprechend die Differenz BG zwischen kleinstem und mittlerem Abstand in 60 minuta proportionalia propiora geteilt. Für B sind diese Null, für D gleich DF , für I' gleich 60, und es wird

$$|y| = |y_0| + \frac{\text{divers. diam.} \times \text{min. prop.}}{60}$$

Die minuta proportionalia sind mit dem centrum aequatum $\gamma + x$ tabuliert und werden gleich mit der zugehörigen Benennung longiora oder propiora (l oder p) entnommen. Für $\gamma + x = 0$ sind sie gleich 60 longiora, kurz vor $\gamma + x = 90^\circ$ werden sie Null, und wachsen nun als propiora bis 60, was bei $\gamma + x = 180^\circ$ erreicht wird. Kurz nach $\gamma + x = 270^\circ$ sind sie wieder Null und werden aufs neue longiora.

Um die diversitas diametri zu entnehmen, hat man zwischen 2 Spalten zu wählen, welche je nach ihrer Ueberschrift zur longitudo longior oder propior gehören. Man wählt die mit den minuta proportionalia gleichnamige Spalte und entnimmt aus ihr mit $\alpha - x$ die diversitas diametri, worauf man die pars proportionalis

$$= \frac{\text{divers. diam.} \times \text{min. prop.}}{60}$$

zu bilden und dies nach obiger Massnahme additiv oder subtraktiv an dem absoluten Wert von y_0 anzubringen hat.

In der vorliegenden Umrechnung ist auch hier gleich der sechzigste Teil der minuta proportionalia in Dezimalbrüchen tabuliert, so dass hier die pars proportionalis = divers. diam \times min. prop. zu setzen ist.

Die Berechnung der wahren Länge gestaltet sich demnach bei den 3 Planeten Mars, Jupiter, Saturn folgendermassen:

Entnimm aus Tafel IV u. V: μ und μ_\odot .

bilde $\alpha = \mu_\odot - \mu$

bilde $\gamma = \mu - \omega$, wo die aux propria $\omega = \omega_0 + \pi$ aus Tafel III und I erhalten wird. Damit hat man α , γ , μ .

Mit γ entnimm aus d. Tafel d. aequationes aequatio centri x und bilde: $\begin{cases} \alpha - x \\ \gamma + x \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm minuta proportionalia: $\begin{cases} \text{longiora oder} \\ \text{propiora} \end{cases}$

Mit $\alpha - x$ entnimm: $\begin{cases} \text{diversitas diametri } l. \text{ oder } p. \\ \text{und aequatio argumenti } y_0. \end{cases}$

Bilde $|y| = |y_0| \mp \text{minut. proport.} \times \text{divers. diam.}$,
wo das obere Zeichen für longiora, das untere für propiora gilt. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0 . Dann wird

$$l = \mu + x + y.$$

Beispiel: Gesucht die wahre Länge des Mars für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo, d. i. 1477.0 + 263^d 6^h 1.6^m oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV und V:

	μ_{\odot}	μ_{\oplus}	
1470.0	71.11	288.896	
7 ^a	260.04	0.298	
200 ^d	104.81	197.129	
60 ^d	31.44	59.139	
3 ^d	1.57	2.957	
6 ^h	0.13	0.246	Tafel I: $\pi = 19.546$
1.6 ^m		0.001	Tafel III: $\omega_0 = 115.204$
$\mu_{\odot} = 109.10$		$\mu_{\oplus} = 188.666$	$\omega = 134.750$
		$\mu_{\odot} = 109.10$	$\mu_{\oplus} = 109.10$
$\alpha_{\odot} = \mu_{\oplus} - \mu_{\odot} = 79.57$		$\gamma_{\odot} = \mu_{\oplus} - \omega = 334.35$	

Damit sind μ , α , γ bekannt, und wir gehen nun an die Berechnung der Ungleichheiten.

Mit γ gehen wir in die Tafel X ein und entnehmen die aequatio centri:

$$x = + 4.54, \text{ so dass wird } \gamma + x = 338.89$$

$$\alpha - x = 75.03$$

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir ferner:

$$\text{min. prop.} = 0.93 \text{ l.}$$

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir:

$$\text{aequatio argumenti } y_0 = + 28.53, \text{ sowie divers. diam. } l = 1.92$$

$$\text{pars proport. } 1.79 \quad \times 0.93 = 1.79$$

$$y = + 26.74$$

$$\text{dazu } x = + 4.54$$

$$\mu = 109.10$$

$$l_{\odot} = 140^{\circ} 38'$$

Die Venustafeln.

Die Theorie der Venus stimmt bis auf eine geringe Aenderung mit derjenigen der 3 äusseren Planeten überein. Hier tritt nämlich statt der für die letzteren geltenden Gleichung $\alpha + \mu = \mu_{\odot}$ eine

andere Gleichung auf, welche ebenfalls den Sonnenlauf mit dem des Planeten in Beziehung bringt. Diese Gleichung lautet:

$$\mu_{\odot} = \mu_{\varphi}$$

oder da stets $\mu = \omega + \gamma$ ist: $\omega_{\odot} + \gamma_{\odot} = \omega_{\varphi} + \gamma_{\varphi}$.

Soweit gilt diese Beziehung sowohl für Venus als für Merkur. Venus hat die weitere Eigentümlichkeit, dass sie (als einziger unter den Planeten) dasselbe Deferentenapogäum besitzt wie die Sonne, so dass

$$\omega_{\odot} = \omega_{\varphi} \text{ und folglich auch } \gamma_{\odot} = \gamma_{\varphi}.$$

Diese Beziehungen bewirken, dass in Tabelle III für Sonne und Venus dasselbe ω_0 angegeben ist, sowie dass von den gleichförmigen Bewegungen der Venus-Theorie nur eine, nämlich α_{φ} tabuliert ist, während man μ_{φ} und γ_{φ} mit Hülfe der Sonnentafeln ermittelt. Die Theorie der Ungleichheiten ist mit der der 3 äusseren Planeten identisch.

Die Rechnung eines Venus-Ortes gestaltet sich demnach folgendermassen:
Entnimm aus der Tafel IV und V α_{φ} und μ_{\odot} , und setze letzteres gleich μ_{φ} . Bilde ferner $\gamma_{\varphi} = \mu_{\varphi} - \omega$, wo $\omega = \omega_0 + \pi$ aus der Tafel III und I erhalten wird. Damit hat man μ , γ , α . Die weitere Rechnung vollzieht sich nach demselben Schema wie bei den 3 äusseren Planeten:

Mit γ entnimm aus Tafel IX: aequatio centri x und bilde $\begin{cases} \gamma + x \\ \alpha - x \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm: minut. proport. longior. oder propior.

Mit $\alpha - x$ entnimm: $\begin{cases} \text{divers. diametri } l \text{ oder } p. \\ \text{aequatio argumenti } y_0 \end{cases}$

Bilde $|y| = |y_0| \mp$ minut. proport. \times divers. diam.,
wo das obere Zeichen für longiora, das untere für propiora gilt. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0 . Dann wird

$$l_{\varphi} = \mu_{\varphi} + x + y$$

Beispiel: Gesucht die wahre Länge der Venus für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo, d. i. 1477.0 + 263^d 6^h 1.6^m oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV und V:

	$\alpha \odot$	$\mu \odot$	
1470.0	82.12	288.896	
7a	136.43	0.298	
200d	123.30	197.129	
60d	36.99	59.139	
3d	1.85	2.957	
6h	0.15	0.246	Tafel I $\pi = 19.546$
1.6m	0.00	0.001	Tafel III $\omega_0 = 71.423$

$$\alpha \odot = 20.84, \mu \odot = \mu \varphi = 188.666 \quad \omega = 90.969$$

$$\omega = 90.969$$

$\gamma \odot = \gamma \varphi = 97.697$. Damit sind α, μ, γ bekannt.

Mit γ gehen wir in die Tafel IX ein und entnehmen die aequatio centri:

$$x = -2.17, \text{ so dass wird } \begin{cases} \gamma + x = 95.53 \\ \alpha - x = 23.01 \end{cases}$$

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir ferner: minut. prop. = 0.13 p.

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir:

aequatio argumenti $y_0 = +9.60$ sowie divers. diam. $p. = 0.13$

pars proportion. 0.02 $\times 0.13 = 0.02$.

$$y = +9.62$$

$$x = -2.17$$

$$\mu \varphi = 188.67$$

$$l \varphi = 1960.12$$

Die Merkurstafeln.

Auch den Merkurstafeln liegt, mit einigen Modifikationen, dieselbe Theorie zu Grunde, die für die 3 äusseren Planeten aus-einandergesetzt ist.

Wie schon im vorigen Kapitel beiläufig erwähnt, tritt hier statt der Gleichung $\alpha + \mu = \mu \odot$ eine andere Beziehung zur Sonnenbewegung auf, nämlich

$$\mu \varphi = \mu \odot,$$

ohne dass aber wie bei Venus auch $\omega \varphi$ gleich $\omega \odot$ wäre. Daher bleiben auch $\gamma \varphi$ und $\gamma \odot$ verschieden.

Indessen tritt bei Merkur noch eine weitere, ganz eigenartige

Komplikation ein. Zunächst liegt (Figur 8) das centrum aequans M nicht jenseits des Deferentenmittelpunktes C , sondern halbiert die Entfernung der Erde E von C , so dass

$$EM = MC.$$

Nun ist aber C nur der mittlere Ort des Deferentenmittelpunktes. Der wahre Ort desselben ist niemals in C , sondern bewegt sich auf einem kleinen Kreise um C , dessen Radius CM ist. Diese Bewegung ist so zu verstehen, dass die Apsidenlinie $I'I'$ mit den Punkten E und M ihre Lage unverändert beibehält, während sich die Peripherie des Deferenten in dem Masse, wie A auf ihr fortwandert, etwas hin und herschiebt. Die Folge davon ist, dass die wahre Bahn, die von A beschrieben wird, nicht mehr einen Kreis, sondern eine längliche geschlossene Kurve darstellt. Diese Kurve ist in Figur 9 abgebildet.¹¹⁾ Die Bewegung im kleinen Kreise geschieht entgegen den wachsenden Längen, also auch entgegen der Bewegung des Epicykelmittelpunktes. Ist das Centrum des Deferenten in C_1 , so befindet sich der Epicykel im Apogäum I' . C_1I' ist gleich dem Deferentenradius oder der mittleren Entfernung. Hier ist daher die Entfernung von der Erde am grössten. Der Deferentenmittelpunkt schreitet nun auf dem kleinen Kreise nach rechts fort, der Epicykelmittelpunkt auf der Deferentenkurve nach links, so dass immer die Verbindungslinien C_2A , C_3H , MI' , C_4K , C_5B , C_1I' gleich der konstanten mittleren Entfernung sind. Die resultierende Kurve, welche der Epicykelmittelpunkt beschreibt, ist seitlich abgeplattet, aber keine Ellipse, sie besitzt vielmehr nur eine Symmetrieachse. Zwei

11. Diese Figur gibt Reinhold in den „Theoricae novae planetarum Purbachii, ab Erasmo Reinholdo Salveldensi pluribus figuris auctae etc.“ (1542). Die aus der Ptolemäischen Theorie resultierende ovale Kurve scheint zuerst von Arzachel (1080) ausgezogen worden zu sein. Sie findet sich in einer durch die Alfonsinischen Gelehrten ins Spanische übersetzten Schrift dieses Astronomen in den „Libros del saber de astronomia del Rey D. Alfonso X de Castilla etc. por D. Rico y Sinobas, Madrid 1863—1867“. Die dortige Figur ist mit den richtigen Zahlenverhältnissen gezeichnet, wodurch die Kurve einer Ellipse sehr ähnlich wird. Diese Figur des Arzachel ist leider vielfach nicht richtig ausgelegt worden, namentlich von Mädler (Gesch. d. Himm. Kunde), Wolf (Gesch. d. Astron.) und Herz (Gesch. d. Bahnbest.), welche den kleinen Kreis in der Mitte der Kurve für das Sonnenzeichen halten.

Punkte, nämlich A und B , haben die mittlere Entfernung von der Erde E und teilen die Kurve in zwei Hälften, in deren oberer nur Entfernungen vorkommen, welche grösser als die mittlere sind, während in der unteren nur kleinere Entfernungen vorhanden sind. In der unteren Hälfte gibt es indessen 2 Punkte kleinster Entfernung, nämlich H und K , während im Perigäum I' die Entfernung schon wieder etwas gewachsen ist. Es wird im folgenden gezeigt werden, in welcher Weise dies in den Tafeln zum Ausdruck kommt.

Die Art und Weise, wie die *aequatio argumenti* y tabuliert und korrigiert wird, ist genau dieselbe wie früher. Auch hier wird ein Näherungswert y_0 tabuliert, der für die mittlere Entfernung, also für die Punkte A und B gilt. Der Unterschied des tabulierten y_0 gegen den entsprechenden für die grösste Entfernung (I) geltenden Wert der *aequatio argumenti* heisst auch hier *diversitas diametri in longitudinem longiorem* und wird mit dem Winkel im Epizykel, dem *argumentum aequatum*, entnommen. Ebenso ist in einer zweiten Spalte der Unterschied des tabulierten y_0 gegen den entsprechenden für die kleinsten Entfernungen (H und K) geltenden Wert unter dem Titel: *diversitas diametri in longitudinem propiorem* mit demselben *argumentum aequatum* tabuliert.

Desgleichen wird wie früher die Differenz IN des grössten und mittleren Abstandes in 60 minuta *proportionalia longiora* geteilt, und die Differenz QL des mittleren und kleinsten in 60 minuta *proportionalia propiora*. Zu jedem Punkt der Deferentenkurve gehört dann eine bestimmte Anzahl dieser minuta, und zwar *longiora* oder *propiora*. So hat I 60 *longiora*, A hat 0, H hat 60 *propiora*, I' 40 *propiora*, K 60 *propiora*, B hat wieder 0 u. s. w. Merkur ist der einzige Planet, bei welchem die minuta *proportionalia* für das Perigäum nicht 60, sondern nur 40 betragen. Dieser Umstand ist überhaupt das einzige Merkmal, welches uns in den Merkurtafeln die Berücksichtigung der Ptolemäischen Lehre von der Kreisbewegung des Deferentenmittelpunktes verrät, denn die sonstige Behandlung ist vollkommen dieselbe wie bei den übrigen Planeten. Da die gegenwärtige Umrechnung, wie schon mehrfach erwähnt, gleich den sechzigsten

Teil der minuta proportionalia gibt, so findet man hier für das Merkursperigäum $\frac{40}{60} = 0.67$ propiora.

Die Berechnung eines Merkurortes geschieht demnach nach folgendem Schema:

Entnimm aus Tafel IV und V $\alpha \propto$ und μ_{\odot} , und setze letzteres gleich $\mu \propto$. Bilde ferner $\gamma \propto = \mu \propto - \omega$, wo $\omega = \omega_0 + \pi$ aus Tafel III und I erhalten wird. Damit hat man μ, γ, α .

Mit γ entnimm aus Tafel VIII: aequatio centri x und bilde $\begin{cases} \gamma + x \\ \alpha - x \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm: minut. proport. longior. oder propior.

Mit $\alpha - x$ entnimm: $\begin{cases} \text{divers. diametri } l \text{ oder } p. \\ \text{aequatio argumenti } y_0. \end{cases}$

Bilde $|y| = |y_0| \mp \text{minut. proport.} \times \text{divers. diam.}$, wo das obere Zeichen für longiora, das untere für propiora gilt. y erhält dasselbe Vorzeichen wie y_0 . Dann wird

$$l \propto = \mu \propto + x + y.$$

Beispiel: Gesucht die wahre Länge des Merkur für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo, d. i. 1477.0 + 263^d 6^h 1.6^m oder 1477.72.

Wir entnehmen aus der Tafel der mittleren Bewegungen IV und V:

	$\mu \propto$	μ_{\odot}	
1470.0	152.80	288.896	
7 ^a	23.84	0.298	
200 ^d	261.34	197.129	
60 ^d	186.40	59.139	
3 ^d	9.32	2.957	
6 ^h	0.78	0.246	Tafel I: $\pi = 19.546$
1.6 ^m	0.00	0.001	Tafel III: $\omega_0 = 190.659$
$\alpha \propto = 274.48$		$\mu_{\odot} = \mu \propto = 188.666$	$\omega = 210.205$
		$\omega = 210.205$	

$\gamma \propto = 338.461$ Damit sind α, μ, γ bekannt.

Mit γ gehen wir in die Tafel VIII ein und entnehmen die aequatio centri:

$x = + 0.95$, so dass wird $\gamma + x = 339.41$

$\alpha - x = 273.53$

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir ferner:
min. prop. = 0.87 l .

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir:
aequatio argumenti $y_0 = -20.10$, sowie divers. diam. $l = 2.39$
pars proport. 2.08 $\times 0.87 = 2.08$

$y = -$	18.02
$x = +$	0.95
	— 17.07
$\mu =$	188.67
$l\varphi =$	171° 60.

Die Breitentafeln.

Die Breitenbewegung ist in den Alfonsinischen Tafeln nur sehr roh dargestellt und kann keinen Anspruch auf erhebliche Genauigkeit machen. In den alten lateinischen Ausgaben befinden sich die Breitentafeln bei den Tafeln der passionis, woselbst sie für jeden Planeten den 4. Teil einer Seite einnehmen. Nur in der ältesten Ausgabe von 1483 sind die Breiten aller Planeten in einer Tafel vereinigt, eine Anordnung, die auch bei der vorliegenden Umrechnung befolgt wurde. Nur die Mondbreiten sind etwas ausführlicher tabuliert, obwohl sie sehr viel einfacher darzustellen sind.

1. Die Breitentafel des Mondes.

Die Breitentheorie des Mondes ist von allen Planeten am einfachsten. Die Ebene des Epicykels fällt stets mit der Ebene des Deferenten zusammen, so dass der Epicykel gar nicht berücksichtigt zu werden braucht. Ist (Figur 10) E die Erde, L der wahre Ort des Mondes in seiner Deferentenebene, L_0 seine Projektion auf die Ekliptik, so dass $\gamma L_0 = l_0$ die wahre Länge des Mondes ist, welche gerechnet vorliegen muss, so ist L_0EL die gesuchte Breite b_0 . Da die Neigung i des Deferenten gegen die Ekliptik konstant ist, so kann b_0 unmittelbar mit dem Winkel

ΩEL tabuliert werden. Dieser Winkel heisst argumentum latitudinis. Nennen wir ihn u , so ist

$$\sin b_D = \sin i \cdot \sin u$$

Da $i = 5^\circ$ klein ist, so können wir ohne erheblichen Fehler $u = \Omega L_0$ setzen, unter Vernachlässigung der Reduktion auf die Ekliptik. Dann wird

$$u = l_D - \Omega_D,$$

wenn Ω_D die Länge des aufsteigenden Knotens der Mondbahn (caput draconis lunae) ist. Der Mond ist nun der einzige Planet, bei dem die Knotenlinie eine Bewegung besitzt. Sie durchwandert die Ekliptik entgegen den wachsenden Längen mit gleichförmiger Geschwindigkeit. Infolgedessen ist der verus locus $\Omega (= \gamma\Omega)$ gleich 360° vermindert um den medius motus $\Omega (= \gamma\Omega\Omega)$. Der letztere ist tabuliert, und man hat also den Tafelwert von 360° abzuziehen, um die Knotenlänge Ω_D zu erhalten. Mit Hülfe der gerechnet vorliegenden Länge stellt man sich darauf das argumentum latitudinis u her und entnimmt mit diesem aus der Breitentafel unmittelbar die Mondbreite.

Beispiel: Gesucht die Mondbreite für 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s M. Z. Toledo, d. i. 1477.0 + 263^d 6^h 1^m 36^s. Gegeben ist für denselben Zeitpunkt $l_D = 339^\circ.250$.

Wir entnehmen den medius motus Ω aus Tafel XIII und XIV:

1470.0	64.65
7 ^a	135.40
200 ^d	10.59
60 ^d	3.18
3 ^d	0.16
6 ^h	0.01

med. mot. $\Omega = 213.99$

daher $\Omega_D = 146.01$

$l_D = 339.25$

$u = 193.24$; damit entnehmen wir der Breitentafel XV:

$$b_D = -1^\circ.143.$$

2. Die Breitentafeln des Mars, Jupiter, Saturn.

Die 3 äusseren Planeten sind auch in Bezug auf die Breitentheorie ganz gleichartig behandelt. Der Deferent hat eine konstante Neigung zur Ekliptik, und auch die Knotenlinie besitzt eine konstante Lage. Die Ebene der Epicykels ist (Figur 11) in allen Lagen parallel zur Ekliptik¹²⁾ und fällt daher für die beiden Knoten überhaupt mit der Ekliptik zusammen, so dass hier der Planet die Breite Null hat, an welchem Punkte des Epicykels er sich auch befindet.

Man kann offenbar im Deferenten einen Punkt A grösster nördlicher Breite und einen solchen B grösster südlicher Breite angeben. Bei Mars fällt der erstere mit dem Apogäum zusammen, der letztere mit dem Perigäum, so dass seine Knotenlinie senkrecht zur Apsidenlinie steht. Bei Jupiter und Saturn ist dies nicht der Fall, obwohl auch bei ihnen das Apogäum in diejenige Hälfte des Deferenten fällt, welche nördliche Breite besitzt. Bei Jupiter liegt das Apogäum 20° westlich, bei Saturn 50° östlich des Punktes grösster nördlicher Breite. Die Länge des Epicykelmittelpunktes, gezählt in der Bahn von diesem Punkte grösster nördlicher Breite ab ist daher für Mars $\gamma + x$ (d. i. das centrum aequatum)

Jupiter $\gamma + x - 20^\circ$

Saturn $\gamma + x + 50^\circ$.

Dieser Winkel soll im folgenden kurz mit γ' bezeichnet werden.

Die Tabulierung geschieht dann folgendermassen: Für jeden der beiden Punkte A und B ist die gesamte, aus der Neigung des Deferenten und des Epicykels resultierende Breite tabuliert. Dieselbe ist nur noch vom Winkel im Epicykel $\alpha - x$ abhängig,

12. Es scheint nicht ganz sicher zu sein, ob der Epicykel wirklich als stets parallel zur Ekliptik anzusehen ist, oder ob er nicht doch geringe Schwankungen ausführt. Nach Herrn Herz (Gesch. d. Bahnbest.) ist letzteres der Fall: „Ptolemäus . . . nahm die Neigung des Deferenten I sowie die Neigung des Epicykels i verschieden an. Man sieht aber, dass in der Theorie der Bewegung dadurch keine wesentliche Aenderung eintritt . . .“ Nach Tannery (Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne) bleibt der Epicykel stets sich selbst parallel: „il (Ptolémée) considère le plan incliné de l'épicycle comme restant parallèle à lui-même dans la circulation de l'épicycle sur l'excentrique“. Peurbach und seine Commentatoren geben nur soviel an, dass die Schnittlinie der Epicykelebene mit der Deferentenebene stets parallel zur Ekliptik bleibt. Wie dem auch sei, für den vorliegenden Zweck genügt jedenfalls die Annahme der Parallelität.

und wird mit diesem entnommen. Die beiden Spalten sind überschrieben: *latitudo septentrionalis* und *latitudo meridionalis*. Da die Entfernungen der Punkte *A* und *B* von der Erde nicht gleich gross sind, werden auch die beiden tabulierten Grössen etwas von einander abweichen. Was man aus diesen beiden Spalten entnimmt, ist also unmittelbar die gesuchte Gesamtbreite des Planeten für den Fall, dass sich sein Epicykelmittelpunkt gerade in *A* oder *B* befindet. Für die Zwischenlagen werden ganz analog dem früher auseinandergesetzten Verfahren mit Hülfe von *minuta proportionalia* die entsprechenden Proportionalteile gebildet. Für die beiden Knoten, d. i. für $\gamma' = 90^\circ$ und für $\gamma' = 270^\circ$ sind diese *minuta proportionalia* Null, so dass auch die Breite verschwindet, für $\gamma' = 0^\circ$ sind sie gleich 60 sept., so dass hier die tabulierte *latitudo sept.* mit $\frac{60}{60}$ zu multiplizieren ist, und also voll in Kraft tritt. Für $\gamma' = 180^\circ$ dagegen sind die *minuta proportionalia* gleich 60 mer., so dass hier die *latitudo meridionalis* unvermindert resultiert. Die *minuta proportionalia* sind mit γ' tabuliert. In der gegenwärtigen Umrechnung sind sie wie früher gleich durch 60 dividiert, so dass man sie lediglich mit der *latitudo septentrionalis* oder *meridionalis* zu multiplizieren hat.

Die Berechnung der Breite gestaltet sich demnach für die 3 äusseren Planeten folgendermassen:

bilde $\gamma' = \gamma + x$ für Mars
 $\gamma + x - 20^\circ$ „ Jupiter
 $\gamma + x + 50^\circ$ „ Saturn.

Mit γ' entnimmt aus Tafel XVI: *minuta proportionalia*.

Mit $\alpha - x$ „ „ „ : *latitudo*, und zwar:

{ septentrion. (+), wenn γ' zwischen $270^\circ - 0^\circ - 90^\circ$ liegt,
 { meridional. (—), „ „ „ „ $90^\circ - 270^\circ$ „ .

Dann wird: $b = \text{latitudo} \times \text{minut. proport.}$

Beispiel. Gesucht die Breite des Mars für das frühere Datum.

Wir übernehmen die Werte:

$$\begin{aligned} \gamma + x &= 338.89 = \gamma' \\ \alpha - x &= 75.03 \end{aligned}$$

Mit γ' entnehmen wir die minuta prop. = 0.93. Beim Interpolieren ist zu beachten, dass die Tafel von 6 zu 6 Grad fortschreitet.

Da γ' zwischen 270—0—90° liegt, wählen wie die Spalte + und entnehmen mit $a-x$: latitudo = 0.64

$$\times 0.93 = + 0^{\circ}.595 = b_{\odot}^{\nearrow}.$$

3. Die Breitentafel der Venus.

Bei der Breitentheorie des Merkur und der Venus, welche sich nur wenig unterscheiden, treten neue Komplikationen hinzu. Eine Vereinfachung besteht allerdings zunächst darin, dass bei beiden Planeten die Apsidenlinie senkrecht zur Knotenlinie des Deferenten steht, so dass Apogäum und Perigäum des Deferenten die grössten Breiten haben. Die Knotenlinie ist auch hier unbeweglich, dagegen ist die Neigung der Deferentenebene variabel (Figur 12.). Als ihre mittlere Lage kann man die Ekliptik bezeichnen. Um diese mittlere Lage führt sie eine Schaukelbewegung aus, deren Periode mit einem Umlauf im Deferenten zusammenfällt. Befindet sich der Epicykelmittelpunkt in einem der beiden Knoten, so fällt die Deferentenebene stets mit der Ekliptik zusammen. Befindet er sich in I oder I' , so ist jedesmal gerade das Maximum des Ausschlages erreicht. Die Folge ist, dass der Epicykelmittelpunkt niemals auf die andere Seite der Ekliptik gelangt, sondern dieselbe nur in den beiden Knoten berührt. Der hierdurch entstehende Teil der Breite, welcher bei Venus stets nördlich, bei Merkur stets südlich ist, heisst *deviatio deferentis ab ecliptica*. Da diese *deviatio* in den Tafeln von der durch den Epicykel hervorgerufenen Breite völlig getrennt ist und einfach additiv hinzugefügt wird, so werden wir sie auch im folgenden bei Seite lassen und den Deferenten als mit der Ekliptikalebene zusammenfallend betrachten.

Bei Merkur sowohl wie Venus bleibt sich der Epicykel während seines ganzen Umlaufes parallel, besitzt also eine konstante Neigung gegen die Ebene des Deferenten. Die beiden Figuren 13 und 14 sind vom nördlichen Pol der Bahnebene gesehen zu denken. Der Deferent erscheint dann kreisförmig, der gegen ihn geneigte Epicykel dagegen perspektivisch verkürzt, und die Figuren lassen den Sinn dieser Neigung erkennen: Befindet sich der Epicykelmittelpunkt

im Apogäum I , und bewegt sich der Planet vom Epicykelapogäum II vorwärts, so geht er bei der Venus nach Norden, bei Merkur nach Süden.

Die sich selbst parallel bleibende Lage eines frei herumgetragenen Epicykels war aber den Alten bekanntlich eine fremde Anschauung. Man beurteilte vielmehr die jeweilige Stellung des Epicykels nach seiner Neigung zum Visionsradius. Die letztere lässt sich offenbar leicht in die Neigungen um 2 bevorzugte, zu einander senkrechte Durchmesser des Epicykels zerlegen, von denen der eine im Visionsradius liegt, während der andere auf ihm senkrecht steht und die grössten Elongationen hervorbringt. Wir wollen jenen kurz den radialen, diesen den tangentialen Durchmesser des Epicykels nennen. Diese beiden Durchmesser besitzen offenbar eine variable Neigung gegen die Deferentenebene. So ist aus der Figur 13 ersichtlich, dass die Neigung des radialen Durchmessers in I und I' verschwindet, in Ω und \mathfrak{U} dagegen den grössten Betrag erreicht. Dagegen verschwindet die Neigung des tangentialen Durchmessers gerade in Ω und \mathfrak{U} , während sie in I und I' den grössten Betrag erreicht. Wo die eine Neigung verschwindet, erreicht die andere stets ihren grössten Betrag.

Bei der Tabulierung ist nun folgendermassen verfahren: In Ω hängt die Breite offenbar nur noch vom Winkel im Epicykel $\alpha - x$ ab, lässt sich also mit diesem Winkel tabulieren. Dies ist die tabulierte *inclinatio*, welche also nur für den aufsteigenden Knoten gilt und lediglich durch die grösste Neigung des radialen Durchmessers hervorgerufen wird. Entsprechend ist unter dem Namen *reflexio* die im Apogäum I gültige Breite für alle Werte von $\alpha - x$ tabuliert. Diese ist offenbar lediglich durch die grösste Neigung des tangentialen Durchmessers hervorgerufen. Damit sind wir bereits im Stande, für die beiden Stellungen Ω und I des Epicykelmittelpunktes die Breiten anzugeben. Dieselben Breiten gelten aber mit umgekehrtem Vorzeichen zugleich für \mathfrak{U} und I' , da in der Breitentheorie der Venus die Excentricität vernachlässigt, und also die Erde im Mittelpunkt des Deferenten angenommen wird. Damit reduziert sich das Problem auf die Ermittlung der Breite für eine beliebige Lage des Epicykels zwischen Ω und I . In Ω ist die tabulierte *inclinatio* voll anzubringen, die *reflexio* aber garnicht. In I ist umgekehrt die *reflexio* voll anzubringen, die

inclinatio aber garnicht. Der Uebergang von Ω zu I' vollzieht sich nun so, dass die inclinatio von ihrem Tafelwert bis Null sinkt, während gleichzeitig die reflexio von Null bis zu ihrem Tafelwerte anwächst. Für eine beliebige Stellung des Epicykels setzt sich also die Breite aus einem Bruchteil der inclinatio und einem solchen der reflexio zusammen. Zur Ermittlung dieser Bruchteile dienen wie früher die minuta proportionalia, welche mit dem Winkel im Deferenten entnommen werden. Doch ist ersichtlich, dass diejenigen für die inclinatio mit einem um 90° verschiedenen Argument entnommen werden müssen, da die Nullstellungen für reflexio und inclinatio um 90° im Deferenten von einander entfernt sind.

Es ist noch zu bemerken, dass die minuta proportionalia auch in sehr einfacher Weise die ersterwähnte deviatio deferentis ergeben. Die grösste deviatio, welche im Perigäum und Apogäum eintritt, beträgt bei Venus $10'$ oder $\frac{1}{6}^\circ$. Für alle übrigen Stellen des Deferenten ergibt sich nur ein Bruchteil, welcher gleich $\frac{1}{6}^\circ \times \text{min. prop.}$ ist.

Hieraus ergibt sich folgendes Schema für die Berechnung einer Venusbreite: bekannt müssen vorliegen: $\gamma + x = \text{centrum aequatum}$

$$\alpha - x = \text{argumentum aequatum.}$$

Mit $\alpha - x$ entnimm $\begin{cases} \text{declinatio } D \\ \text{und} \\ \text{reflexio } R. \end{cases}$

Mit $\gamma + x + 90$ entnimm minuta proportionalia: p_1

$$\text{bilde } \text{declinatio} \times p_1 = (1)$$

Für das Vorzeichen von (1) gilt die Regel:

wenn $\alpha - x$ obere Tafelhälfte und	$\begin{cases} \gamma + x + 90 & \text{obere T. H. so} \\ & \text{untere } & \text{+} \end{cases}$
" " untere " "	$\begin{cases} & \text{obere } & \text{+} \\ & \text{untere } & \text{-} \end{cases}$

Mit $\gamma + x$ entnimm nochmals minuta proportionalia: p_2

$$\text{bilde } \text{reflexio} \times p_2 = (2)$$

Für das Vorzeichen von (2) gilt die Regel:

wenn $\gamma + x$ obere Tafelhälfte und	$\begin{cases} \alpha - x < 180 & \text{so +} \\ & > 180 & \text{" -} \end{cases}$
" " untere " "	$\begin{cases} & < 180 & \text{" -} \\ & > 180 & \text{" +} \end{cases}$

bilde endlich $\frac{1}{6} \times p_2 = (3)$, stets +.

Dann wird $(1) + (2) + (3) = b^\circ$.

Beispiel. Gesucht die Breite der Venus für das frühere Datum.

Es liege gerechnet vor:

$$\gamma + x = 95^{\circ}.53$$

$$\alpha - x = 23^{\circ}.01.$$

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir aus Tafel XVI:

$$\text{declinatio } D = 0^{\circ}.98$$

$$\text{reflexio } R = 0^{\circ}.52.$$

Mit $\gamma + x + 90 = 185.53$ entnehmen wir die minuta prop.: $p_1 = 0.99$

$$\text{daher } (1) = + 0^{\circ}.98 \times 0.99 = + 0^{\circ}.970$$

(+ weil $\alpha - x$ obere, $\gamma + x + 90$ untere Tafelhälfte).

Mit $\gamma + x$ entnehmen wir nochmals minuta prop.: $p_2 = 0.10$

$$\text{daher } (2) = + 0^{\circ}.52 \times 0.10 = + 0^{\circ}.052$$

(+ weil $\gamma + x$ untere Taf. Hälfte, und $\alpha - x < 180$).

Drittens wird (3) = $+ \frac{1}{6} \times 0.10 = + 0^{\circ}.017$ (stets +)

$$(1) = + 0.970$$

$$(2) = + 0.052$$

$$(3) = + 0.017$$

$$\hline b\varphi = + 1^{\circ}.039$$

4. Die Breitentafel des Merkur.

Die Breitentheorie des Merkur ist nur in unwesentlichen Punkten von derjenigen der Venus verschieden. Namentlich ist die Stellung des Epicykels gegen den Deferenten eine andere (Figur 14), was vor allem in den Vorzeichen zur Geltung kommt.

Ferner macht sich bei Merkur die grosse Excentricität geltend, deren Einfluss bei der Venus vernachlässigt war. Für die reflexio, welche bei Venus sowohl für I als für I' galt, ist hier infolgedessen ein mittlerer Wert R_0 tabuliert, aus welchem man je nach Bedarf die reflexio für das Apogäum I durch Multiplikation mit $\frac{9}{10}$, oder diejenige für das Perigäum I' durch Multiplikation mit $\frac{11}{10}$ erhält. Endlich wurde schon im vorigen Kapitel bemerkt, dass die deviatio deferentis des Merkur stets südlich ist. Ihr grösster Betrag ist $\frac{3}{8}^{\circ}$.

Die Berechnung einer Merkursbreite gestaltet sich demnach folgendermassen.

Bekannt sind: centrum aequatum $\gamma + x$ und argumentum aequatum $\alpha - x$.

Mit $\alpha - x$ entnimm $\begin{cases} \text{declinatio } D \\ \text{reflexio } R_0 \end{cases}$

$R = \begin{cases} \frac{9}{10} R_0 \\ \frac{11}{10} R_0 \end{cases}$ wenn $\gamma + x \begin{cases} \text{obere} \\ \text{untere} \end{cases}$ Tafelhälfte.

Mit $\gamma + x + 270^\circ$ entnimm die minuta prop. p_1
 bilde (1) = $D \cdot p_1$

Für das Vorzeichen von (1) gilt die Regel:

wenn $\alpha - x$ obere Tafelhälfte und $\begin{cases} \gamma + x + 270^\circ & \text{obere T. H., so} \\ & \text{untere } \text{„} \end{cases} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix}$

„ „ untere „ „ $\begin{cases} \text{obere } \text{„} \\ \text{untere } \text{„} \end{cases} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$

Mit $\gamma + x + 180^\circ$ entnimm die minuta proport. p_2
 bilde (2) = $R \cdot p_2$

Für das Vorzeichen von (2) gilt die Regel:

wenn $\gamma + x + 180^\circ$ obere T. H. und $\begin{cases} \alpha - x < 180^\circ, \text{ so} \\ \text{„} > 180^\circ \end{cases} \begin{matrix} + \\ - \end{matrix}$

„ „ untere „ $\begin{cases} \text{„} < 180^\circ \\ \text{„} > 180^\circ \end{cases} \begin{matrix} - \\ + \end{matrix}$

bilde endlich (3) = $\frac{3}{8} \cdot p_2$ (stets -)

Dann wird

$b \varphi = (1) + (2) + (3)$

Beispiel. Gesucht die Breite des Merkur für das frühere Datum.
 Bekannt sind: $\alpha - x = 263.53$, $\gamma + x = 339.41$,

so dass $\gamma + x + 270 = 249.41$ und $\gamma + x + 180 = 159.41$.

Mit $\alpha - x$ entnehmen wir: declinatio $D = 0.16$

reflexio $R_0 = 2.27$

$\frac{1}{10} R_0 = 0.23$

$R = 2.04$

Mit $\gamma + x + 270$ entnehmen wir die minut. prop.:

$p_1 = 0.35$

$\times 0.16$

(1) = $+ 0^{\circ}.056$

Mit $\gamma + x + 180$ entnehmen wir nochmals die minut. prop.:

$p_2 = 0.93$

$\times 2.04$

(2) = $+ 1^{\circ}.897$

Endlich wird

(3) = $\frac{3}{8} \times 0.93 = - 0.349$

(1) + (2) = $+ 1.953$

$b \varphi = + 1.604$

Verzeichnis der technischen Ausdrücke.

- Accessus et recessus sphaerae stellatae der periodische Teil der Gesamtpraecession oder die sogen. Trepidation.
- Aequare eine Ungleichung anbringen, korrigieren.
- Aequatio periodische Ungleichung. — aeq. argumenti (y) stellt die Elongation des Planeten vom Mittelpunkt seines Epicykels dar und ist mit dem Winkel im Epicykel tabuliert. — aeq. centri (x) stellt die Ungleichung dar, welche durch die excentrische Stellung der Erde im Deferenten hervorgerufen wird.
- Aequatio dierum Zeitgleichung.
- Argumentum der Winkel im Epicykel, gezählt vom Epicykelapogäum aus. — arg. medium wird vom mittleren Epicykelapog. aus gezählt und wächst gleichförmig. — arg. aequatum, von jenem um x verschieden, wird vom wahren Epicykelapogäum aus gezählt.
- Aux Länge des Apogäums. — a. deferentis Länge d. Deferentenapog. — a. epicycli Epicykelapogäum. Aux schlechthin bedeutet stets das Deferentenapogäum. — Radix augis (ω_0) Länge d. Apog. zur Fundamentalepoche (Chr.).
- Aux propria (ω) instantane Länge des Apogäums, von ω_0 um die aux communis π verschieden.
- Aux communis (π) Gesamtpraecession von Christus bis zum Datum, bestehend aus säkularer Praec. und Trepidation.
- Caput draconis aufsteigender Knoten.
- Cauda draconis absteigender Knoten.
- Centrum Länge des Epicykelmittelpunktes, gezählt vom Apogäum aus. — c. medium mittlere L. etc., wächst gleichförmig. — c. aequatum durch Anbringung von x korrigierte wahre L. des Epicykelmittelp., gezählt vom Apogäum aus.
- Centrum aequans, auch punctum aequans oder centrum aequantis, der Punkt M der Figuren, von dem aus die wahre Bewegung im Deferenten gleichförmig erscheint.
- Deferent der Kreis auf welchem der Mittelpunkt des Epicykels um die Erde herumgeführt wird, während sich der Planet auf der Peripherie des Epicykels bewegt.
- Devatio (deferentis ab ecliptica) derjenige Teil der Breite bei Venus und Merkur, welcher von der Schaukelbewegung ihrer Deferentenebenen um die Ekliptik als mittlere Lage herrührt. Bei Venus stets nördl., bei Merkur stets südl.

Diversitas aspectus Parallaxe.

Diversitas diametri (epicycli oder circuli brevis) Differenz der für mittlere Entfernung tabulierten aequatio argumenti gegen die beiden entsprechenden Werte, die für grösste (Apog.) und kleinste (Perig.) Entfernung gelten. Daher: in longitudinem longiorem und in longitudinem propiorem.

Epicykel der kleinere Kreis, auf dessen Peripherie der Planet selbst herumgeführt wird, während sein Mittelpunkt sich auf dem Deferenten um die Erde bewegt.

Inclinatio derjenige Teil der Breite bei Venus und Merkur, welcher von der Neigung des radialen Durchmessers des Epicykels hervorgerufen wird.

Locus verus wahre Länge.

Longitudo longior, diese Bezeichnung erhalten alle Grössen, die sich auf die Apogäumshälfte des Deferenten beziehen, in welcher die Entfernungen des Epicykelmittelpunktes von der Erde grösser sind als im Mittel. Entsprechend bezieht sich longitudo propior auf die Perigäumshälfte.

Minuta proportionalia Proportionalfaktoren, mit denen das tabulierte Maximum gewisser Grössen zu multiplizieren ist, um die Zwischenwerte von 0 bis zum Tafelwert zu erhalten.

Motus medius allgemein: mittlere Bewegung, speciell: mittlere Länge, gezählt von γ aus. — m. m. capitis draconis die Bewegung des Ω , gezählt in der Richtung dieser Bewegung, also retrograd, von γ aus. Daher gleich 360° — verus locus Ω . — m. m. augium et stellarum fixarum der säkulare Teil der Gesamtpraecession.

Punctum aequans siehe centrum aequans.

Radix der Wert der betreffenden Grösse für die Fundamentalepoche, d. i. Christus, daher auch radix incarnationis Christi.

Reflexio derjenige Teil der Breite bei Venus und Merkur, welcher von der Neigung des tangentialen Durchmessers des Epicykels hervorgerufen wird.

Signum die nächst höhere Einheit über dem Grad im strengen sexagesimalen System. Signa physica betragen 60° , signa communia aber nach Analogie der Zeichen des Tierkreises nur 30° .

Trepidation die irrthümlich angenommene periodische Ungleichheit der Praecessionsbewegung.

Numerische Tafeln.

Tafel I. Praecession.

Jahr	Aux communis π	Jahr	Aux communis π
1250.0	17 ^o .219 ₁₁₀	1450.0	19 ^o .282 ₉₆
1260	17.329 ₁₀₉	1460	19.378 ₉₅
1270	17.438 ₁₀₈	1470	19.473 ₉₅
1280	17.546 ₁₀₈	1480	19.568 ₉₄
1290	17.654 ₁₀₇	1490	19.662 ₉₃
1300	17.761 ₁₀₆	1500	19.755 ₉₂
1310	17.867 ₁₀₅	1510	19.847 ₉₁
1320	17.972 ₁₀₅	1520	19.938 ₉₁
1330	18.077 ₁₀₄	1530	20.029 ₉₀
1340	18.181 ₁₀₄	1540	20.119 ₉₀
1350	18.285 ₁₀₃	1550	20.209 ₈₉
1360	18.388 ₁₀₂	1560	20.298 ₈₈
1370	18.490 ₁₀₁	1570	20.386 ₈₈
1380	18.591 ₁₀₁	1580	20.474 ₈₇
1390	18.692 ₁₀₀	1590	20.561 ₈₆
1400	18.792 ₁₀₀	1600	20.647 ₈₅
1410	18.892 ₉₉	1610	20.732 ₈₄
1420	18.991 ₉₈	1620	20.816 ₈₄
1430	19.089 ₉₇	1630	20.900 ₈₃
1440	19.186 ₉₆	1640	20.983 ₈₂
		1650	21.065 ₈₂

Tafel II.

Am	sind verflossen*)		Jahres- Bruch
	a	b	
Januar	0	0 ^d	0.00
Februar	"	31	0.08
März	"	59	0.16
April	"	90	0.25
Mai	"	120	0.33
Juni	"	151	0.41
Juli	"	181	0.50
August	"	212	0.58
September	"	243	0.67
Oktober	"	273	0.75
November	"	304	0.83
Dezember	"	334	0.92

*) a gewöhnliche, b julianische Schaltjahre.

Tafel III.
Radices augium.

	ω_0
☉ ♀	71 ^o .423
♀	190.659
♂	115.204
♂	153.617
♂	233.395

Tafel IV. Mittlere Bewegungen in Jahren.

Jahre	Sonne	Mond		Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn
	μ_{\odot}	μ_{D}	α_{D}	$\alpha_{\text{♀}}$	$\alpha_{\text{♀}}$	$\mu_{\text{♂}}$	$\mu_{\text{♃}}$	$\mu_{\text{♄}}$
1250.0	287°.280	234°.509	247°.541	353°.73	222°.00	79°.63	302°.95	235°.20
1270.0	287.427	8.072	287.282	8.19	45.65	307.95	190.20	119.89
1290.0	287.574	141.636	327.023	22.65	229.29	176.26	77.44	4.59
1310.0	287.721	275.199	6.763	37.12	52.94	44.58	324.68	249.28
1330.0	287.868	48.762	46.504	51.58	236.59	272.90	211.93	133.97
1350.0	288.015	182.325	86.245	66.04	60.24	141.21	99.17	18.67
1370.0	288.162	315.888	125.985	80.50	243.88	9.53	346.41	263.36
1390.0	288.309	89.452	165.726	94.96	67.53	237.84	233.66	148.05
1410.0	288.456	223.015	205.466	109.42	251.18	106.16	120.90	32.75
1430.0	288.603	356.578	245.207	123.88	74.83	334.48	8.14	277.44
1450.0	288.749	130.141	284.948	138.34	258.47	202.79	255.39	162.13
1470.0	288.896	263.704	324.688	152.80	82.12	71.11	142.63	46.83
1490.0	289.043	37.268	4.429	167.26	265.77	299.42	29.87	291.52
1510.0	289.190	170.831	44.170	181.72	89.42	167.74	277.12	176.22
1530.0	289.337	304.394	83.910	196.19	273.06	36.06	164.36	60.91
1550.0	289.484	77.957	123.651	210.65	96.71	264.37	51.60	305.60
1570.0	289.631	211.521	163.392	225.11	280.36	132.69	298.85	190.30
1590.0	289.778	345.084	203.132	239.57	104.01	1.01	186.09	74.99
1610.0	289.925	118.647	242.873	254.03	287.66	229.32	73.33	319.68
1630.0	290.072	252.210	282.614	268.49	111.30	97.64	320.58	204.38
1650.0	290.219	25.773	322.354	282.95	294.95	325.95	207.82	89.07
1	359.761	129.384	88.721	53.95	225.03	191.28	30.34	12.23
2	359.522	258.768	177.442	107.89	90.06	22.57	60.68	24.45
3	0.268	41.329	279.227	164.95	315.70	214.38	91.11	36.71
4	0.029	170.713	7.948	218.89	180.73	45.66	121.45	48.94
5	359.790	300.097	96.669	272.84	45.76	236.95	151.79	61.17
6	359.551	69.481	185.390	326.78	270.79	68.23	182.13	73.39
7	0.298	212.041	287.175	23.84	136.43	260.04	212.56	85.65
8	0.059	341.425	15.896	77.78	1.46	91.33	242.90	97.88
9	359.820	110.809	104.617	131.73	226.49	282.61	273.24	110.10
10	359.581	240.193	193.338	185.68	91.52	113.90	303.58	122.33
11	0.327	22.754	295.124	242.73	317.16	305.70	334.00	134.59
12	0.088	152.138	23.844	296.68	182.19	136.99	4.35	146.82
13	359.849	281.522	112.565	350.62	47.22	328.27	34.69	159.04
14	359.610	50.906	201.286	44.57	272.25	159.56	65.03	171.27
15	0.357	193.467	303.072	101.62	137.89	351.37	95.45	183.53
16	0.118	322.851	31.793	115.57	2.92	182.65	125.79	195.75
17	359.878	92.235	120.513	209.51	227.95	13.94	156.14	207.98
18	359.639	221.619	209.234	263.46	92.97	205.22	186.48	220.21
19	0.386	4.179	311.020	320.51	318.62	37.03	216.90	232.47
20	0.147	133.563	39.741	14.46	183.65	228.32	247.24	244.69

Tafel V. Mittlere Bewegungen in Tagen, Stunden, Minuten.

	Sonne	Mond		Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn
	μ_{\odot}	μ_{D}	α_{D}	$\alpha_{\text{♀}}$	$\alpha_{\text{♀}}$	$\mu_{\text{♂}}$	$\mu_{\text{♃}}$	$\mu_{\text{♄}}$
Tage								
1	00.986	130.176	130.065	30.11	00.62	00.52	00.08	00.03
2	1.971	26.353	26.130	6.21	1.23	1.05	0.17	0.07
3	2.957	39.529	39.195	9.32	1.85	1.57	0.25	0.10
4	3.943	52.706	52.260	12.43	2.47	2.10	0.33	0.13
5	4.928	65.882	65.325	15.53	3.08	2.62	0.42	0.17
6	5.914	79.058	78.390	18.64	3.70	3.14	0.50	0.20
7	6.900	92.235	91.455	21.75	4.32	3.67	0.58	0.23
8	7.885	105.411	104.520	24.85	4.93	4.19	0.66	0.27
9	8.871	118.588	117.585	27.96	5.55	4.72	0.75	0.30
10	9.856	131.764	130.650	31.07	6.17	5.24	0.83	0.33
20	19.713	263.528	261.300	62.13	12.33	10.48	1.66	0.67
30	29.569	35.292	31.950	93.20	18.50	15.72	2.49	1.00
40	39.426	167.056	162.600	124.27	24.66	20.96	3.33	1.34
50	49.282	298.820	293.249	155.34	30.83	26.20	4.16	1.67
60	59.139	70.584	63.899	186.40	36.99	31.44	4.99	2.01
70	68.995	202.348	194.549	217.47	43.16	36.68	5.82	2.34
80	78.852	334.112	325.199	248.54	49.32	41.93	6.65	2.68
90	88.708	105.876	95.849	279.60	55.49	47.17	7.48	3.01
100	98.565	237.639	226.499	310.67	61.65	52.41	8.31	3.35
200	197.129	115.279	92.998	261.34	123.30	104.81	16.63	6.70
300	295.694	352.918	319.497	212.01	184.95	157.22	24.94	10.45
Std.								
1	0.041	0.549	0.544	0.13	0.03	0.02	0.00	
2	0.082	1.098	1.089	0.26	0.05	0.04	0.01	
3	0.123	1.647	1.633	0.39	0.08	0.07	0.01	0.00
4	0.164	2.196	2.178	0.52	0.10	0.09	0.01	0.01
5	0.205	2.745	2.722	0.65	0.13	0.11	0.02	0.01
6	0.246	3.294	3.266	0.78	0.15	0.13	0.02	0.01
7	0.287	3.843	3.811	0.91	0.18	0.15	0.02	0.01
8	0.329	4.392	4.355	1.04	0.21	0.17	0.03	0.01
9	0.370	4.941	4.899	1.16	0.23	0.20	0.03	0.01
10	0.411	5.490	5.444	1.29	0.26	0.22	0.03	0.01
20	0.821	10.980	10.887	2.59	0.51	0.44	0.07	0.03
Min.								
2	0.001	0.018	0.018	0.00				
4	0.003	0.037	0.036	0.01				
6	0.004	0.055	0.054	0.01				
8	0.005	0.073	0.073	0.02				
10	0.007	0.092	0.091	0.02	0.00	0.00		
20	0.014	0.183	0.181	0.04	0.01	0.01		
30	0.021	0.275	0.272	0.06	0.01	0.01		
40	0.027	0.366	0.363	0.09	0.02	0.01		
50	0.034	0.458	0.454	0.11	0.02	0.02	0.00	0.00

	Aequatio solis		Aequatio solis		Aequatio solis		Aequatio solis				
1	−0.036 +	359	46	−1.513 +	314	91	−2.166 +	269	136	−1.546 +	224
2	0.072	358	47	1.540	313	92	2.167	268	137	1.520	223
3	0.108	357	48	1.566	312	93	2.167	267	138	1.493	222
4	0.143	356	49	1.592	311	94	2.167	266	139	1.464	221
5	0.179	355	50	1.617	310	95	2.166	265	140	1.434	220
6	−0.215 +	354	51	−1.642 +	309	96	−2.164 +	264	141	−1.404 +	219
7	0.251	353	52	1.666	308	97	2.160	263	142	1.374	218
8	0.286	352	53	1.691	307	98	2.156	262	143	1.344	217
9	0.322	351	54	1.715	306	99	2.151	261	144	1.314	216
10	0.358	350	55	1.737	305	100	2.146	260	145	1.283	215
11	−0.393 +	349	56	−1.759 +	304	101	−2.140 +	259	146	−1.252 +	214
12	0.429	348	57	1.781	303	102	2.135	258	147	1.221	213
13	0.465	347	58	1.803	302	103	2.128	257	148	1.187	212
14	0.500	346	59	1.824	301	104	2.121	256	149	1.153	211
15	0.536	345	60	1.846	300	105	2.113	255	150	1.119	210
16	−0.571 +	344	61	−1.864 +	299	106	−2.105 +	254	151	−1.084 +	209
17	0.606	343	62	1.882	298	107	2.097	253	152	1.048	208
18	0.642	342	63	1.902	297	108	2.088	252	153	1.013	207
19	0.677	341	64	1.917	296	109	2.078	251	154	0.978 +	206
20	0.712	340	65	1.936	295	110	2.068	250	155	0.943	205
21	−0.747 +	339	66	−1.953 +	294	111	−2.057 +	249	156	−0.907 +	204
22	0.782	338	67	1.967	293	112	2.044	248	157	0.871	203
23	0.816	337	68	1.981	292	113	2.029	247	158	0.836	202
24	0.851	336	69	1.995	291	114	2.014	246	159	0.800	201
25	0.884	335	70	2.007	290	115	1.998	245	160	0.765	200
26	−0.917 +	334	71	−2.021 +	289	116	−1.982 +	244	161	−0.729 +	199
27	0.950	333	72	2.034	288	117	1.966	243	162	0.693	198
28	0.983	332	73	2.045	287	118	1.949	242	163	0.657	197
29	1.016	331	74	2.056	286	119	1.933	241	164	0.621	196
30	1.048	330	75	2.066	285	120	1.916	240	165	0.585	195
31	−1.079 +	329	76	−2.077 +	284	121	−1.896 +	239	166	−0.548 +	194
32	1.110	328	77	2.088	283	122	1.876	238	167	0.510	193
33	1.141	327	78	2.097	282	123	4.857	237	168	0.472	192
34	1.172	326	79	2.105	281	124	1.837	236	169	0.434	191
35	1.203	325	80	2.113	280	125	1.816	235	170	0.395	190
36	−1.232 +	324	81	−2.120 +	279	126	−1.796 +	234	171	−0.356 +	189
37	1.261	323	82	2.127	278	127	1.772	233	172	0.317	188
38	1.290	322	83	2.134	277	128	1.748	232	173	0.278	187
39	1.318	321	84	2.141	276	129	1.724	231	174	0.239	186
40	1.347	320	85	2.146	275	130	1.699	230	175	0.199	185
41	−1.375 +	319	86	−2.150 +	274	131	−1.674 +	229	176	−0.160 +	184
42	1.403	318	87	2.155	273	132	1.649	228	177	0.120	183
43	1.431	317	88	2.159	272	133	1.624	227	178	0.080	182
44	1.458*	316	89	2.163	271	134	1.598	226	179	0.040	181
45	−1.486 +	315	90	−2.166 +	270	135	−1.572 +	225	180	−0.000 +	180

Tafel VII. Ungleichheiten des Mondes.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Di- vers. dia- met.	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Di- vers. dia- met.	Aequatio argumenti y_0	
1	+ 0°.150 —	0.000	0°.050	— 0°.080 +	359	46	+ 6°.700 —	0.117	1°.700	— 3°.340 +	314
2	0.300		0.083	0.159	358	47	6.833	0.133	1.733	3.399	313
3	0.450		0.117	0.238*	357	48	6.967	0.133	1.750	3.458	312
4	0.600		0.167	0.317	356	49	7.117	0.133	1.783	3.516	311
5	0.750		0.200	0.395	355	50	7.250	0.150	1.800	3.573	310
6	+ 0.883 —	0.000	0.233	— 0.475 +	354	51	+ 7.383 —	0.150	1.817	— 3.628 +	309
7	1.033		0.283	0.553	353	52	7.533	0.150	1.850	3.683	308
8	1.183		0.317	0.632	352	53	7.667	0.167	1.883	3.736	307
9	1.333		0.350	0.710	351	54	7.800	0.167	1.900	3.789	306
10	1.483		0.400	0.788	350	55	7.933	0.167	1.933	3.840	305
11	+ 1.633 —	0.000	0.433	— 0.867 +	349	56	+ 8.067 —	0.183	1.967	— 3.891 +	304
12	1.767		0.017	0.944	348	57	8.200	0.183	1.983	3.941	303
13	1.917		0.017	1.023	347	58	8.333	0.183	2.017	3.990	302
14	2.067		0.017	1.099	346	59	8.467	0.200	2.033	4.038	301
15	2.217		0.017	1.178	345	60	8.600	0.200	2.050	4.084	300
16	+ 2.367 —		0.017	— 1.254 +	344	61	+ 8.733 —	0.217	2.083	— 4.130 +	299
17	2.517		0.017	1.331	343	62	8.867	0.217	2.100	4.174	298
18	2.650		0.017	1.407	342	63	8.983	0.233	2.117	4.218	297
19	2.800		0.017	1.483	341	64	9.117	0.233	2.150	4.260	296
20	2.950		0.033	1.559	340	65	9.250	0.250	2.167	4.301	295
21	+ 3.083 —	0.033	0.817	— 1.634 +	339	66	+ 9.367* —	0.250	2.200	— 4.340 +	294
22	3.233		0.033	1.709	338	67	9.500	0.250	2.217	4.380	293
23	3.383		0.033	1.783	337	68	9.617	0.267	2.233	4.418	292
24	3.517		0.033	1.856	336	69	9.733	0.267	2.250	4.453	291
25	3.667		0.033	1.931	335	70	9.867	0.283	2.267	4.488	290
26	+ 3.817 —	0.033	1.017	— 2.004 +	334	71	+ 9.983 —	0.283	2.283	— 4.523 +	289
27	3.950		0.050	2.077	333	72	10.100	0.300	2.300	4.555	288
28	4.100		0.050	2.149	332	73	10.217	0.300	2.317	4.586	287
29	4.250		0.050	2.221	331	74	10.333	0.317	2.333	4.616	286
30	4.383		0.050	2.291	330	75	10.450	0.317	2.350	4.645	285
31	+ 4.533 —	0.050	1.200	— 2.362 +	329	76	+ 10.567 —	0.333	2.367	— 4.673 +	284
32	4.683		0.050	2.432	328	77	10.683	0.333	2.383	4.699	283
33	4.817		0.067	2.501	327	78	10.800	0.350	2.400	4.725	282
34	4.967		0.067	2.570	326	79	10.917	0.350	2.417	4.748	281
35	5.117		0.067	2.638	325	80	11.033	0.367	2.433	4.771	280
36	+ 5.250 —	0.067	1.383	— 2.706 +	324	81	+ 11.133 —	0.367	2.450	— 4.790 +	279
37	5.400		0.083	2.773	323	82	11.250	0.367	2.467	4.810	278
38	5.550		0.083	2.838	322	83	11.350	0.383	2.483	4.828	277
39	5.683		0.083	2.904	321	84	11.450	0.383	2.500	4.844	276
40	5.833		0.083	2.969	320	85	11.550	0.400	2.517	4.861	275
41	+ 5.983 —	0.100	1.550	— 3.033 +	319	86	+ 11.650 —	0.400	2.533	— 4.875 +	274
42	6.117		0.100	3.096	318	87	11.733	0.417	2.550	4.886	273
43	6.267		0.100	3.159	317	88	11.833	0.417	2.567	4.897	272
44	6.417		0.117	3.221	316	89	11.917	0.433	2.583	4.907	271
45	+ 6.550 —	0.117	1.667	— 3.281 +	315	90	+ 12.000 —	0.433	2.600	— 4.915 +	270

Tafel VII. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Di- vers. dia- met.	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Di- vers. dia- met.	Aequatio argumenti y_0	
91	+ 12 ^o .083 —	0.450	2 ^o .617	— 4 ^o .922 +	269	136	+ 11 ^o .767 —	0.833	2 ^o .150	— 3 ^o .643 +	224
92	12.167	0.450	2.617	4.927	268	137	11.633	0.833	2.117	3.582	223
93	12.250	0.467	2.633	4.931	267	138	11.483	0.850	2.083	3.518	222
94	12.333	0.467	2.633	4.932	266	139	11.333	0.850	2.050	3.453	221
95	12.400	0.483	2.633	4.933*	265	140	11.183	0.867	2.017	3.386	220
96	+ 12.467 —	0.500	2.633	— 4.933 +	264	141	+ 11.033 —	0.867	1.967	— 3.319 +	219
97	12.533	0.500	2.633	4.929	263	142	10.883	0.883	1.933	3.251	218
98	12.600	0.517	2.650	4.924	262	143	10.717	0.883	1.900	3.181	217
99	12.650	0.517	2.650	4.918	261	144	10.550	0.883	1.850	3.110	216
100	12.700	0.533	2.650	4.911	260	145	10.367	0.900	1.817	3.037	215
101	+ 12.750 —	0.533	2.650	— 4.903 +	259	146	+ 10.183 —	0.900	1.767	— 2.964 +	214
102	12.800	0.550	2.650	4.894	258	147	10.000	0.900	1.717	2.889	213
103	12.850	0.550	2.667	4.883	257	148	9.800	0.917	1.683	2.814	212
104	12.900	0.567	2.667	4.871	256	149	9.583	0.917	1.633	2.737	211
105	12.933	0.583	2.667	4.856	255	150	9.367	0.917	1.583	2.660	210
106	+ 12.967 —	0.583	2.667	— 4.839 +	254	151	+ 9.133 —	0.933	1.533	— 2.581 +	209
107	13.000	0.600	2.667	4.822	253	152	8.883	0.933	1.483	2.502	208
108	13.033	0.600	2.667	4.803	252	153	8.633	0.933	1.433	2.421	207
109	13.067	0.617	2.667	4.782	251	154	8.367	0.933	1.400	2.339	206
110	13.083	0.617	2.650	4.759	250	155	8.083	0.950	1.350	2.257	205
111	+ 13.100 —	0.633	2.650	— 4.735 +	249	156	+ 7.800 —	0.950	1.300	— 2.174 +	204
112	13.117	0.633	2.633	4.709	248	157	7.517	0.950	1.267	2.089	203
113	13.133	0.650	2.633	4.683	247	158	7.233	0.950	1.217	2.005	202
114	13.150	0.650	2.617	4.654	246	159	6.933	0.950	1.167	1.919	201
115	13.150	0.667	2.600	4.625	245	160	6.650	0.967	1.133	1.833	200
116	+ 13.133 —	0.667	2.583	— 4.593 +	244	161	+ 6.350 —	0.967	1.083	— 1.745 +	199
117	13.117	0.683	2.567	4.561	243	162	6.050	0.967	1.033	1.657	198
118	13.100	0.683	2.550	4.526	242	163	5.750	0.967	0.983	1.569	197
119	13.083	0.700	2.533	4.489	241	164	5.450	0.967	0.933	1.481	196
120	13.067	0.717	2.517	4.450	240	165	5.133	0.983	0.867	1.390	195
121	+ 13.050 —	0.717	2.500	— 4.411 +	239	166	+ 4.817 —	0.983	0.817	— 1.300 +	194
122	13.017	0.733	2.483	4.370	238	167	4.500	0.983	0.767	1.212	193
123	12.983	0.733	2.450	4.328	237	168	4.183	0.983	0.700	1.119	192
124	12.933	0.750	2.433	4.283	236	169	3.867	0.983	0.650	1.027	191
125	12.883	0.750	2.417	4.237	235	170	3.533	0.983	0.600	0.934	190
126	+ 12.833 —	0.750	2.383	— 4.189 +	234	171	+ 3.200 —	0.983	0.533	— 0.842 +	189
127	12.767	0.767	2.367	4.141	233	172	2.867	1.000*	0.483	0.749	188
128	12.683	0.767	2.350	4.092	232	173	2.533	1.000*	0.417	0.656	187
129	12.600	0.783	2.317	4.041	231	174	2.183	1.000	0.350	0.396	186
130	12.500	0.783	2.300	3.989	230	175	1.833	1.000	0.300	0.470	185
131	+ 12.383 —	0.783	2.283	— 3.934 +	229	176	+ 1.483 —	1.000	0.250	— 0.376 +	184
132	12.267	0.800	2.250	3.880	228	177	1.117	1.000	0.183	0.283	183
133	12.150	0.800	2.233	3.823	227	178	0.750	1.000	0.133	0.194	182
134	12.033	0.817	2.200	3.764	226	179	0.383	1.000	0.067	0.094	181
135	+ 11.900 —	0.817	2.167	— 3.705 +	225	180	+ 0.000 —	1.000	0.000	— 0.000 +	180

Tafel VIII. Ungleichheiten des Merkur.

	Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diam. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀			Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diamet. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀		
1	— 0 ^o .05 +	1.00 <i>l</i>	0 ^o .03 0 ^o .02	+ 0 ^o .28 —	359	46	— 1 ^o .95 +	0.42 <i>l</i>	1 ^o .25 0 ^o .73	+ 12 ^o .08 —	314	
2	0.10	1.00	0.07 0.03	0.55	358	47	1.98	0.40	1.27 0.75	12.32	313	
3	0.15	1.00	0.08 0.05	0.82	357	48	2.02	0.38	1.30 0.77	12.57	312	
4	0.20	0.98	0.12 0.07	1.08	356	49	2.07	0.35	1.33 0.78	12.80	311	
5	0.25	0.98	0.15 0.07	1.37	355	50	2.10	0.33	1.37 0.80	13.03	310	
6	— 0.28 +	0.98 <i>l</i>	0.17 0.08	+ 1.63 —	354	51	— 2.13 +	0.32 <i>l</i>	1.38 0.80	+ 13.27 —	309	
7	0.33	0.97	0.20 0.10	1.92	353	52	2.17	0.28	1.42 0.82	13.50*	308	
8	0.38	0.97	0.23 0.12	2.18	352	53	2.22	0.27	1.45 0.83	13.73	307	
9	0.42	0.97	0.25 0.13	2.45	351	54	2.23	0.25	1.47 0.85	13.90	306	
10	0.47	0.95	0.28 0.15	2.73	350	55	2.27	0.22	1.50 0.87	14.20	305	
11	— 0.50 +	0.95 <i>l</i>	0.32 0.17	+ 3.00 —	349	56	— 2.30 +	0.20 <i>l</i>	1.53 0.88	+ 14.43 —	304	
12	0.55	0.95	0.33 0.18	3.27	348	57	2.32	0.18	1.57 0.90	14.65*	303	
13	0.58	0.93	0.37 0.20	3.53	347	58	2.35	0.15	1.60 0.90	14.87	302	
14	0.63	0.93	0.38 0.22	3.80	346	59	2.38	0.13	1.63 0.92	15.08	301	
15	0.67	0.92	0.40 0.23	4.08	345	60	2.42	0.12	1.65 0.93	15.30	300	
16	— 0.72 +	0.92 <i>l</i>	0.43 0.25	+ 4.35 —	344	61	— 2.45 +	0.08 <i>l</i>	1.68 0.95	+ 15.52 —	299	
17	0.75	0.90	0.47 0.27	4.62	343	62	2.48	0.07	1.72 0.97	15.73	298	
18	0.80	0.90	0.48 0.28	4.88	342	63	2.52	0.03	1.73 1.00	15.93	297	
19	0.83	0.88	0.52 0.30	5.15	341	64	2.55	0.02 <i>l</i>	1.77 1.02	16.15	296	
20	0.88	0.88	0.55 0.32	5.42	340	65	2.57	0.02* <i>p</i>	1.80 1.03	16.35	295	
21	— 0.92 +	0.87 <i>l</i>	0.57 0.33	+ 5.68 —	339	66	— 2.60 +	0.03 <i>p</i>	1.82 1.07	+ 16.55 —	294	
22	0.97	0.85	0.60 0.35	5.95	338	67	2.63	0.07	1.85 1.08	16.75	293	
23	1.00	0.85	0.63 0.37	6.22	337	68	2.67	0.10	1.88 1.10	16.95	292	
24	1.03	0.83	0.65 0.38	6.48	336	69	2.68	0.13	1.90 1.12	17.15	291	
25	1.08	0.82	0.68 0.40	6.75	335	70	2.72	0.17	1.93 1.13	17.35	290	
26	— 1.13 +	0.80 <i>l</i>	0.72 0.40	+ 7.02 —	334	71	— 2.73 +	0.20 <i>p</i>	1.97 1.15	+ 17.53 —	289	
27	1.17	0.78	0.73 0.42	7.28	333	72	2.75	0.23	1.98 1.18	17.72	288	
28	1.22	0.77	0.77 0.43	7.55	332	73	2.78	0.27	2.02 1.20	17.90	287	
29	1.25	0.75	0.80 0.45	7.82	331	74	2.80	0.30	2.05 1.22	18.08	286	
30	1.28	0.73	0.82 0.47	8.07	330	75	2.82	0.33	2.07 1.23	18.27	285	
31	— 1.33 +	0.72 <i>l</i>	0.85 0.48	+ 8.33 —	329	76	— 2.83 +	0.37 <i>p</i>	2.10 1.25	+ 18.45 —	284	
32	1.38	0.70	0.88 0.50	8.58	328	77	2.85	0.40	2.13 1.27	18.62	283	
33	1.42	0.68	0.90 0.52	8.83	327	78	2.87	0.42	2.15 1.28	18.78	282	
34	1.47	0.67	0.93 0.53	9.10	326	79	2.88	0.45	2.18 1.30	18.95	281	
35	1.50	0.65	0.97 0.55	9.35	325	80	2.90	0.48	2.22 1.32	19.12	280	
36	— 1.55 +	0.63 <i>l</i>	0.98 0.57	+ 9.60 —	324	81	— 2.92 +	0.50 <i>p</i>	2.23 1.33	+ 19.27 —	279	
37	1.60	0.60	1.02 0.58	9.85	323	82	2.93	0.53	2.25 1.35	19.42	278	
38	1.63	0.58	1.03 0.60	10.10	322	83	2.95	0.57	2.30 1.37	19.57	277	
39	1.67	0.57	1.07 0.62	10.35	321	84	2.97	0.58	2.32 1.38	19.73	276	
40	1.72	0.55	1.08 0.63	10.60	320	85	2.97	0.62	2.35 1.40	19.88	275	
41	— 1.75 +	0.53 <i>l</i>	1.12 0.65	+ 10.85 —	319	86	— 2.98 +	0.63 <i>p</i>	2.38 1.42	+ 20.03 —	274	
42	1.78	0.52	1.13 0.67	11.10	318	87	2.98	0.67	2.40 1.43	20.17	273	
43	1.83	0.48	1.17 0.68	11.35	317	88	3.00	0.68	2.43 1.45	20.30	272	
44	1.87	0.47	1.20 0.70	11.60	316	89	3.00	0.72	2.47 1.47	20.42	271	
45	— 1.90 +	0.45 <i>l</i>	1.22 0.72	+ 11.83 —	315	90	— 3.02 +	0.73 <i>p</i>	2.48 1.48	+ 20.55 —	270	

Tafel VIII. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	-3°.02 +	0.77 p	2°.52 1°.50	+ 20°.67 -	269	136	-2°.15 +	0.93 p	3°.13 2°.02	+ 19°.62 -	224
92	3.02	0.78	2.55 1.52	20.78	268	137	2.12	0.92	3.12 2.00	19.40	223
93	3.03	0.80	2.57 1.53	20.90	267	138	2.07	0.92	3.10 2.00	19.17	222
94	3.03	0.82	2.60 1.55	21.02	266	139	2.03	0.90	3.08 2.00	18.92	221
95	3.03	0.83	2.63 1.57	21.12	265	140	2.00	0.90	3.07 2.00	18.67	220
96	-3.03 +	0.83 p	2.65 1.58	+ 21.22 -	264	141	-1.95 +	0.88 p	3.03 2.00	+ 18.40 -	219
97	3.03	0.85	2.68 1.60	21.32	263	142	1.92	0.88	3.02 1.98	18.12	218
98	3.02	0.87	2.72 1.62	21.40	262	143	1.87	0.87	2.98 1.98	17.83	217
99	3.02	0.88	2.73 1.63	21.48	261	144	1.82	0.87	2.95 1.97	17.53	216
100	3.02	0.90	2.77 1.65	21.57	260	145	1.78	0.85	2.92 1.95	17.23	215
101	-3.00 +	0.92 p	2.80 1.67	+ 21.63 -	259	146	-1.73 +	0.85 p	2.88 1.92	+ 16.92 -	214
102	3.00*	0.93	2.82 1.68	21.70	258	147	1.68	0.83	2.85 1.88	16.58	213
103	2.98	0.93	2.83 1.70	21.77	257	148	1.63	0.82	2.80 1.85	16.23	212
104	2.98	0.95	2.87 1.72	21.82	256	149	1.58	0.82	2.75 1.82	15.88	211
105	2.97	0.95	2.88 1.73	21.87	255	150	1.53	0.80	2.70 1.78	15.52	210
106	-2.97 +	0.97 p	2.92 1.75	+ 21.92 -	254	151	-1.50 +	0.80 p	2.65 1.75	+ 15.13* -	209
107	2.95	0.97	2.95 1.77	21.95	253	152	1.45	0.78	2.60 1.72	14.73	208
108	2.93	0.97	2.97 1.78	21.98	252	153	1.40	0.78	2.53 1.68	14.33	207
109	2.92	0.98	3.00 1.80	22.00	251	154	1.35	0.77	2.48 1.65	13.92	206
110	2.90	0.98	3.02 1.82	22.02	250	155	1.30	0.77	2.42 1.62	13.48	205
111	-2.88 +	0.98 p	3.03*1.83	+ 22.03 -	249	156	-1.25 +	0.75 p	2.35 1.57	+ 13.05 -	204
112	2.87	0.98	3.05*1.85	22.03	248	157	1.20	0.75	2.28 1.53	12.60	203
113	2.85	1.00	3.05 1.87	22.02	247	158	1.15	0.73	2.22 1.48	12.15	202
114	2.83	1.00	3.07 1.88	22.00	246	159	1.10	0.73	2.15 1.43	11.68	201
115	2.82	1.00	3.07 1.90	21.98	245	160	1.05	0.72	2.08 1.38	11.20	200
116	-2.80 +	1.00 p	3.08 1.92	+ 21.97 -	244	161	-1.00 +	0.72 p	2.00 1.33	+ 10.72 -	199
117	2.77	1.00	3.10 1.92	21.93	243	162	0.95	0.72	1.92 1.28	10.22	198
118	2.75	1.00	3.10 1.93	21.88	242	163	0.90	0.70	1.83 1.23	9.72	197
119	2.72	1.00	3.12 1.95	21.83	241	164	0.85	0.70	1.73 1.18	9.20	196
120	2.68	1.00	3.13 1.95	21.78	240	165	0.80	0.70	1.63 1.12	8.67	195
121	-2.65 +	1.00 p	3.13 1.97	+ 21.72 -	239	166	-0.75 +	0.70 p	1.53 1.07	+ 8.12 -	194
122	2.62	1.00	3.15 1.97	21.63	238	167	0.70	0.68	1.43 1.00	7.57	193
123	2.58	1.00	3.15 1.97	21.55	237	168	0.65	0.68	1.32 0.93	7.02	192
124	2.57	0.98	3.15 1.98	21.45	236	169	0.58	0.68	1.22 0.87	6.45	191
125	2.53	0.98	3.17 1.98	21.35	235	170	0.53	0.68	1.12 0.78	5.88	190
126	-2.50 +	0.98 p	3.17 1.98	+ 21.25 -	234	171	-0.47 +	0.68 p	1.02 0.72	+ 5.32 -	189
127	2.47	0.98	3.18 2.00	21.13	233	172	0.42	0.68	0.92 0.63	4.73	188
128	2.43	0.97	3.18 2.00	21.02	232	173	0.37	0.67	0.80 0.55	4.17	187
129	2.40	0.97	3.20 2.00	20.88	231	174	0.32	0.67	0.70 0.47	3.58	186
130	2.37	0.97	3.20 2.00	20.73	230	175	0.27	0.67	0.58 0.40	3.00	185
131	-2.33 +	0.95 p	3.20 2.02	+ 20.58 -	229	176	-0.22* +	0.67 p	0.47 0.32	+ 2.40 -	184
132	2.30	0.95	3.18 2.02	20.42	228	177	0.15	0.67	0.35 0.23	1.80	183
133	2.27	0.95	3.18 2.02	20.23	227	178	0.10	0.67	0.23 0.17	1.20	182
134	2.23	0.93	3.17 2.02	20.03	226	179	0.05	0.67	0.12 0.08	0.60	181
135	-2.18 +	0.93 p	3.15 2.02	+ 19.83 -	225	180	-0.00 +	0.67 p	0.00 0.00	+ 0.00 -	180

Tafel IX. Ungleichheiten der Venus.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0		
1	-0.03 +	1.00	0.00* 0.00	+ 0.43 -	359	46	-1.52 +	0.70	0.23 0.23	+ 19.05 -	314	
2	0.05	1.00	0.02* 0.02	0.85	358	47	1.53	0.70	0.25 0.25	19.45	313	
3	0.10	1.00	0.02 0.02	1.27	357	48	1.57	0.68	0.25 0.25	19.85	312	
4	0.15	1.00	0.02 0.02	1.68	356	49	1.60	0.67	0.25 0.25	20.25	311	
5	0.18	1.00	0.02 0.03	2.10	355	50	1.62	0.67	0.27 0.27	20.65	310	
6	-0.22 +	1.00	0.02 0.03	+ 2.52 -	354	51	-1.65 +	0.65	0.27 0.27	+ 21.05 -	309	
7	0.25	1.00	0.02 0.03	2.93	353	52	1.67	0.63	0.27 0.27	21.45	308	
8	0.28	0.98	0.02 0.05	3.35	352	53	1.70	0.62	0.28 0.28	21.85	307	
9	0.32	0.98	0.03 0.05	3.77	351	54	1.72	0.60	0.28 0.28	22.25	306	
10	0.35	0.98	0.03 0.05	4.18	350	55	1.73	0.58	0.28 0.28	22.65	305	
11	-0.40 +	0.98	0.03 0.07	+ 4.60 -	349	56	-1.77 +	0.57	0.30 0.30	+ 23.05 -	304	
12	0.43	0.98	0.05 0.07	5.02	348	57	1.78	0.55	0.30 0.30	23.45	303	
13	0.47	0.97	0.05 0.07	5.43	347	58	1.80	0.53	0.30 0.30	23.85	302	
14	0.50	0.97	0.05 0.08	5.85	346	59	1.83	0.52	0.32 0.32	24.25	301	
15	0.53	0.97	0.07 0.08	6.27	345	60	1.85	0.50	0.32 0.32	24.63	300	
16	-0.57 +	0.95	0.07 0.08	+ 6.68 -	344	61	-1.87 +	0.48	0.32 0.32	+ 25.03 -	299	
17	0.60	0.95	0.08 0.10	7.10	343	62	1.88	0.47	0.33 0.33	25.42	298	
18	0.63	0.95	0.08 0.10	7.52	342	63	1.90	0.45	0.33 0.33	25.80	297	
19	0.68	0.93	0.08 0.10	7.93	341	64	1.92	0.43	0.33 0.35	26.18	296	
20	0.72	0.93	0.10 0.12	8.35	340	65	1.93	0.42	0.35 0.35	26.57	295	
21	-0.75 +	0.93	0.10 0.12	+ 8.77 -	339	66	-1.95 +	0.40	0.35 0.37	+ 26.95 -	294	
22	0.78	0.92	0.10 0.12	9.18	338	67	1.97	0.38	0.37 0.37	27.33	293	
23	0.82	0.92	0.12 0.13	9.60	337	68	1.98	0.37	0.37 0.38	27.72	292	
24	0.85	0.92	0.12 0.13	10.02	336	69	2.00	0.35	0.38 0.38	28.10	291	
25	0.88	0.90	0.12 0.13	10.43	335	70	2.02	0.33	0.38 0.40	28.48	290	
26	-0.92 +	0.90	0.13 0.15	+ 10.85 -	334	71	-2.02 +	0.32	0.40 0.40	+ 28.87 -	289	
27	0.95	0.88	0.13 0.15	11.27	333	72	2.03	0.30	0.40 0.42	29.23	288	
28	0.98	0.88	0.13 0.15	11.68	332	73	2.05	0.27	0.42 0.42	29.62	287	
29	1.02	0.87	0.15 0.17	12.10	331	74	2.05	0.25	0.42 0.43	29.98	286	
30	1.05	0.87	0.15 0.17	12.50	330	75	2.07	0.23	0.42 0.45	30.35	285	
31	-1.08 +	0.85	0.15 0.17	+ 12.92 -	329	76	-2.08 +	0.22	0.43 0.45	+ 30.72 -	284	
32	1.12	0.85	0.17 0.18	13.33	328	77	2.08	0.20	0.43 0.47	31.08	283	
33	1.15	0.83	0.17 0.18	13.73	327	78	2.10	0.18	0.43 0.47	31.45	282	
34	1.17	0.83	0.17 0.18	14.15	326	79	2.10	0.17	0.45 0.48	31.82	281	
35	1.20	0.82	0.18 0.18	14.57	325	80	2.12	0.15	0.45 0.48	32.18	280	
36	-1.23 +	0.82	0.18 0.20	+ 14.97 -	324	81	-2.12 +	0.13	0.47 0.50	+ 32.55 -	279	
37	1.27	0.80	0.18 0.20	15.38	323	82	2.13	0.12	0.47 0.50	32.92	278	
38	1.28	0.80	0.20 0.20	15.80	322	83	2.13	0.10	0.48 0.52	33.28	277	
39	1.32	0.78	0.20 0.20	16.20	321	84	2.15	0.08	0.50 0.52	33.63	276	
40	1.35	0.78	0.20 0.22	16.62	320	85	2.15	0.07	0.50 0.53	34.00	275	
41	-1.37 +	0.77	0.22 0.22	+ 17.02 -	319	86	-2.15 +	0.05	0.52 0.53	+ 34.35 -	274	
42	1.40	0.75	0.22 0.22	17.42	318	87	2.17	0.03	0.53 0.55	34.70	273	
43	1.43	0.75	0.22 0.22	17.83	317	88	2.17	0.02	0.53 0.55	35.05	272	
44	1.45	0.73	0.23 0.23	18.23	316	89	2.17	0.00*	0.55 0.57	35.40	271	
45	-1.48 +	0.72	0.23 0.23	+ 18.63 -	315	90	-2.17 +	0.02	0.55 0.57	+ 35.73 -	270	

Tafel IX. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	-2° 17 +	0.05 p	0° 57 0° 58	+ 36° 07 -	269	136	-1° 55 +	0.75 p	1° 18 1° 27	+ 45° 98 -	224
92	2.17	0.07	0.58 0.60	36.40	268	137	1.52	0.77	1.20 1.28	45.97	223
93	2.17	0.08	0.58 0.62	36.73	267	138	1.50	0.78	1.23 1.32	45.95	222
94	2.17	0.10	0.60 0.62	37.07	266	139	1.47	0.78	1.25 1.33	45.92	221
95	2.17	0.12	0.60 0.63	37.38	265	140	1.43	0.80	1.28 1.35	45.85	220
96	-2.17 +	0.13 p	0.62 0.63	+ 37.72 -	264	141	-1.40 +	0.80 p	1.32 1.38	+ 45.77 -	219
97	2.17	0.15	0.62 0.65	38.03	263	142	1.38	0.82	1.35 1.40	45.65	218
98	2.17	0.17	0.63 0.67	38.35	262	143	1.35	0.82	1.38 1.42	45.52	217
99	2.15	0.18	0.63 0.67	38.67	261	144	1.32	0.83	1.40 1.45	45.35	216
100	2.15	0.20	0.65 0.68	38.98	260	145	1.28	0.83	1.43 1.47	45.15	215
101	-2.15 +	0.22 p	0.65 0.70	+ 39.28 -	259	146	-1.25 +	0.85 p	1.47 1.50	+ 44.92 -	214
102	2.13	0.23	0.67 0.72	39.58	258	147	1.22	0.85	1.48 1.53	44.65	213
103	2.13	0.25	0.68 0.72	39.88	257	148	1.18*	0.87	1.52 1.57	44.35	212
104	2.12	0.27	0.68 0.73	40.18	256	149	1.15*	0.87	1.53 1.60	44.02	211
105	2.12	0.28	0.70 0.75	40.48	255	150	1.12	0.88	1.55 1.63	43.65	210
106	-2.10 +	0.30 p	0.70 0.77	+ 40.77 -	254	151	-1.08 +	0.88 p	1.58 1.67	+ 43.25 -	209
107	2.10	0.32	0.72 0.78	41.05	253	152	1.05	0.90	1.60 1.70	42.80	208
108	2.08	0.33	0.73 0.78	41.33	252	153	1.02	0.90	1.62 1.73	42.30	207
109	2.08	0.35	0.75 0.80	41.62	251	154	0.98	0.92	1.63 1.77	41.75	206
110	2.07	0.37	0.77 0.82	41.88	250	155	0.95	0.92	1.65 1.78	41.13	205
111	-2.07 +	0.38 p	0.78 0.83	+ 42.15 -	249	156	-0.92 +	0.93 p	1.65 1.80	+ 40.47 -	204
112	2.05	0.40	0.80 0.85	42.40	248	157	0.87	0.93	1.67 1.82	39.77	203
113	2.03	0.42	0.82 0.87	42.65	247	158	0.83	0.93	1.67 1.83	38.97	202
114	2.02	0.43	0.83 0.87	42.88	246	159	0.80	0.95	1.68 1.85	38.12	201
115	2.00	0.45	0.85 0.88	43.12	245	160	0.77	0.95	1.68 1.85	37.20	200
116	-1.98 +	0.47 p	0.85 0.90	+ 43.35 -	244	161	-0.73 +	0.95 p	1.70 1.87	+ 36.20 -	199
117	1.97	0.48	0.87 0.92	43.58	243	162	0.70	0.95	1.70 1.87	35.12	198
118	1.95	0.50	0.88 0.93	43.80	242	163	0.67	0.97	1.68 1.87	33.95	197
119	1.93	0.52	0.90 0.93	44.02	241	164	0.62	0.97	1.67 1.85	32.73	196
120	1.92	0.52	0.90 0.95	44.22	240	165	0.58	0.97	1.63 1.83	31.40	195
121	-1.90 +	0.53 p	0.92 0.97	+ 44.42 -	239	166	-0.55 +	0.97 p	1.60 1.80	+ 29.97 -	194
122	1.88	0.55	0.93 0.98	44.60	238	167	0.52	0.97	1.57 1.77	28.42	193
123	1.87	0.57	0.95 1.00	44.78	237	168	0.47	0.98	1.52 1.72	26.77	192
124	1.83	0.58	0.97 1.02	44.95	236	169	0.43	0.98	1.47 1.63	25.03	191
125	1.82 *	0.60	0.98 1.03	45.10	235	170	0.40	0.98	1.40 1.55	23.20	190
126	-1.80 * +	0.62 p	1.00 1.05	+ 45.23 -	234	171	-0.35 +	0.98 p	1.32 1.45	+ 21.25 -	189
127	1.77	0.63	1.02 1.08	45.35	233	172	0.32	0.98	1.20 1.35	19.18	188
128	1.75	0.65	1.03 1.10	45.45	232	173	0.28	0.98	1.07 1.23	17.03	187
129	1.73	0.67	1.05 1.13	45.55	231	174	0.23	1.00	0.95 1.10	14.78	186
130	1.70	0.67	1.07 1.15	45.65	230	175	0.20	1.00	0.80 0.95	12.43	185
131	-1.68 +	0.68 p	1.08 1.17	+ 45.75 -	229	176	-0.17 +	1.00 p	0.67 0.77	+ 10.07 -	184
132	1.65	0.70	1.10 1.18	45.83	228	177	0.12	1.00	0.52 0.58	7.63	183
133	1.63	0.72	1.12 1.20	45.90	227	178	0.08	1.00	0.35 0.40	5.15	182
134	1.60	0.73	1.15 1.22	45.95	226	179	0.05	1.00	0.18 0.20	2.60	181
135	-1.57 +	0.73 p	1.17 1.25	+ 45.98 -	225	180	-0.00 +	1.00 p	0.00 0.00	+ 0.00 -	180

Tafel X. Ungleichheiten des Mars.

	Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diam. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀			Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diam. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀	
1	−0°.18 +	1.00	0°.03 0°.03	+ 0°.40 −	359	46	−7°.68 +	0.70	1°.10 1°.22	+ 18°.02 −	314
2	0.37	1.00	0.05 0.05	0.70	358	47	7.82	0.68	1.13 1.25	18.40	313
3	0.55	1.00	0.07 0.07	1.20	357	48	7.95	0.67	1.15 1.27	18.77	312
4	0.73	1.00	0.10 0.10	1.60	356	49	8.08	0.67	1.18 1.30	19.15	311
5	0.92	1.00	0.12 0.12	2.00	355	50	8.22	0.65	1.20 1.33	19.52	310
6	−1.08 +	1.00	0.13 0.15	+ 2.40 −	354	51	−8.33 +	0.63	1.23 1.37	+ 19.88 −	309
7	1.27	0.98	0.17 0.17	2.80	353	52	8.45	0.62	1.25 1.40	20.27	308
8	1.45	0.98	0.18 0.20	3.20	352	53	8.58	0.60	1.28 1.43	20.63	307
9	1.63	0.98	0.20 0.22	3.60	351	54	8.70	0.58	1.30 1.47	21.00	306
10	1.82	0.98	0.23 0.25	3.98	350	55	8.83	0.57	1.33 1.50	21.38	305
11	−2.00 +	0.98	0.25 0.27	+ 4.38 −	349	56	−8.95 +	0.55	1.35 1.53	+ 21.75 −	304
12	2.17	0.98	0.27 0.30	4.77	348	57	9.07	0.53	1.38 1.57	22.12	303
13	2.35	0.97	0.30 0.33	5.17	347	58	9.18	0.52	1.40 1.60	22.48	302
14	2.53	0.97	0.32 0.35	5.57	346	59	9.30	0.50	1.43 1.63	22.85	301
15	2.70	0.97	0.33 0.38	5.95	345	60	9.40	0.50	1.45 1.67	23.22	300
16	−2.88 +	0.95	0.37 0.40	+ 6.35 −	344	61	−9.52 +	0.48	1.48 1.70	+ 23.58 −	299
17	3.05	0.95	0.38 0.43	6.73	343	62	9.62	0.47	1.50 1.73	23.95	298
18	3.22	0.95	0.40 0.47	7.13	342	63	9.72	0.45	1.53 1.77	24.30	297
19	3.40	0.93	0.43 0.48	7.53	341	64	9.82	0.43	1.57 1.80	24.67	296
20	3.58	0.93	0.45 0.52	7.93	340	65	9.92	0.42	1.60 1.83	25.02	295
21	−3.75 +	0.93	0.47 0.53	+ 8.32 −	339	66	−10.00 +	0.40	1.62 1.88	+ 25.37 −	294
22	3.93	0.92	0.50 0.57	8.72	338	67	10.08	0.38	1.65 1.92	25.73	293
23	4.10	0.92	0.53 0.58	9.10	337	68	10.17	0.37	1.68 1.95	26.08	292
24	4.27	0.92	0.55 0.62	9.50	336	69	10.25	0.35	1.72 1.98	26.43	291
25	4.43	0.90	0.58 0.63	9.90	335	70	10.33	0.33	1.75 2.02	26.78	290
26	−4.60 +	0.90	0.62 0.67	+ 10.30 −	334	71	−10.42 +	0.32	1.78 2.05	+ 27.13 −	289
27	4.77	0.88	0.63 0.68	10.68	333	72	10.48	0.28	1.82 2.10	27.48	288
28	4.93	0.88	0.67 0.72	11.08	332	73	10.57	0.27	1.85 2.13	27.83	287
29	5.10	0.87	0.68 0.73	11.47	331	74	10.63	0.25	1.88 2.17	28.18	286
30	5.27	0.87	0.70 0.77	11.85	330	75	10.70	0.23	1.92 2.20	28.52	285
31	−5.43 +	0.85	0.73 0.80	+ 12.25 −	329	76	−10.77 +	0.22	1.95 2.23	+ 28.87 −	284
32	5.60	0.85	0.75 0.83	12.63	328	77	10.83	0.20	1.98 2.27	29.20	283
33	5.75	0.83	0.78 0.85	13.02	327	78	10.88	0.18	2.02 2.32	29.53	282
34	5.92	0.83	0.80 0.88	13.42	326	79	10.95	0.17	2.05 2.35	29.87	281
35	6.07	0.82	0.83 0.92	13.80	325	80	11.00	0.15	2.08 2.38	30.20	280
36	−6.22 +	0.82	0.85 0.93	+ 14.18 −	324	81	−11.05 +	0.13	2.13 2.43	+ 30.53 −	279
37	6.37	0.80	0.88 0.97	14.57	323	82	11.10	0.12	2.17 2.47	30.87	278
38	6.52	0.78	0.90 1.00	14.95	322	83	11.15	0.08	2.20 2.50	31.18	277
39	6.67	0.78	0.93 1.02	15.33	321	84	11.20	0.07	2.23 2.55	31.50	276
40	6.82	0.77	0.95 1.05	15.72	320	85	11.25	0.05	2.27 2.58	31.82	275
41	−6.97 +	0.75	0.98 1.08	+ 16.10 −	319	86	−11.28 +	0.03	2.30 2.63	+ 32.13 −	274
42	7.12	0.75	1.00 1.10	16.48	318	87	11.32	0.02	2.33 2.68	32.45	273
43	7.27	0.73	1.03 1.13	16.87	317	88	11.35	0.02	2.38 2.72	32.77	272
44	7.40	0.73	1.05 1.17	17.25	316	89	11.37	0.03	2.42 2.77	33.07	271
45	−7.53 +	0.72	1.08 1.18	+ 17.63 −	315	90	−11.38 +	0.05	2.45 2.82	+ 33.37 −	270

Tafel X. Fortsetzung.

	Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diam. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀			Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diamet. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀	
91	- 11° 38' +	0.07 <i>p</i>	2° 50' 2° 87'	+ 33° 67' -	269	136	- 8° 53' +	0.72 <i>p</i>	4° 80' 6° 02'	+ 40° 92' -	224
92	11.40	0.08	2.53 2.92	33.97	268	137	8.38	0.73	4.87 6.13	40.83	223
93	11.40	0.10	2.58 2.95	34.25	267	138	8.23	0.75	4.93 6.25	40.75	222
94	11.40	0.12	2.62 3.00	34.53	266	139	8.08	0.77	4.98 6.35	40.65	221
95	11.40	0.13	2.65 3.05	34.82	265	140	7.93	0.77	5.05 6.45	40.52	220
96	- 11.40 +	0.15 <i>p</i>	2.70 3.10	+ 35.10 -	264	141	- 7.78 +	0.78 <i>p</i>	5.12 6.57	+ 40.35 -	219
97	11.38	0.17	2.73 3.15	35.38	263	142	7.62	0.78	5.18 6.68	40.13	218
98	11.38	0.18	2.78 3.20	35.67	262	143	7.45*	0.80	5.25 6.78	39.88	217
99	11.37	0.20	2.82 3.25	35.93	261	144	7.28	0.80	5.30 6.88	39.62	216
100	11.35	0.22	2.85 3.32	36.20	260	145	7.12	0.82	5.37 6.98	39.33	215
101	- 11.33 +	0.23 <i>p</i>	2.90 3.37	+ 36.47 -	259	146	- 6.95 +	0.82 <i>p</i>	5.42 7.10	+ 39.02 -	214
102	11.32	0.25	2.93 3.42	36.72	258	147	6.78	0.83	5.47 7.20	38.67	213
103	11.28	0.27	2.98 3.47	36.97	257	148	6.62	0.83	5.50 7.30	38.27	212
104	11.25	0.27	3.02 3.53	37.22	256	149	6.43	0.85	5.53 7.40	37.85	211
105	11.22	0.28	3.07 3.60	37.45	255	150	6.27	0.85	5.57 7.50	37.42	210
106	- 11.18 +	0.30 <i>p</i>	3.12 3.65	+ 37.68 -	254	151	- 6.08 +	0.87 <i>p</i>	5.60 7.58	+ 36.95 -	209
107	11.15	0.32	3.17 3.72	37.92	253	152	5.90	0.87	5.62 7.67	36.42	208
108	11.10	0.33	3.22 3.78	38.15	252	153	5.72	0.88	5.63 7.75	35.87	207
109	11.05	0.35	3.27 3.83	38.38	251	154	5.53	0.88	5.63 7.83	35.25	206
110	11.00	0.37	3.32 3.90	38.60	250	155	5.35	0.90	5.63 7.90	34.58	205
111	- 10.95 +	0.37 <i>p</i>	3.37 3.97	+ 38.82 -	249	156	- 5.15 +	0.92 <i>p</i>	5.63 7.97	+ 33.87 -	204
112	10.88	0.38	3.42 4.02	39.02	248	157	4.95	0.92	5.62 8.00	33.12	203
113	10.82	0.40	3.47 4.08	39.22	247	158	4.75	0.93	5.60 8.03	32.33	202
114	10.75	0.42	3.53 4.15	39.40	246	159	4.53	0.93	5.57 8.05	31.50	201
115	10.68	0.43	3.58 4.22	39.58	245	160	4.33	0.95	5.50 8.03	30.60	200
116	- 10.62 +	0.45 <i>p</i>	3.65 4.28	+ 39.75 -	244	161	- 4.13 +	0.95 <i>p</i>	5.42 8.00	+ 29.63 -	199
117	10.55	0.45	3.72 4.35	39.93	243	162	3.92	0.97	5.30 7.97	28.58	198
118	10.48	0.47	3.77 4.43	40.08	242	163	3.72	0.97	5.17 7.92	27.47	197
119	10.42	0.48	3.83 4.50	40.23	241	164	3.52	0.97	5.02 7.85	26.27	196
120	10.35	0.50	3.90 4.58	40.38	240	165	3.30	0.97	4.87 7.78	25.05	195
121	- 10.28 +	0.50 <i>p</i>	3.95 4.67	+ 40.50 -	239	166	- 3.08 +	0.97 <i>p</i>	4.68 7.57	+ 23.75 -	194
122	10.20	0.52	4.00 4.75	40.62	238	167	2.87	0.98	4.50 7.43	22.40	193
123	10.10	0.53	4.07 4.83	40.73	237	168	2.65	0.98	4.20 7.10	21.00	192
124	10.00	0.55	4.12 4.92	40.82	236	169	2.43	0.98	4.07 6.70	19.48	191
125	9.90	0.57	4.17 5.00	40.90	235	170	2.22	0.98	3.80 6.27	17.97	190
126	- 9.80 +	0.58 <i>p</i>	4.23 5.08	+ 40.98 -	234	171	- 1.98 +	0.98 <i>p</i>	3.53 5.82	+ 16.43 -	189
127	9.68	0.60	4.28 5.17	41.03	233	172	1.77	0.98	3.20 5.37	14.75	188
128	9.57	0.62	4.35 5.25	41.08	232	173	1.55	0.98	2.83 4.90	13.02	187
129	9.45	0.63	4.40 5.35	41.13	231	174	1.33	0.98	2.45 4.43	11.25	186
130	9.33	0.65	4.47 5.43	41.15	230	175	1.12	1.00	2.07 3.77	9.45	185
131	- 9.22 +	0.67 <i>p</i>	4.52 5.52	+ 41.17 -	229	176	- 0.90 +	1.00 <i>p</i>	1.67 3.05	+ 7.62 -	184
132	9.08	0.68	4.58 5.62	41.17	228	177	0.67	1.00	1.27 2.33	5.75	183
133	8.95	0.68	4.63 5.72	41.12	227	178	0.45	1.00	0.85 1.57	3.87	182
134	8.82	0.70	4.68 5.82	41.07	226	179	0.23	1.00	0.43 0.78	1.95	181
135	- 8.68 +	0.70 <i>p</i>	4.75 5.92	+ 41.00 -	225	180	- 0.00 +	1.00 <i>p</i>	0.00 0.00	+ 0.00 -	180

Tafel XI. Ungleichheiten des Jupiter.

	Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diam. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀			Aequatio centri <i>x</i>	Min. prop.	Divers. diam. <i>l.</i> <i>p.</i>	Aequatio argumenti <i>y</i> ₀	
1	— 0°.10 +	1.00	0°.00 0°.00	+ 0°.17 —	359	46	— 4°.13 +	0.72	0°.25 0°.28	+ 6.95* —	314
2	0.20	1.00	0.02 0.02	0.33	358	47	4.20	0.70	0.27 0.28	7.08	313
3	0.30	1.00	0.02 0.02	0.48	357	48	4.27	0.68	0.27 0.30	7.20	312
4	0.40	1.00	0.02 0.02	0.65	356	49	4.33	0.67	0.27 0.30	7.33	311
5	0.50*	1.00	0.03 0.03	0.82	355	50	4.40	0.65	0.28 0.32	7.47	310
6	— 0.60 +	1.00	0.03 0.03	+ 0.97 —	354	51	— 4.47 +	0.63	0.28 0.32	+ 7.58 —	309
7	0.70	1.00	0.03 0.03	1.13	353	52	4.53	0.62	0.28 0.32	7.72	308
8	0.80	1.00	0.05 0.05	1.30	352	53	4.60	0.60	0.30 0.33	7.83	307
9	0.88	1.00	0.05 0.05	1.47	351	54	4.65	0.58	0.30 0.33	7.95	306
10	0.98	1.00	0.05 0.05	1.62	350	55	4.72	0.57	0.30 0.33	8.07	305
11	— 1.08 +	1.00	0.07 0.07	+ 1.78 —	349	56	— 4.78 +	0.55	0.32 0.35	+ 8.18 —	304
12	1.18	1.00	0.07 0.07	1.95	348	57	4.83	0.55	0.32 0.35	8.28	303
13	1.28	0.98	0.07 0.08	2.10	347	58	4.90	0.53	0.32 0.35	8.40	302
14	1.38	0.98	0.08 0.08	2.25	346	59	4.97	0.52	0.33 0.37	8.52	301
15	1.47	0.98	0.08 0.08	2.40	345	60	5.02	0.50	0.33 0.37	8.62	300
16	— 1.57 +	0.98	0.08 0.10	+ 2.57 —	344	61	— 5.08 +	0.48	0.33 0.37	+ 8.73 —	299
17	1.67	0.97	0.10 0.10	2.72	343	62	5.15	0.47	0.35 0.38	8.83	298
18	1.75	0.97	0.10 0.12	2.87	342	63	5.20	0.45	0.35 0.38	8.93	297
19	1.85	0.97	0.10 0.12	3.03	341	64	5.25	0.43	0.35 0.38	9.03	296
20	1.95	0.95	0.12 0.13	3.18	340	65	5.30	0.42	0.37 0.40	9.13	295
21	— 2.03 +	0.95	0.12 0.13	+ 3.33 —	339	66	— 5.33 +	0.40	0.37 0.40	+ 9.23 —	294
22	2.13	0.95	0.12 0.13	3.50	338	67	5.38	0.38	0.37 0.40	9.33	293
23	2.22	0.93	0.13 0.15	3.65	337	68	5.43	0.35	0.38 0.42	9.43	292
24	2.30	0.93	0.13 0.15	3.80	336	69	5.47	0.33	0.38 0.42	9.52	291
25	2.40	0.92	0.13 0.15	3.95	335	70	5.52	0.32	0.38 0.42	9.60	290
26	— 2.50 +	0.92	0.15 0.17	+ 4.10 —	334	71	— 5.55 +	0.30	0.40 0.43	+ 9.68 —	289
27	2.58	0.90	0.15 0.17	4.25	333	72	5.58	0.28	0.40 0.43	9.77	288
28	2.68	0.90	0.15 0.17	4.40	332	73	5.62	0.27	0.40 0.43	9.85	287
29	2.77	0.88	0.17 0.18	4.55	331	74	5.65	0.25	0.42 0.45	9.93	286
30	2.85	0.88	0.17 0.18	4.70	330	75	5.68	0.23	0.42 0.45	10.00	285
31	— 2.93 +	0.87	0.17 0.18	+ 4.85 —	329	76	— 5.72 +	0.22	0.42 0.45	+ 10.08 —	284
32	3.02	0.85	0.18 0.20	5.00	328	77	5.75	0.20	0.42 0.47	10.15	283
33	3.10	0.85	0.18 0.20	5.13	327	78	5.77	0.18	0.43 0.47	10.22	282
34	3.18	0.83	0.18 0.20	5.28	326	79	5.80	0.17	0.43 0.47	10.28	281
35	3.28	0.83	0.20 0.22	5.43	325	80	5.82	0.15	0.43 0.48	10.35	280
36	— 3.35 +	0.82	0.20 0.22	+ 5.57 —	324	81	— 5.83 +	0.13	0.43 0.48	+ 10.42 —	279
37	3.43*	0.82	0.20 0.22	5.72	323	82	5.85	0.12	0.43 0.48	10.48	278
38	3.52	0.80	0.22 0.23	5.87	322	83	5.87	0.10	0.43 0.48	10.53	277
39	3.60	0.78	0.22 0.23	6.00	321	84	5.88	0.08	0.45 0.50	10.58	276
40	3.68	0.78	0.22 0.23	6.15	320	85	5.90	0.07	0.45 0.50	10.63	275
41	— 3.75 +	0.77	0.23 0.25	+ 6.28 —	319	86	— 5.92 +	0.05	0.45 0.50	+ 10.68 —	274
42	3.82	0.77	0.23 0.25	6.42	318	87	5.92	0.03	0.45 0.50	10.73	273
43	3.90	0.75	0.23 0.25	6.55	317	88	5.93	0.02	0.45 0.50	10.78	272
44	3.98	0.73	0.25 0.27	6.68	316	89	5.93	0.02 _p	0.45 0.50	10.82	271
45	— 4.05 +	0.72	0.25 0.27	+ 6.82 —	315	90	— 5.95 +	0.03 _p	0.45 0.50	+ 10.85 —	270

Tafel XI. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	-5°.95 +	0.05 p	0°.45 0°.52	+ 10°.88 -	269	136	-4°.30 +	0.73 p	0°.43 0°.50	+ 8°.78 -	224
92	5.95	0.07	0.47 0.52	10.92	268	137	4.22	0.75	0.43 0.50	8.65	223
93	5.95	0.08	0.47 0.52	10.95	267	138	4.13	0.77	0.43 0.48	8.52	222
94	5.95	0.08	0.47 0.52	10.98	266	139	4.07	0.77	0.42 0.48	8.37	221
95	5.95	0.10	0.47 0.52	11.00	265	140	3.98	0.78	0.42 0.47	8.22	220
96	-5.95 +	0.12 p	0.47 0.52	+ 11.02 -	264	141	-3.90 +	0.78 p	0.42 0.47	+ 8.07 -	219
97	5.93	0.13	0.47 0.52	11.03	263	142	3.82	0.80	0.40 0.45	7.92	218
98	5.93	0.15	0.47 0.53	11.03	262	143	3.73	0.80	0.40 0.45	7.75	217
99	5.92	0.17	0.48 0.53	11.05	261	144	3.63	0.82	0.40 0.43	7.60	216
100	5.92	0.18	0.48 0.53	11.05	260	145	3.55	0.82	0.38 0.43	7.43	215
101	-5.90 +	0.20 p	0.48 0.53	+ 11.05 -	259	146	-3.47 +	0.83 p	0.38 0.42	+ 7.27 -	214
102	5.88	0.22	0.48 0.53	11.05	258	147	3.37	0.83	0.38 0.40	7.10	213
103	5.87	0.23	0.48 0.53	11.03	257	148	3.28	0.85	0.37 0.40	6.92	212
104	5.85	0.25	0.48 0.53	11.03	256	149	3.20	0.85	0.37 0.38	6.75	211
105	5.82	0.27	0.48 0.53	11.03	255	150	3.10	0.87	0.35 0.37	6.57	210
106	-5.80 +	0.28 p	0.48 0.53	+ 11.02 -	254	151	-3.02 +	0.87 p	0.35 0.37	+ 6.38 -	209
107	5.77	0.30	0.50 0.55	11.00	253	152	2.92	0.88	0.33 0.35	6.20	208
108	5.73	0.32	0.50 0.55	10.98	252	153	2.82	0.88	0.32 0.33	6.00	207
109	5.72	0.33	0.50 0.55	10.95	251	154	2.73	0.88	0.32 0.33	5.80	206
110	5.68	0.35	0.50 0.55	10.92	250	155	2.63	0.90	0.30 0.32	5.60	205
111	-5.65 +	0.37 p	0.50 0.55	+ 10.88 -	249	156	-2.53 +	0.90 p	0.28 0.30	+ 5.40 -	204
112	5.62	0.37	0.50 0.55	10.85	248	157	2.43	0.92	0.28 0.30	5.20	203
113	5.58	0.38	0.50 0.55	10.80	247	158	2.33	0.92	0.27 0.28	5.00	202
114	5.55	0.40	0.50 0.55	10.75	246	159	2.23	0.93	0.25 0.27	4.78	201
115	5.52	0.42	0.50 0.55	10.70	245	160	2.13	0.93	0.25 0.27	4.58	200
116	-5.48 +	0.43 p	0.50 0.55	+ 10.65 -	244	161	-2.03 +	0.95 p	0.23 0.25	+ 4.37 -	199
117	5.45	0.45	0.50 0.55	10.58	243	162	1.93	0.95	0.22 0.23	4.15	198
118	5.42	0.47	0.50 0.55	10.52	242	163	1.83	0.95	0.22 0.23	3.93	197
119	5.37	0.48	0.48 0.55	10.45	241	164	1.72	0.97	0.20 0.22	3.70	196
120	5.32	0.50	0.48 0.55	10.38	240	165	1.62	0.97	0.18 0.20	3.48	195
121	-5.27 +	0.52 p	0.48 0.53	+ 10.32 -	239	166	-1.50 +	0.97 p	0.18 0.20	+ 3.27 -	194
122	5.22	0.53	0.48 0.53	10.25	238	167	1.40	0.98	0.17 0.18	3.05	193
123	5.17	0.55	0.48 0.53	10.17	237	168	1.30	0.98	0.15 0.17	2.82	192
124	5.10	0.57	0.48 0.53	10.08	236	169	1.20	0.98	0.15 0.17	2.58	191
125	5.05	0.58	0.48 0.53	10.00	235	170	1.08	0.98	0.13 0.15	2.35	190
126	-4.98 +	0.60 p	0.48 0.53	+ 9.90 -	234	171	-0.98 +	1.00 p	0.12 0.13	+ 2.12 -	189
127	4.92	0.62	0.47 0.53	9.80	233	172	0.87	1.00	0.12 0.12	1.88	188
128	4.85	0.63	0.47 0.52	9.70	232	173	0.77	1.00	0.10 0.12	1.65	187
129	4.78	0.65	0.47 0.52	9.60	231	174	0.65	1.00	0.08 0.10	1.42	186
130	4.72	0.67	0.47 0.52	9.50	230	175	0.55	1.00	0.08 0.08	1.18	185
131	-4.65 +	0.68 p	0.47 0.52	+ 9.40* -	229	176	-0.45 +	1.00 p	0.07 0.07	+ 0.95 -	184
132	4.58	0.68	0.47 0.52	9.28*	228	177	0.33	1.00	0.05 0.05	0.72	183
133	4.52	0.70	0.45 0.52	9.17	227	178	0.23	1.00	0.03 0.03	0.48	182
134	4.45	0.72	0.45 0.50	9.03	226	179	0.12	1.00	0.02 0.02	0.25	181
135	-4.37 +	0.72 p	0.45* 0.50	+ 8.90 -	225	180	-0.00 +	1.00 p	0.00 0.00	+ 0.00 -	180

Tafel XII. Ungleichheiten des Saturn.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0		
1	-0.12 +	1.00	0.00 0.00	+ 0.10 -	359	46	-4.50 +	0.70	0.20 0.27	+ 4.13 -	314	
2	0.23	1.00	0.02 0.02	0.20	358	47	4.58	0.68	0.20 0.28	4.22	313	
3	0.33	1.00	0.02 0.02	0.30	357	48	4.65	0.67	0.20 0.28	4.28	312	
4	0.45	1.00	0.02 0.02	0.40	356	49	4.73	0.67	0.20 0.28	4.37	311	
5	0.55	1.00	0.03 0.03	0.50	355	50	4.80	0.65	0.22 0.30	4.43	310	
6	-0.67 +	1.00	0.03 0.03	+ 0.60 -	354	51	-4.87 +	0.63	0.22 0.30	+ 4.50 -	309	
7	0.77	1.00	0.03 0.03	0.70	353	52	4.93	0.62	0.22 0.30	4.57	308	
8	0.87	1.00	0.05 0.05	0.80	352	53	5.02	0.60	0.23 0.32	4.63	307	
9	0.97	0.98	0.05 0.05	0.90	351	54	5.08	0.58	0.23 0.32	4.70	306	
10	1.08	0.98	0.05 0.05	1.00	350	55	5.15	0.57	0.23 0.32	4.77	305	
11	-1.18 +	0.98	0.07 0.07	+ 1.10 -	349	56	-5.22 +	0.55	0.23 0.32	+ 4.83 -	304	
12	1.28	0.98	0.07 0.07	1.18	348	57	5.28	0.55	0.25 0.32	4.88	303	
13	1.40	0.97	0.07 0.08	1.28	347	58	5.35	0.53	0.25 0.32	5.95	302	
14	1.50	0.97	0.07 0.08	1.38*	346	59	5.42	0.52	0.25 0.33	5.02	301	
15	1.60	0.97	0.08 0.10	1.47	345	60	5.48	0.50	0.25 0.33	5.07	300	
16	-1.72 +	0.95	0.08 0.10	+ 1.57 -	344	61	-5.55 +	0.48	0.27 0.33	+ 5.13 -	299	
17	1.82	0.95	0.08 0.12	1.67	343	62	5.62	0.47	0.27 0.33	5.20	298	
18	1.92	0.93	0.08 0.12	1.75	342	63	5.68	0.45	0.27 0.33	5.25	297	
19	2.02	0.93	0.10 0.13	1.85	341	64	5.73	0.43	0.27 0.33	5.32	296	
20	2.12	0.93	0.10 0.13	1.95	340	65	5.78	0.42	0.27 0.33	5.37	295	
21	-2.22 +	0.92	0.10 0.13	+ 2.03 -	339	66	-5.83 +	0.40	0.28 0.33	+ 5.42 -	294	
22	2.32	0.92	0.10 0.15	2.13	338	67	5.88	0.38	0.28 0.35	5.47	293	
23	2.42	0.90	0.12 0.15	2.22	337	68	5.93	0.37	0.28 0.35	5.52	292	
24	2.52	0.90	0.12 0.15	2.30	336	69	5.98	0.35	0.28 0.35	5.57	291	
25	2.62	0.88	0.12 0.17	2.40	335	70	6.03	0.33	0.28 0.35	5.62	290	
26	-2.72 +	0.88	0.12 0.17	+ 2.48 -	334	71	-6.08 +	0.32	0.28 0.35	+ 5.67 -	289	
27	2.82	0.87	0.13 0.17	2.57	333	72	6.12	0.30	0.30 0.35	5.70	288	
28	2.92	0.87	0.13 0.18	2.67	332	73	6.15	0.27	0.30 0.35	5.75	287	
29	3.02	0.85	0.13 0.18	2.75	331	74	6.20	0.25	0.30 0.35	5.78	286	
30	3.10	0.85	0.13 0.18	2.83	330	75	6.23	0.23	0.30 0.35	5.82	285	
31	-3.20 +	0.83	0.15 0.20	+ 2.92 -	329	76	-6.27 +	0.22	0.30 0.35	+ 5.85 -	284	
32	3.30	0.83	0.15 0.20	3.00	328	77	6.30	0.20	0.30 0.35	5.88	283	
33	3.38	0.82	0.15 0.20	3.08	327	78	6.32	0.18	0.30 0.35	5.92	282	
34	3.48	0.82	0.15 0.20	3.17	326	79	6.35	0.15	0.30 0.37	5.95	281	
35	3.57	0.80	0.15 0.22	3.25	325	80	6.37	0.13	0.30 0.37	5.98	280	
36	-3.65 +	0.80	0.17 0.22	+ 3.33 -	324	81	-6.38 +	0.12	0.30 0.37	+ 6.00 -	279	
37	3.75	0.78	0.17 0.22	3.42	323	82	6.42	0.10	0.30 0.37	6.03	278	
38	3.83	0.77	0.17 0.23	3.50	322	83	6.43	0.08	0.32 0.37	6.07	277	
39	3.92	0.77	0.17 0.23	3.58	321	84	6.45	0.07	0.32 0.37	6.08	276	
40	4.00	0.75	0.17 0.23	3.67	320	85	6.47	0.05	0.32 0.37	6.12	275	
41	-4.08 +	0.75	0.18 0.25	+ 3.75 -	319	86	-6.47 +	0.03	0.32 0.37	+ 6.13 -	274	
42	4.17	0.73	0.18 0.25	3.82	318	87	6.48	0.02	0.32 0.38	6.15	273	
43	4.25	0.73	0.18 0.25	3.90	317	88	6.50	0.02	0.32 0.38	6.17	272	
44	4.33	0.72	0.18 0.27	3.98	316	89	6.50	0.03	0.32 0.38	6.18	271	
45	-4.42 +	0.70	0.18 0.27	+ 4.05 -	315	90	-6.52 +	0.05	0.32 0.38	+ 6.18 -	270	

Tafel XII. Fortsetzung.

	Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0			Aequatio centri x	Min. prop.	Divers. diam. $l.$ $p.$	Aequatio argumenti y_0	
91	$-6^{\circ}.52 +$	$0.07 p$	$0^{\circ}.32 \ 0^{\circ}.38$	$+ 6^{\circ}.20 -$	269	136	$-4^{\circ}.72 +$	$0.70 p$	$0^{\circ}.27 \ 0^{\circ}.32$	$+ 4^{\circ}.68 -$	224
92	6.52	0.08	0.33 0.38	6.20	268	137	4.63	0.72	0.27 0.32	4.60	223
93	6.52	0.10	0.33 0.38	6.20	267	138	4.55	0.73	0.27 0.30	4.52	222
94	6.52	0.12	0.33 0.40	6.22	266	139	4.47	0.73	0.25 0.30	4.43	221
95	6.50	0.13	0.33 0.40	6.22	265	140	4.38	0.75	0.25 0.30	4.35	220
96	$-6.50 +$	$0.15 p$	0.33 0.40	$+ 6.22 -$	264	141	$-4.28 +$	$0.77 p$	0.25 0.28	$+ 4.27 -$	219
97	6.48	0.17	0.33 0.40	6.22	263	142	4.20	0.77	0.25 0.28	4.18	218
98	6.48	0.18	0.33 0.40	6.22	262	143	4.10	0.78	0.23 0.28	4.10	217
99	6.47	0.20	0.33 0.40	6.22	261	144	4.00	0.80	0.23 0.27	4.00	216
100	6.47	0.22	0.35 0.40	6.22	260	145	3.90	0.82	0.23 0.27	3.92	215
101	$-6.45 +$	$0.23 p$	0.35 0.40	$+ 6.20 -$	259	146	$-3.80 +$	$0.82 p$	0.22 0.27	$+ 3.82 -$	214
102	6.43	0.25	0.35 0.42	6.20	258	147	3.70	0.83	0.22 0.25	3.72	213
103	6.42	0.25	0.35 0.42	6.18	257	148	3.60	0.83	0.22 0.25	3.62	212
104	6.40	0.27	0.35 0.42	6.17	256	149	3.50	0.85	0.20 0.23	3.52	211
105	6.37	0.28	0.35 0.42	6.15	255	150	3.40	0.85	0.20 0.23	3.42	210
106	$-6.35 +$	$0.30 p$	0.35 0.42	$+ 6.13 -$	254	151	$-3.30 +$	$0.87 p$	0.20 0.22	$+ 3.32 -$	209
107	6.32	0.32	0.35 0.42	6.12	253	152	3.20	0.88	0.18 0.22	3.22	208
108	6.28	0.33	0.33 0.42	6.08	252	153	3.10	0.88	0.18 0.22	3.12	207
109	6.27	0.33	0.33 0.42	6.07	251	154	2.98	0.90	0.18 0.20	3.02	206
110	6.23	0.35	0.33 0.42	6.03	250	155	2.87	0.90	0.17 0.20	2.90	205
111	$-6.20 +$	$0.37 p$	0.33 0.42	$+ 6.00 -$	249	156	$-2.77 +$	$0.92 p$	0.17 0.20	$+ 2.80 -$	204
112	6.17	0.38	0.33 0.40	5.98	248	157	2.67	0.92	0.15 0.18	2.70	203
113	6.13	0.40	0.32 0.40	5.95	247	158	2.57	0.93	0.15 0.18	2.60	202
114	6.10	0.42	0.32 0.40	5.92	246	159	2.45	0.93	0.13 0.18	2.48	201
115	6.07	0.43	0.32 0.40	5.88	245	160	2.35	0.95	0.13 0.17	2.38	200
116	$-6.02 +$	$0.43 p$	0.32 0.40	$+ 5.85 -$	244	161	$-2.23 +$	$0.95 p$	0.12 0.17	$+ 2.27 -$	199
117	5.97	0.45	0.32 0.40	5.80	243	162	2.12	0.95	0.12 0.17	2.15	198
118	5.92	0.47	0.32 0.40	5.77	242	163	2.00	0.97	0.10 0.15	2.03	197
119	5.87	0.48	0.32 0.38	5.72	241	164	1.88	0.97	0.10 0.15	1.92	196
120	5.82	0.50	0.32 0.38	5.68	240	165	1.77	0.97	0.10 0.13	1.80	195
121	$-5.77 +$	$0.50 p$	0.32 0.38	$+ 5.62 -$	239	166	$-1.65 +$	$0.98 p$	0.08 0.13	$+ 1.68 -$	194
122	5.72	0.52	0.32 0.38	5.57	238	167	1.53	0.98	0.08 0.12	1.57	193
123	5.67	0.53	0.32 0.38	5.52	237	168	1.42	0.98	0.08 0.12	1.45	192
124	5.60	0.55	0.32 0.38	5.47	236	169	1.30	0.98	0.08 0.10	1.33	191
125	5.53	0.55	0.30 0.37	5.40	235	170	1.18	1.00	0.07 0.10	1.22	190
126	$-5.47 +$	$0.57 p$	0.30 0.37	$+ 5.35 -$	234	171	$-1.07 +$	$1.00 p$	0.07 0.08	$+ 1.10 -$	189
127	5.40	0.58	0.30 0.37	5.30	233	172	0.95	1.00	0.07 0.08	0.98	188
128	5.33	0.60	0.30 0.35	5.23	232	173	0.83	1.00	0.05 0.07	0.87	187
129	5.27	0.62	0.30 0.35	5.17	231	174	0.72	1.00	0.05 0.07	0.75	186
130	5.20	0.62	0.28 0.35	5.10	230	175	0.60	1.00	0.05 0.05	0.63	185
131	$-5.13 +$	$0.63 p$	0.28 0.35	$+ 5.03 -$	229	176	$-0.48 +$	$1.00 p$	0.03 0.05	$+ 0.52 -$	184
132	5.05	0.65	0.28 0.33	4.97	228	177	0.37	1.00	0.03 0.03	0.38	183
133	4.97	0.67	0.28 0.33	4.90	227	178	0.25	1.00	0.02 0.03	0.27	182
134	4.88	0.68	0.28 0.33	4.83	226	179	0.13	1.00	0.02 0.02	0.13	181
135	$-4.80 +$	$0.70 p$	0.27 0.32	$+ 4.75 -$	225	180	$-0.00 +$	$1.00 p$	0.00 0.00	$+ 0.00 -$	180

Tafel XIII.
Bewegung des Mondknotens
in Jahren.

Jahre	m. m. Ω_D	Jahre	m. m. Ω_D
1250.0	129 ^o .51	1	19 ^o .33
1270	156.34	2	38.66
1290	183.17	3	58.04
1310	210.00	4	77.37
1330	236.83		
		5	96.69
1350.0	263.66	6	116.02
1370	290.49	7	135.40
1390	317.32	8	154.73
1410	344.15		
1430	10.99	9	174.06
		10	193.39
1450.0	37.82	11	212.77
1470	64.65	12	232.10
1490	91.48		
1510	118.31	13	251.43
1530	145.14	14	270.76
		15	290.14
1550.0	171.97	16	309.46
1570	198.80		
1590	225.63	17	328.79
1610	252.46	18	348.12
1630	279.29	19	7.50
		20	26.83
1650.0	306.13		

Tafel XIV.
Bewegung des Mondknotens
in Tagen.

Tage	m. m. Ω_D	Tage	m. m. Ω_D
1	0 ^o .05	20	1 ^o .06
2	0.11	30	1.59
3	0.16	40	2.12
4	0.21	50	2.65
5	0.27	60	3.18
6	0.32	70	3.71
7	0.37	80	4.24
8	0.42	90	4.77
9	0.48	100	5.30
10	0.53	200	10.59
		300	15.89

Tafel XV. Breite des Mondes.

Arg.	Breite	Arg.	Arg.	Breite	Arg.
1 179	+ 0 ^o .087 —	181 359	46 134	+ 3 ^o .595 —	226 314
2 178	0.174	182 358	47 133	3.655	227 313
3 177	0.261	183 357	48 132	3.714	228 312
4 176	0.348	184 356	49 131	3.771	229 311
5 175	0.435	185 355	50 130	3.828	230 310
6 174	+ 0.522 —	186 354	51 129	+ 3.883 —	231 309
7 173	0.609	187 353	52 128	3.938	232 308
8 172	0.695	188 352	53 127	3.991	233 307
9 171	0.781	189 351	54 126	4.044	234 306
10 170	0.867	190 350	55 125	4.094	235 305
11 169	+ 0.953 —	191 349	56 124	+ 4.144 —	236 304
12 168	1.038	192 348	57 123	4.193	237 303
13 167	1.123	193 347	58 122	4.239	238 302
14 166	1.208	194 346	59 121	4.285	239 301
15 165	1.293	195 345	60 120	4.330	240 300
16 164	+ 1.376 —	196 344	61 119	+ 4.373 —	241 299
17 163	1.459	197 343	62 118	4.414	242 298
18 162	1.542	198 342	63 117	4.454	243 297
19 161	1.625	199 341	64 116	4.493	244 296
20 160	1.708	200 340	65 115	4.530	245 295
21 159	+ 1.790 —	201 339	66 114	+ 4.566 —	246 294
22 158	1.871	202 338	67 113	4.601	247 293
23 157	1.952	203 337	68 112	4.634	248 292
24 156	2.032	204 336	69 111	4.667	249 291
25 155	2.111	205 335	70 110	4.698	250 290
26 154	+ 2.189 —	206 334	71 109	+ 4.727 —	251 289
27 153	2.267	207 333	72 108	4.755	252 288
28 152	2.344	208 332	73 107	4.781	253 287
29 151	2.421	209 331	74 106	4.806	254 286
30 150	2.498	210 330	75 105	4.829	255 285
31 149	+ 2.573 —	211 329	76 104	+ 4.851 —	256 284
32 148	2.648	212 328	77 103	4.871	257 283
33 147	2.733	213 327	78 102	4.890	258 282
34 146	2.794	214 326	79 101	4.908	259 281
35 145	2.866	215 325	80 100	4.924	260 280
36 144	+ 2.936 —	216 324	81 99	+ 4.941 —	261 279
37 143	3.006	217 323	82 98	4.951	262 278
38 142	3.075	218 322	83 97	4.963	263 277
39 141	3.143	219 321	84 96	4.973	264 276
40 140	3.211	220 320	85 95	4.981	265 275
41 139	+ 3.278 —	221 319	86 94	+ 4.988 —	266 274
42 138	3.343	222 318	87 93	4.993	267 273
43 137	3.407	223 317	88 92	4.997	268 272
44 136	3.471	224 316	89 91	4.999	269 271
45 135	+ 3.533 —	225 315	90 90	+ 5.000 —	270 270

Tafel XVI. Breiten der Planeten ♀ ☿ ♂ ♃ ♄ ♅

	Min. prop.	Venus		Merkur		Mars		Jupiter		Saturn		
		D	R	D	R ₀	+	—	+	—	+	—	
6	0.99	1.003	0.913	1.075	0.918	0.912	0.905	1.912	1.908	2.907	2.903	354
12	0.98	1.02	0.27	1.73	0.37	0.15	0.07	1.13	1.10	2.08	2.05	348
18	0.95	1.00	0.40	1.72	0.55	0.18	0.08	1.13	1.10	2.10	2.07	342
24	0.91	0.98	0.55	1.67	0.73	0.22	0.10	1.15	1.12	2.12	2.08	336
30	0.87	0.95	0.68	1.60	0.92	0.23	0.12	1.17	1.13	2.13	2.10	330
36	0.81	0.92	0.82	1.50	1.10	0.27	0.15	1.18	1.15	2.17	2.12	324
42	0.74	0.85	0.95	1.40	1.28	0.30	0.20	1.20	1.17	2.18	2.13	318
48	0.67	0.77	1.08	1.27	1.45	0.35	0.25	1.22	1.18	2.20	2.17	312
54	0.59	0.68	1.22	1.13	1.58	0.40	0.30	1.23	1.22	2.23	2.22	306
60	0.50	0.60	1.33	0.98	1.73	0.47	0.37	1.27	1.27	2.27	2.25	300
66	0.41	0.48	1.47	0.82	1.85	0.53	0.43	1.30	1.30	2.30	2.30	294
72	0.31	0.38	1.58	0.63	2.00	0.60	0.50	1.35	1.35	2.33	2.35	288
78	0.21	0.27	1.72	0.43	2.12	0.68	0.60	1.40	1.40	2.40	2.40	282
84	0.11	0.13	1.83	0.27	2.23	0.77	0.70	1.45	1.45	2.43	2.45	276
90	0.00	0.00	1.95	0.00	2.33	0.87	0.82	1.50	1.50	2.50	2.50	270
96	0.11	0.17	2.05	0.25	2.45	0.98	0.93	1.55	1.55	2.57	2.55	264
102	0.21	0.33	2.15	0.52	2.47	1.10	1.07	1.60	1.60	2.60	2.60	258
108	0.31	0.53	2.25	0.80	2.48	1.23	1.22	1.65	1.65	2.65	2.65	252
114	0.41	0.75	2.33	1.10	2.50	1.38	1.40	1.70	1.70	2.70	2.70	246
120	0.50	0.98	2.42	1.42	2.48	1.57	1.62	1.75	1.75	2.75	2.75	240
126	0.59	1.22	2.47	1.75	2.43	1.78	1.85	1.80	1.80	2.78	2.80	234
132	0.67	1.63	2.50	2.10	2.33	2.02	2.17	1.85	1.85	2.83	2.85	228
138	0.74	1.95	2.50	2.43	2.18	2.27	2.55	1.90	1.90	2.88	2.90	222
144	0.81	2.38	2.47	2.78	2.00	2.57	2.93	1.95	1.95	2.92	2.92	216
150	0.87	3.05	2.37	3.12	1.75	2.92	3.48	2.00	2.00	2.95	2.97	210
156	0.91	3.72	2.20	3.43	1.48	3.30	4.15	2.05	2.05	2.98	3.00	204
162	0.95	4.43	1.92	3.70	1.17	3.65	4.92	2.08	2.08	3.00*	3.03	198
168	0.98	5.40	1.45	3.90	0.80	4.00	5.72	2.10	2.10	3.02	3.05	192
174	0.99	6.40	0.80	4.03	0.47	4.23	6.43	2.12	2.12	3.03	3.07	186
180	1.00	7.20	0.00	4.08	0.00	4.35	7.50	2.13	2.13	3.03	3.08	180

Lebenslauf.

Ich, Alfred Lothar Wegener, evangelischer Confession, bin am 1. November 1880 zu Berlin als Sohn des Predigers und Direktors des Schindlerschen Waisenhauses Dr. Richard Wegener geboren. Ich genoss den Unterricht des Köllnischen Gymnasiums zu Berlin, welches ich Michaelis 1899 mit dem Zeugnis der Reife verliess, um mich an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften, insbesondere der Astronomie zu widmen. Abgesehen von dem Sommer-Semester 1900, in welchem ich Vorlesungen an der Ruprecht-Karls-Universität zu Heidelberg, und dem Sommersemester 1901, in dem ich solche an der Innsbrucker Universität hörte, verblieb ich auch in der Folgezeit an der Berliner Universität, absolvierte von Michaelis 1901 bis Michaelis 1902 meine Dienstpflicht als Einjährig-Freiwilliger beim Königin Elisabeth Garde-Grenadier-Regiment No. 3 zu Westend und hatte von Michaelis 1902 bis Michaelis 1903 die Stelle eines Astronomen an der Sternwarte der Gesellschaft Urania inne. Die Promotionsprüfung bestand ich am 24. November 1904. In den 10 Semestern von Michaelis 1899 bis Michaelis 1904 hörte ich die Vorlesungen folgender Herren:

Bauschinger, v. Bezold, Blaas, Cathrein, Dilthey, Eggert, Fischer, Förster, Frobenius, Fuchs, Heinricher, Helmert, Knoblauch, Königsberger, Markuse, Paulsen, Planck, Quincke, Scheiner, Schwarz, Stumpf, Valentiner, Warburg, Wolf.

Von meinem siebenten Semester ab wohnte ich den Seminarübungen der Herren Professoren Bauschinger und Förster bei, welchen ich mich für ihre oft erteilten gütigen Ratschläge zu besonderem Danke verpflichtet fühle.

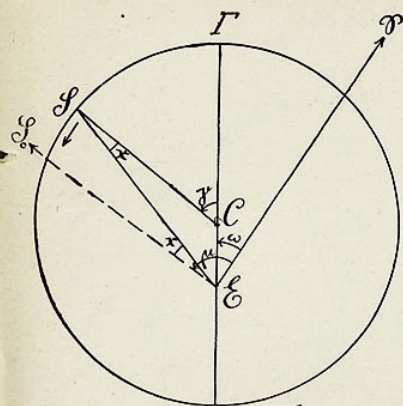


Fig. 1

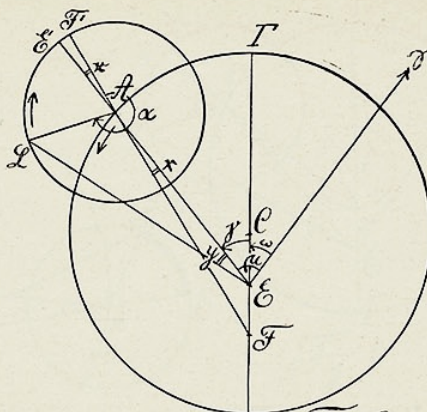


Fig. 2

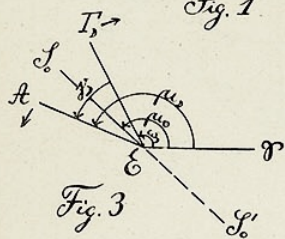


Fig. 3

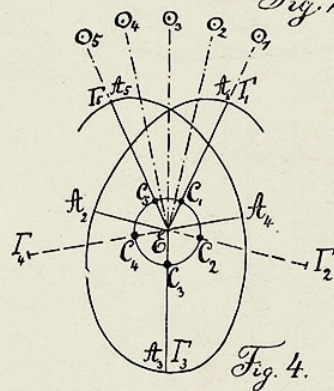


Fig. 4

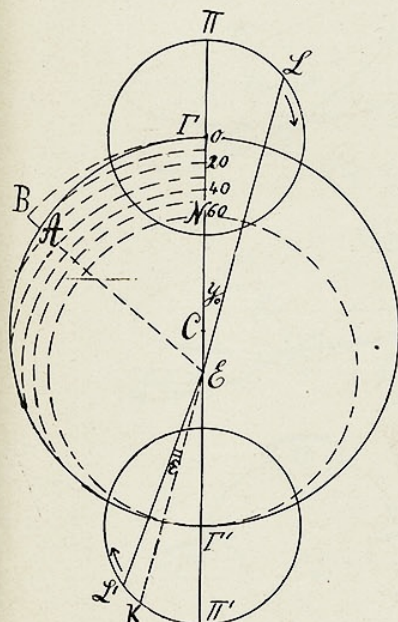


Fig. 5

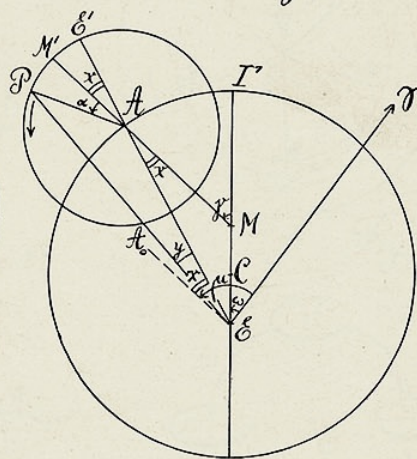
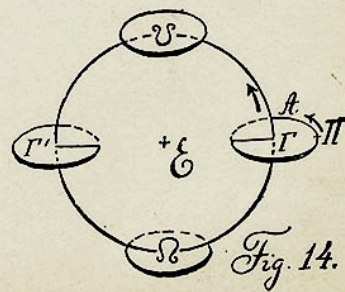
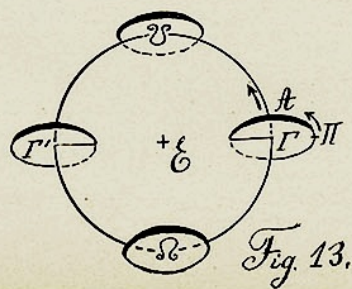
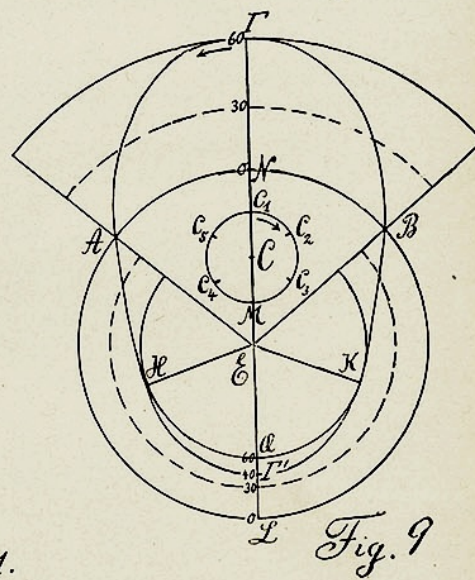
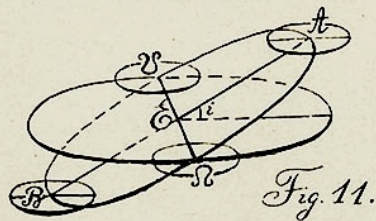
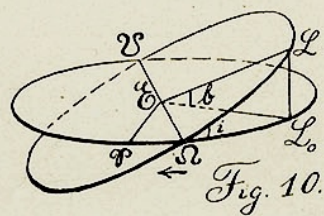
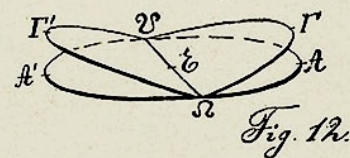
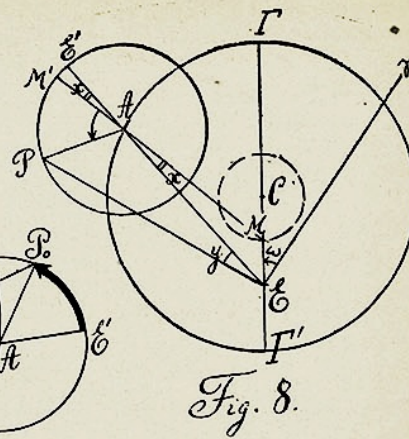
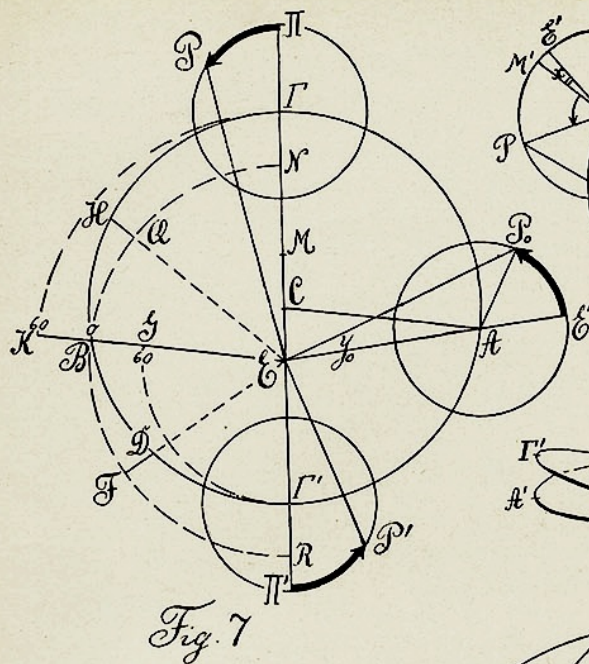


Fig. 6



4 Alfred Wegener: Die astronomischen Werke Alfons X. (1905b)

Wir geben in diesem Kapitel Scans der Zeitschriften-Veröffentlichung von Wegener (1905b) wieder.

Als Vorlage für die Scans diente der entsprechende Band der Zeitschrift „Bibliotheca Mathematica. Zeitschrift für Geschichte der Mathematischen Wissenschaften“, 3. Folge, 6. Band (1905), der Universitätsbibliothek Heidelberg. Der Band trägt die Signatur L 15-7::3.F: 6.1905.

Die Scans haben wir selbst angefertigt.

Die Seitenzahl im vorliegenden Supplement erhält man, indem man von der Originalseitenzahl 49 subtrahiert (z.B.: Die Originalseite 129 findet man im Supplement auf Seite 80).

BIBLIOTHECA MATHEMATICA.

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE
DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

HERAUSGEGEBEN VON

GUSTAF ENESTRÖM
IN STOCKHOLM.

DRITTE FOLGE. SECHSTER BAND.

MIT DEM BILDNISSE VON P. TANNERY ALS TITELBILD, DEM IN DEN TEXT GEDRUCKTEN
BILDNISSE VON W. SCHMIDT SOWIE 15 TEXTFIGUREN.



LEIPZIG
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1905.



ALLE RECHTE, EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

BIBLIOTHECA MATHEMATICA.

ZEITSCHRIFT FÜR GESCHICHTE
DER
MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN.

HERAUSGEGEBEN

VON

GUSTAF ENESTRÖM
IN STOCKHOLM.

3. FOLGE. 6. BAND. 2. HEFT.

MIT 2 TEXTFIGUREN.

AUSGEGEBEN AM 8. AUGUST 1905.



LEIPZIG,
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.
1905.

Die astronomischen Werke Alfons X.

Von ALFRED WEGENER in Berlin.

Inhaltsverzeichnis.

Vorbemerkung.

1. Das Zeitalter ALFONS X.
2. ALFONS Werke.
3. Das Lehrbuch von den astronomischen Instrumenten.
4. Die „Tabulae ALFONSINAE“.
5. Die Tafelfragmente im IV. Bande der *Libros del saber* etc.
6. Das kastilianische Original der ALFONSINISCHEN Tafeln.

Als ich das Material zu meiner Arbeit: *Die ALFONSINISCHEN Tafeln für den Gebrauch eines modernen Rechners*¹⁾ sammelte, sah ich mich genötigt, auch die geschichtlichen Daten über die astronomische Tätigkeit Königs ALFONS X von Castilien eingehender zu studieren, wobei sich die Angaben der gebräuchlichen Geschichtswerke bald als so dürftig und in manchen Punkten unzutreffend herausstellten, daß ich mich fast überall auf die in den Fachzeitschriften zerstreuten Abhandlungen und auf die alte Literatur zurückzugreifen genötigt sah. Hierdurch und durch das Bestreben, über die gesamte astronomische Tätigkeit Königs ALFONS ein möglichst zusammenhängendes Bild zu gewinnen, haben sich diese Untersuchungen viel weiter ausgedehnt, als es ursprünglich beabsichtigt war. Vielleicht werden daher die folgenden Zusammenstellungen für denjenigen, der eine eingehendere Untersuchung auf diesem Gebiete auszuführen beabsichtigt, als eine vorläufige Orientierung nicht ohne Nutzen sein.

An eine Lösung der Frage nach der Umrechnung oder Fälschung der ALFONSINISCHEN Tafeln — dem dunkelsten Punkte des ganzen Materials — konnte ich wegen meiner geringen Erfahrung auf bibliographischem Gebiet nicht herantreten. Was ich hier tun konnte, ist das, daß ich auf einige Punkte der astronomischen Seite dieser Frage aufmerksam machte, denen man bisher wohl zu wenig Beachtung geschenkt hat.

1) Dissertation (Berlin 1905).
Bibliotheca Mathematica. III. Folge. VI.

Einer eingehenden Erläuterung der Theorie und Einrichtung der ALFONSINISCHEN Planetentafeln in der Form, wie sie im 15. und 16. Jahrhundert im Druck erschienen, glaubte ich mich entschlagen zu dürfen, wenngleich die bisher vorhandenen Erläuterungen, z. B. bei DELAMBRE¹⁾ und HERZ²⁾ keineswegs befriedigen. Man findet indessen die Tafeln selbst in nur wenig geänderter Form und unter Beibehaltung der gesamten alten Terminologie nebst einer eingehenden Erläuterung ihrer Theorie in meiner obengenannten Schrift.

Ich kann nicht umhin, dem Leiter dieser Zeitschrift, Herrn ENESTRÖM, an dieser Stelle meinen Dank dafür auszusprechen, daß er mir die Fertigstellung dieser Abhandlung in der gegenwärtigen Form durch die lebenswürdige Angabe einer Reihe von neueren, das vorliegende Thema berührenden Arbeiten ermöglichte, ohne deren Berücksichtigung diese Abhandlung wohl kaum vor den Augen der Fachgenossen hätte bestehen können.

1. Das Zeitalter Alfons X.

Das Zeitalter ALFONS X. gehört in kultureller Hinsicht zu den merkwürdigsten des ganzen Mittelalters. Vom 8. bis zum 11. Jahrhundert hatte Spanien unter der arabischen Herrschaft der Ommajaden, namentlich unter den Chalifen ABDERRAHMAN III. und HAKEM II. eine Höhe der Kultur erreicht, welche es an die Spitze der gesamten damals bekannten Welt stellte. Es ist das Zeitalter, von welchem WHEWELL³⁾ eine so begeisterte Schilderung gibt: „Zu dieser Zeit war es, und nicht, wie viele glauben, unter FERDINAND und ISABELLA, wo Amerika entdeckt wurde, zu jener ersten Zeit war es, daß Spanien sein wahrhaft goldenes Jahrhundert und die höchste Stufe seines Glanzes erreicht hatte. Damals goß Spanien, von arabischem Feuer erwärmt, sein geistiges Licht in reichen Strömen aus über das ganze übrige, in finsterner Nacht der Barbarei liegende Europa, und selbst über den fernen Osten, aus welchem dieses Licht zuerst gekommen war. Hier fügte der glänzende Hof der Ommajaden zu dem Rufe der Waffen noch den Ruhm der Kunst und Wissenschaft, und aus allen Teilen Europas, ja selbst aus den entferntesten Ländern Asiens wanderte man nach der Akademie von Cordova. Nie vielleicht wurde die Wissenschaft und jede Blüte des menschlichen Geistes höher geschätzt und mehr geehrt als am Hofe HAKEMS II., und der Ruf seiner Akademie zu Cordova ließ den der längst

1) *Histoire de l'astronomie du moyen âge*, S. 249.

2) *Geschichte der Bahnbestimmung von Planeten und Kometen*, II (Leipzig 1894), S. 38.

3) *Geschichte der induktiven Wissenschaften*. Deutsch von J. J. v. LITROW (Stuttgart 1840—1844)

verschollenen zu Alexandrien, ließ selbst den Ruf der kurz zuvor von HARUN und MAMUN gestifteten Hochschulen von Bagdad, Kufa, Bassora u. a. weit hinter sich zurück. Auch war zu keiner Zeit Spanien intelligenter und reicher und glücklicher, und nie waren daselbst die Finanzen, die Verwaltung, die Industrie, der innere und äußere Handel, der Landbau und selbst der Zustand der öffentlichen Straßen besser besorgt als in dieser glänzenden Zeit.“ Auch die Astronomie, die uns hier in erster Linie angeht, gelangte damals zu einer bedeutsamen Blüte. „Am berühmtesten ist die Schule maurischer und auch jüdischer Astronomen geworden, die im 11. Jahrhundert in Toledo wirkte, und aus deren Händen die Toledanischen Planetentafeln hervorgingen.

Diese Blütezeit arabischer Kultur in Spanien war vorüber. Nachdem dem weiteren Vordringen der Mauren nach Europa ein Halt geboten war, fanden auch die Spanier die Kraft, sich gegen die Fremdherrschaft zu erheben, und nun folgte ein Jahrhunderte währendes Ringen dieser beiden Nationen, welchem die einst so stolze Kultur des Landes fast ganz zum Opfer fiel. Verschwunden sind heute jene berühmten Akademien, verschollen die großen Bibliotheken (HAKEMS Bibliothek soll 600 000 Manuskripte enthalten haben!), und von den maurischen Prachtbauten, die damals Spanien schmückten, findet man nur noch spärliche Reste. Mit dem Landesfeinde jagte man auch seine Kultur zum Lande hinaus, ohne aber einstweilen imstande zu sein, eine eigene an deren Stelle zu setzen. Spanien sank damals so tief in die Barbarei zurück, daß die Araber verächtlich auf ihre Gegner herabsahen.

In dieser Zeit lebte ALFONS X. Es läßt sich kaum ein größerer Gegensatz denken als zwischen diesem Herrscher und seiner Zeit. Es unterliegt kaum einem Zweifel, daß ALFONS „der Weise“ oder „der Gelehrte“, wie man seinen schon in früher Jugend erworbenen Beinamen „el Sabio“ vielleicht am richtigsten übersetzt, manchen praktischen Anforderungen seines Herrschertums nicht gerecht zu werden verstand, allein sollen wir ihn deshalb tadeln? Gelang es ihm doch trotz aller kriegerischen und politischen Unruhen eine wenn auch kurze, so doch sehr bedeutsame Nachblüte jener einstigen maurischen Kultur zur Entfaltung zu bringen. Die außerordentliche Vielseitigkeit seiner wissenschaftlichen Interessen wird um so bewunderswerter, wenn man die zahllosen Mißgeschicke und Widerwärtigkeiten in Betracht zieht, in welche er außer durch die Kämpfe mit den Mauren auch durch seine bekannte Anwartschaft auf die deutsche Kaiserkrone während des Interregnums, namentlich aber durch die wiederholten Empörungen und Bürgerkriege im eigenen Lande verstrickt wurde, welche letzteren schließlich zu seiner Entthronung durch seinen eigenen Sohn führten. Um 1226 (nach anderen 1221) geboren, folgte ALFONS

seinem Vater FERDINAND am 1. Juni 1252 nach, erhielt 1257 von den deutschen Fürsten den Königstitel, ohne aber jemals deutschen Boden zu betreten, und wurde 1282 von seinem Sohn SANCHO entthront und der Gotteslästerung angeklagt. Er starb 1284 zu Sevilla.¹⁾

Da fast alle Quellen, aus denen ALFONS schöpfen konnte, maurischen Ursprungs waren, so trägt auch seine ganze Geisteskultur noch einen ausgeprägt maurischen Charakter. War doch noch der größte Teil der wissenschaftlichen Literatur in arabischen Manuskripten enthalten, und hatte man doch soeben erst begonnen, durch Übertragung derselben in die lateinische Gelehrtensprache sich die Werke der alten griechischen und römischen Literatur zugänglich zu machen. Ebenso wie einst das Zeitalter, in dem die Araber die Kultur der von ihnen unterjochten Völker in sich aufnahmen, ist auch diese Periode des Übergangs arabischen Wissens auf das Abendland durch eine an manchen Stellen in großartigem Stil betriebene Übersetzertätigkeit gekennzeichnet, wovon SUTER in seinem Büchlein: *Die Araber als Vermittler der Wissenschaften in deren Übergang vom Orient zum Occident*²⁾ ein anschauliches Bild entworfen hat. Eine solche Stelle bildete auch ALFONS Hof, und die zahlreichen Übersetzungen arabischer Werke, die er ausführen ließ, zeugen von dem Anteil, den er an diesem Prozeß genommen hat. Freilich hatte diese Tätigkeit bei ihm eine besondere Färbung: er wollte offenbar seinem Volke eine Literatur in der Landessprache schaffen, welche diesem so sehr fehlte. Denn wie er auch in der Rechtsprechung statt der bisher üblichen lateinischen die Landessprache einführte, so sind auch alle Werke, die er selbst schrieb oder schreiben ließ, und alle Übersetzungen, die er ausführen ließ, in der altkastilianischen Sprache verfaßt. Ich habe keine einzige zuverlässige Nachricht finden können, daß ALFONS irgend ein Werk in lateinischer Sprache schreiben ließ.³⁾ Vielleicht mag hierin der Grund zu

1) Genauere Geschichtsangaben findet man in: GASPAR IBAÑEZ, *Memorias historicas del Rei D. ALONZO el Sabio* etc., Madrid 1777, sowie: JOSEPH DE VARGAS Y PANCE, *Elogio del Rey D. ALONZO el Sabio*, Madrid 1782. — Eine kurze Biographie gibt auch HASSE in: ERSCH und GRUBER, *Allg. Encycl. d. Wiss. u. Künste*, Band III, Leipzig 1819.

2) 2. Aufl., Aarau 1897.

3) STEINSCHNEIDER berichtet freilich (*Hebr. Übers.* p. 579), daß die auf ALFONS Befehl hergestellte kastilianische Version des astrologischen Werkes ABENRAGELS wiederum auf seinen Befehl von AEGIDIUS DE THEBALDIS und PETRUS DE REGIO (REAL) ins Lateinische übertragen sei, doch dürfte diese Notiz ungenau sein. Ebenso schreibt er (a. a. O. p. 525) vom *Tetrabiblos*: „die zweite Übersetzung des Textes (nämlich ins Lateinische) besorgte ... AEGIDIUS DE THEBALDIS auf Befehl ALFONS X. nach einer durch denselben Herrscher veranlaßten spanischen“. Mir kommen aber beide Angaben verdächtig vor, da in beiden Fällen die lateinische Übersetzung nach einer spanischen Version hergestellt wurde, welche letztere auf ALFONS Befehl ausgeführt worden war, so daß der Gedanke an eine Verwechslung nahe liegt.

suchen sein, warum ALFONS so wenig ein Vermittler zwischen der maurischen Wissenschaft und dem Abendlande geworden ist, zu welcher Stellung er doch gleichsam geschaffen erschien, und daß seine zahlreichen Werke nur einen recht bescheidenen Einfluß auf die Geistesentwicklung der folgenden Jahrhunderte gewonnen haben. Nur in vereinzelten Fällen wurden sie über die Grenzen ihres Heimatlandes hinaus bekannt und ruhen zum größten Teil noch heute unbeachtet im Staube der spanischen Bibliotheken, ohne auch nur eine einzige Druckauflage erlebt zu haben. Freilich mögen hierzu auch noch andere Einflüsse beigetragen haben. Die unaufhörlichen, jahrhundertelangen Kämpfe mit den Arabern verbrauchten die besten Kräfte des spanischen Volkes. ALFONS X. Liebe zur Wissenschaft war eine seltene Ausnahme in jenen kriegerischen Zeiten, und was er in der Kürze eines Menschenlebens geschaffen, mußte unter solchen Umständen im Drange der kriegerischen und politischen Ereignisse bald wieder vergessen werden. Auch die furchtbaren Krankheiten, deren verheerender Einfluß auf die gesamte Kultur des Mittelalters gar nicht groß genug geschätzt werden kann (wie J. J. v. LITTROW in seiner Übersetzung von WHEWELLS oben zitierter Arbeit und an anderen Orten mit Recht hervorgehoben hat), namentlich der 1347 erschienene schwarze Tod, der Südeuropa und überhaupt die ganze damals bekannte Welt entvölkerte, sind hier zu nennen. Soll doch durch diese verheerende Krankheit, welcher auch ALFONS XI. im Jahre 1350 zum Opfer fiel, die Bevölkerungsziffer Spaniens auf den dritten Teil reduziert worden sein!

2. Alfons Werke.

Von den zahlreichen Werken, die unter dem Namen ALFONS X. genannt zu werden pflegen, stammt nur ein geringer Bruchteil aus seiner eigenen Feder, obwohl er auch den übrigen nie ganz ferngestanden hat, wie die zahlreichen Vorworte beweisen, die er selbst ihnen beigefügt hat. Er scheint bei diesen Werken, die auf sein Geheiß angefertigt wurden, nur eine Art Zensur ausgeübt zu haben. Von ihm selbst stammen drei Gedichte („El libro de las querellas“, ferner „El libro de la vida y hechos de ALEXANDRO MAGNO“, und das Gedicht „De las loores y milagros de nuestra Señora“). Ferner kennt man außer einem philosophischen Werk („El libro del tesoro“) mehrere chemische oder alchemistische Schriften von ihm (z. B. „El candido“), auch werden eine Reihe von Geschichtswerken genannt, nämlich eine allgemeine Geschichte Spaniens („La historia general de España“), eine anscheinend davon verschiedene allgemeine Geschichte („Grande y general historia“), eine Geschichte der Kreuzzüge („La gran conquista de ultramar“)¹⁾, und eine Geschichte der Kirche

1) Wurde 1503 zu Salamanca (Huns Scheffer) gedruckt.

(„Historia sagrada“). Desgleichen hat er außer einem anderen juristischen Werke („El fuero Real“) auch eine nach ihren sieben Teilen benannte Gesetzsammlung („Las siete partidas“) hinterlassen, welche dann im Jahre 1501 auf dem Reichstage zu Toro als das allgemeine Landrecht in Spanien bestätigt wurde und einen großen Ruf genoß.¹⁾ Um auch der Theologie zu gedenken, wird berichtet, ALFONS habe das alte Testament in die kastilianische Sprache übersetzen lassen. Ferner ist ein Schiffahrtsbuch, und endlich ein prächtig illustriertes Spielbuch²⁾ erhalten.

Das regste Interesse brachte aber ALFONS unstreitig der Astronomie und wie es scheint auch der Astrologie entgegen. Sagt man doch, er habe in den Sternen seine Entthronung gelesen und sei dadurch hart und ungerecht geworden, was seinen Sturz beschleunigt habe. Auch ist bekannt, daß er angesichts der Komplikation der PTOLEMÄISCHEN Planetentheorie den Ausspruch tat, der ihm bei seiner Entthronung eine Anklage wegen Gotteslästerung zuzog: wenn er bei der Erschaffung der Welt zu Rate gezogen wäre, so würde manches besser angeordnet sein.

Über die astronomischen Gelehrten, welche am Hofe ALFONS tätig waren, ist ein Geschichtsschreiber des 14. Jahrhunderts, der Pater ROMANUS DE LA HIGUEIRA, an einer eigentümlichen Verwirrung schuld, welche man noch heutzutage in fast allen Geschichtswerken findet, obwohl STEIN-SCHNEIDER bereits im Jahre 1848 den Irrtum berichtigt hat. In seiner Geschichte von Toledo³⁾ berichtet der erstere nämlich von einem astronomischen Kongreß unter der Leitung ALFONS X., an dem etwa 50 arabische, jüdische und christliche Astronomen aus aller Herren Länder teilgenommen hätten, von denen er eine ganze Reihe bei Namen zu nennen weiß. Er will diese Angaben aus ALFONSINISCHEN Handschriften entnommen haben, die er selbst eingesehen hat. Richtig wird aber diese Schilderung erst dann, wenn man alle arabischen Namen streicht. Selbst wenn man nämlich nicht wüßte, daß diese Araber fast alle jahrhundertlang vor ALFONS gelebt haben, so wäre es schon der politischen Lage nach so gut wie ausgeschlossen, daß am Hofe ALFONS X. arabische Gelehrte tätig gewesen

1) Gedruckt zum erstenmal 1576 zu Salamanca, zum letztenmal 1758 zu Valencia unter dem Titel: *Leyes de las partidas*. 1836 hat die Akademie zu Madrid eine Ausgabe der *Opusculos legales* veranstaltet.

2) Dies wenig bekannte Werk, das kulturhistorisch nicht ohne Interesse sein dürfte, ist betitelt: „Juegos diversos de axedrez, dados y tablas con sus explicaciones, ordenados por mandado del Rey d. ALONSO el Sabio“. Siehe JOSEPH RODRIGUEZ DE CASTRO, *Biblioteca Española*, Madrid 1781, I p. 650.

3) P. GERONIMO ROMAN DE LA HIGUEIRA, *Historia Ecclesiastica de la imperial Ciudad de Toledo y su tierra* (Cap. XII des XXII. Buches), welche sich im Originalmanuskript (9 Bände in folio) in Madrid befindet.

seien. Die Sache hängt aber sehr einfach folgendermaßen zusammen: die astronomischen Werke des Königs ALFONS waren fast sämtlich Übersetzungen aus dem Arabischen, und daher sind in ihnen meist die Namen der älteren arabischen Autoren und die der jüdischen und christlichen Übersetzer genannt. Unserem Historiker ist hier nur das Versehen passiert, daß er auch die arabischen Namen unter die Zahl der ALFONSINISCHEN Gelehrten aufnahm. Nach diesem Stückchen dürfen wir uns freilich nicht wundern, daß man nun auch seiner übrigen sehr detaillierten Schilderung von der Tätigkeit dieses Kollegiums etwas skeptisch gegenübersteht. Die Sicherheit seiner Darstellung hat freilich die Historiker von nicht weniger als sechs Jahrhunderten geblendet, und STEINSCHNEIDERS Klage, daß es noch immer nicht gelungen sei, diesen auch durch HUMBOLDTS *Kosmos* sanktionierten Irrtum auszurotten, ist nur allzu berechtigt. Man findet den betreffenden Passus von HIGUEIRA bei vielen spanischen Autoren im Urtext zitiert. NICOLAUS ANTONIUS Hispalensis¹⁾ gibt außerdem auch eine lateinische Übersetzung. Bei WEIDLER, DELAMBRE u. a. und sogar noch bei HOUZEAU und LANCASTER²⁾ findet man wenigstens inhaltliche Auszüge.

Den wahren Sachverhalt hat aber, wie erwähnt, STEINSCHNEIDER bereits 1848³⁾ aufgedeckt. Hiernach beschäftigte ALFONS eine Reihe jüdischer und christlicher Gelehrten, von denen den ersteren wohl im allgemeinen die eigentliche Übersetzung der arabischen Originale, den letzteren dagegen die sachgemäße Redaktion und Umarbeitung zufiel.

Über die astronomischen und astrologischen Werke, welche ALFONS auf diesem Wege aus dem Arabischen ins Spanische übersetzen ließ, herrschte bei den älteren Geschichtsschreibern infolge der Verstümmelung der arabischen Namen eine außerordentliche Konfusion, welche sich erst durch die Arbeiten neuerer Orientalisten gelichtet hat.

IBN EL-HAITHAMS „Weltkonstruktion“ wurde auf ALFONS Befehl von dem jüdischen Arzt ABRAHAM DE BALMES ins Spanische übersetzt, woraus dann die handschriftlich erhaltene lateinische Übersetzung geflossen ist mit dem Titel: „Liber de mundo et coelo, de motibus planetarum etc. in partes duas distinctus, per ABRAH. Hebraeum iubente ALPHONSO Hispaniae rege de Arab. in Hispanum, postea ab anonymo quodam in Lat. versus, cum figuris, praevis capitulorum elencho et ALPHONSI epistola“.⁴⁾

1) *Bibliotheca Hispana vetus*, Romae 1696.

2) *Bibliographie générale de l'astronomie*, Bruxelles 1887, I, p. 248.

3) ALFONS X. *astronomischer Kongreß und ISAK IBN SID*; Mag. f. d. Lit. des Ausl. 1848, S. 226, 230.

4) SUTER, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber u. ihre Werke*. Leipzig 1900, p. 94; STEINSCHNEIDER, *Notice sur un ouvrage astronomique inédit d'IBN HAITHAM*; Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 14, 1881, p. 721.

Das astrologische *Quadripartitum* oder *Tetrabiblos* des PTOLEMÄUS, über dessen Echtheit man im Zweifel ist, wurde gleichfalls von einem unbekannten Übersetzer [ISAAK IBN SID?] auf Befehl ALFONS ins Spanische übertragen [dann aus dem Spanischen ins Lateinische von AEGIDIUS DE THEBALDIS].¹⁾

Die Nachricht, daß ISAAK IBN SID auf ALFONS Geheiß den *Almagest* des PTOLEMÄUS ins Spanische übersetzt haben soll,²⁾ geben wir mit allem Vorbehalt wieder, denn wir vermuten mit STEINSCHNEIDER,³⁾ daß hier eine Verwechslung mit dem oben erwähnten *Quadripartitum* vorliegt, um so mehr, als bei IBAÑEZ auch der spanische *Almagest* sodann durch AEGIDIUS DE THEBALDIS ins Lateinische übersetzt sein soll⁴⁾.

Die sogen. *Canones* des ALBATEGNIUS oder AL-BATTANI wurden wahrscheinlich von ISAAK IBN SID [bei ANTONIUS RABI ÇAG (= ISAK) DE TOLEDO] ins Spanische übersetzt.⁵⁾

Das astrologische Werk ABENRAGELS oder IBN ABI'L-RIDJALS wurde 1256 von dem jüdischen Arzt JEHUDA BEN MOSE KOHEN auf ALFONS Befehl ins Spanische übersetzt. Diese spanische Version wurde später wieder mehrmals ins Lateinische übertragen, in welcher Form dies Werk unter dem Titel: *Praeclarissimus liber completus in judiciis astrorum* etc. sehr bekannt wurde und mehrfach im Druck erschien.⁶⁾

Außer diesen Übersetzungen ließ ALFONS noch eine Reihe anderer anfertigen, welche über astronomische Instrumente handeln; die arabischen Originale sind mehrere Schriften von ZARKALI, ferner AL-SUFI, COSTA BEN LUCA, ALI BEN KHALAF, ABÛL-KASIM AS'BAG IBN AS-SAM'H und „IRAN“ (so bei ALFONS). Diese Übersetzungen ließ er im Jahre 1276 und 1277 zu einem zusammenhängenden und vollständigen Lehrbuch der astronomischen Instrumentenkunde unter dem Titel *Libros del saber de astronomia y de los instrumentos* zusammenstellen, zu welchem Ziele sie zum Teil umgearbeitet werden mußten.

Dieses Lehrbuch liegt uns in der fünfbändigen Prachtausgabe der Akademie zu Madrid unter dem Titel: *Libros del saber de astronomia del Rey D. ALFONSO X de Castilla, compilados, anotados y commentados*

1) STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 525; ANTONIUS, a. a. O.

2) IBAÑEZ, a. a. O. Lib. VII, p. 453.

3) *Hebr. Übers.* p. 522 Anm. 158, wo übrigens merkwürdigerweise AEGIDIUS DE THEBALDIS als der spanische Übersetzer genannt wird.

4) Vgl. auch WÜSTENFELD, *Die Übersetzungen arabischer Werke ins Lateinische seit dem 11. Jahrhundert*, Göttingen 1877, p. 91.

5) ANTONIUS, a. a. O.; STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 549, Anm.

6) STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 579; SUTER, a. a. O. p. 100.

por Don MANUEL RICO Y SINOBAS, Madrid 1863—1867¹⁾ vor. Da wir es im folgenden detailliert besprechen wollen, so können wir es an dieser Stelle übergehen.

ALFONS hat aber noch ein zweites, diesem ähnliches Sammelwerk zusammenstellen lassen, welches über Astrologie handelt. Der Titel dieses noch recht wenig untersuchten Werkes lautet zu deutsch: Das Buch von den Figuren und Sternbildern des Himmels und von den Einflüssen und Wirkungen, welche von ihnen auf die irdischen Körper hervorgehen, welches aus den Büchern der alten Philosophen zusammenstellen ließ der sehr hohe und verehrungswürdige Don ALPHONSO, der Diener (wörtlich: Liebhaber) der Wissenschaften und der Weisheit, durch Gottes Gnade König von Castilien etc.; Sohn des sehr verehrungswürdigen Königs Don FERNANDO und der Königin Donna BEATRIX; und es wurde begonnen im Jahre 1276 und beendet im Jahre 1279, im 28. Jahre seiner Regierung.²⁾

Dieses Werk zerfällt in 11 Teile, deren jeder eine Übersetzung darstellt, und zwar von

1. ABOLAYS (ABU'L-'AISCH?), „De la propiedad de las piedras“. Dies Werk soll ursprünglich „caldäisch“ geschrieben, dann von ABOLAYS ins Arabische übertragen sein. Diese arabische Version wurde von JEHUDA BEN MOSE KOHEN, einem der ALFONSINISCHEN Gelehrten, ins Spanische übersetzt. Es handelt von 360 Gesteinen, welche nach Farbe, Häufigkeit, Fundort sowie Eigenschaften beschrieben werden, wobei letztere von dem ihnen zugeordneten Grad des Tierkreises sowie vom jeweiligen Stand der Sonne in demselben abgeleitet werden. Nach STEINSCHNEIDER (*Hebr. Übers.* p. 980) ist dieses Werk gemeinsam mit drei anderen ähnlichen „Lapidarien“ von der Akademie zu Madrid herausgegeben worden (*Lapidario di ALONSO*, 1881), wobei man aber den ganzen Prolog und Index des ALFONSINISCHEN Sammelwerkes „de las formas et de las imagines“, der doch zu dem einzelnen Buch nicht gehört, versehentlich mit abgedruckt hat.

Vermutlich haben die folgenden Bücher in ähnlicher Weise wie das

1) Band V, welcher ganz bibliographischen Untersuchungen gewidmet ist, wird nur als erste Hälfte des fünften Bandes bezeichnet und ist 1867 erschienen. Von einer Ergänzung ist mir nichts bekannt (vgl. HOUZEAU und LANCASTER, a. a. O., I, S. 514).

2) Libro de las formas et de las imagines que son en los cielos et de las virtudes et de las obras que salen de ellas en los cuerpos que son de yuso de cielo, que mando componer de los libros de los Philosophos antiguos el mucho alto et honrado Don ALPHONSO amador de ciencias et de saberes por la gracia de Dios Rey de Castiella etc. fijo del muy honrado Rei Don FERNANDO et de la Reina Donna BEATRIS e se començo año de MCCLXXVI et se acabo año de MCCLXXIX. XXVIII año de su Reinado. — Ausführlichere Angaben über diesen Kodex findet man bei CASTRO, a. a. O. I, p. 159.

vorangehende die Wirkung der Gestirne auf die irdische Welt beschrieben. Die Autoren sind: 2. TIMTIM (bei STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 856 auch TOMTOM). 3. PITAGORAS. 4. YLUZ. 5. BELYENUS und YLUZ. 6. PLINIUS und BELYENUS und andere Gelehrte. Man sieht aus diesen Angaben, daß auch hier, wie in dem Werk über die astronomischen Instrumente, die Übersetzungen nicht wörtlich sein können, sondern offenbar frei behandelt und bisweilen ganz umgearbeitet sind. 7. UTARIT. 8. RAGIEL; vielleicht das schon erwähnte astrologische Werk ABENRAGELS, welches 1256 von JEHUDA BEN MOSE KOHEN ins Spanische übersetzt wurde, oder wenigstens ein Teil davon. 9. YACOTH. 10. ALY. 11. Kein Verfasser genannt.

Dies Sammelwerk, welches ein Gegenstück zu den *Libros del saber de astronomia y de los instrumentos* darstellt, ist abgesehen vom 1. Teil bisher nur als spanische Handschrift bekannt.

Das bekannteste nicht nur der astronomischen, sondern überhaupt aller Werke ALFONS X, bilden aber die „tablas astronomicas“, welche in den folgenden Jahrhunderten in lateinischer Übersetzung oder Umarbeitung als „tabulae ALFONSinae“ eine außerordentliche Verbreitung gefunden haben. Man findet überall die Angabe, daß diese Tafeln im Jahre 1252 von den ALFONSinischen Astronomen unter der Leitung ISAAK IBN SID's vollendet worden seien, und manche Autoren fügen sogar hinzu, sie seien ALFONS bei seiner Thronbesteigung am 1. Juni überreicht worden. Auch wird vielfach eines Berichts Erwähnung getan, nach welchem ALFONS vier Jahre darauf (1256) die Tafeln habe umrechnen lassen, indem er statt der bisher verwendeten Trepidationstheorie die einfache Präzessionstheorie des ALBATEGNIUS einführte, nach welcher die Längen der Fixsterne gleichförmig um 1° in 66 Jahren wachsen. Diese Dinge werden Gegenstand der folgenden Untersuchungen sein. Zur Orientierung will ich vorweg nehmen, daß nach meiner Meinung die Tafeln erst etwa im Jahre 1270 gemeinsam von JEHUDA BEN MOSE und ISAAK IBN SID angefertigt wurden, nachdem diese eine Reihe von Jahren hindurch mit den Instrumenten, die ihnen ALFONS zu diesem Zweck unter erheblichem Kostenaufwande¹⁾ anfertigen ließ, Beobachtungen angestellt hatten. Diese Beobachtungen dienten dazu, um diejenigen Bewegungen in den älteren Tafeln, welche mit dem Himmel nicht mehr in Übereinstimmung waren, zu rektifizieren, während die übrigen Konstanten, bei denen man keine Abweichung bemerkte, von älteren Werken [vermutlich den Toledanischen Tafeln] übernommen wurden. Der Bericht von der 1256 erfolgten Umrechnung beruht, wie später gezeigt

1) ERASMUS REINHOLD schreibt in der Einleitung seiner Prutenischen Tafeln: „Hunc (ALFONSUM) scribunt . . . in tabularum constructionem contulisse quadringenta millia aureorum“. Andere sind mit quadraginta zufrieden. — Es lohnt nicht, zu untersuchen, ob diese Nachricht zuverlässig ist.

werden soll, wahrscheinlich auf einer irrtümlichen Auslegung der Nachricht von der 1256 erfolgten Übersetzung des Fixsternverzeichnisses des AL-SUFI.

Das kastilianische Original dieser ALFONSINISCHEN Tafeln ging in der Folgezeit verloren und dürfte während der ganzen Zeit, in welcher die Tafeln eine allgemeine praktische Verwendung fanden, vollkommen unbekannt gewesen sein. Ihre große Verbreitung gewannen sie erst in der lateinischen Bearbeitung des JOHANNES DE SAXONIA, der nach neueren Forschungen zu Beginn des 14. Jahrhunderts blühte. Was indessen zwischen jener ersten spanischen Redaktion und der lateinischen Ausgabe von JOHANNES DE SAXONIA mit den Tafeln geschehen ist, ist gegenwärtig noch in ein undurchdringliches Dunkel gehüllt. Von dem spanischen Original besitzen wir nämlich seit der Herausgabe der *Libros del saber de astronomia* etc. von RICO wenigstens den Text, den RICO bei seinen umfangreichen bibliographischen Arbeiten in einem handschriftlichen Sammelband entdeckte, während allerdings die Tafeln selbst leider nach wie vor fehlen. Dieser Text genügt aber immerhin, um zu beweisen, daß das Original der Tafeln ganz anders gebaut war als diejenigen des JOHANNES DE SAXONIA, die uns ziemlich rein in den zahlreichen Druckauflagen des 15. und 16. Jahrhunderts vorliegen. Daher gewinnt nun die alte Überlieferung von einer Umrechnung der Tafeln eine ganz neue Gestalt.

Auch RICO ist dieser Widerspruch zwischen den lateinischen Tafeln und dem spanischen Original nicht verborgen geblieben, und er kommt durch seine Untersuchungen zu dem Schluß, daß eine Fälschung vorliegt. Leider scheint er aber in bezug auf das wahre Aussehen der originalen Tafeln einem Irrtum zum Opfer gefallen zu sein, denn er publiziert im Anschluß an den glücklich gefundenen originalen Text ein Tabellenwerk als das Original der gesuchten Tafeln, welches nichts weiter ist als eine jener „immerwährenden Ephemeriden“, die auf der Tabulierung von Perioden beruhen, und eine zeitlang in der Astronomie des Mittelalters sehr gebräuchlich waren. Natürlich können diese Ephemeriden nichts mit den gesuchten Planetentafeln zu schaffen haben und passen überdies gar nicht zu dem originalen Text, welcher ganz andere Tafeln voraussetzt.

Diese Angaben mögen für eine vorläufige Orientierung genügen. In den folgenden Untersuchungen werde ich eingehendere Belege dafür bringen.

Ich möchte hier gleich noch auf eine andere Konfusion hinweisen, die aber glücklicherweise so grob ist, daß ihr wohl keine lange Lebensdauer beschieden sein wird. Weil nämlich RICO im IV. Bande der *Libros del saber* den wirklich originalen Text und die vermeintlich originalen Zahlentabellen der ALFONSINISCHEN Tafeln gegeben hat, haben einige Autoren geglaubt, ALFONS habe ein einziges großes Werk über Astronomie hinterlassen, zu dem die zahlreichen Bücher über die Instrumente (eins von diesen

nahmen sie dabei fälschlich für eine Darlegung der Planetentheorie) und auch die Tafeln gehörten, während doch beides ganz getrennte Werke sind. So hält MÄDLER¹⁾ die *Libros del saber* für eine „neue und vollständige Ausgabe der ALFONSinischen Tafeln“! In NEWCOMBS populärer Astronomie²⁾ liest man: „ALFONS X läßt von zahlreichen Gelehrten eine Art neuen *Almagest*, die nach ihm genannten ALFONSinischen Tafeln konstruieren. Sie bilden einen Teil der . . . *Libros del saber de astronomia* etc., die das PTOLemäische Werk in vielen Stücken verbessern und ergänzen“. Aus einer ähnlichen Unklarheit entsprang auch wohl die Bemerkung bei WOLF³⁾, die *Libros del saber* bildeten einen „förmlichen Kodex des astronomischen Wissens im 13. Jahrhundert“, was schon deswegen nicht zutrifft, weil sie gar keine Planetentheorie enthalten, sondern nur über Instrumente handeln. Auch HERZ muß hier genannt werden, der den *Libros del saber* wohl nicht so viel Platz in seiner *Geschichte der Bahnbestimmung*⁴⁾ eingeräumt hätte, wenn er nicht die Beschreibung der Äquatorien für eine Darlegung der Planetentheorie gehalten hätte.

3. Das Lehrbuch von den astronomischen Instrumenten.

Das erwähnte ALFONSinische Sammelwerk über die astronomischen Instrumente hat niemals eine große Verbreitung erlangt. Bis zu seiner Herausgabe seitens der Akademie zu Madrid war es in der Geschichte der Astronomie zwar nicht gänzlich unbekannt, doch bestanden meist nur sehr unklare Vorstellungen über seine Existenz. NICOLAUS ANTONIUS (a. a. O.) teilt die Einleitung mit und konstatiert, daß dies Werk von den Tafeln verschieden sein müsse;⁵⁾ RICCIOLI⁶⁾ hat nur bei EGNATIO DANTE etwas über ein ALFONSinisches Werk von den Instrumenten gelesen, WEIDLER kennt es in seinem Hauptwerk, *Historia astronomiae*, gar nicht, und berichtet nur ganz kurz in seiner *Bibliographia astronomica*,⁷⁾ daß JOH. DE ROIAS und NICOLAUS ANTONIUS auf ALFONSinische Bücher über

1) *Geschichte der Himmelskunde* II, p. 351—360. Er nimmt dabei an, daß „die zahlreichen und meistens sehr ausführlich eingeteilten und bezifferten Kreise die Stelle der eigentlichen Tafeln vertreten“. Übrigens kennt er nur Bd. I—III, so daß es für ihn noch leichter war als für die anderen, diesem Mißverständnis zu entgehen.

2) Deutsche Ausgabe von R. ENGELMANN (Leipzig 1881), p. 609.

3) *Handbuch der Astronomie* I, p. 16.

4) Teil II, p. 31—54. Siehe hierüber auch weiter unten.

5) „Hucusque praefatio, ex qua liquido apparet diversum hoc esse opus a Tabulis.“

6) *Almagestum novum*, p. XXX.

7) Wittenbergae 1755, in den angefügten *Supplementa historiae astronomiae*, p. 14.

Instrumente Bezug nehmen. Bei BAILLY, DELAMBRE und den meisten anderen sucht man überhaupt vergebens nach unserem Werk. Nur CASTRO hat 1781 in seiner *Biblioteca Española*,¹⁾ die von seinen Zeitgenossen nicht die gebührende Beachtung gefunden zu haben scheint, einen längeren Auszug gegeben. Erst um die Mitte des 19. Jahrhunderts ist dieser ALFONSinische Kodex durch eingehende Quellenforschungen in Spanien von neuem entdeckt und, wie schon erwähnt, in den Jahren 1863—67 nebst den bibliographischen Untersuchungen RICOS von der Akademie der Wissenschaften zu Madrid publiziert worden. Aber auch in denjenigen Geschichtswerken der Astronomie, die nach dieser Publikation erschienen, ist der Inhalt dieses Werkes nur in sehr unbefriedigender Weise verarbeitet worden, und erst die Arbeiten neuerer Forscher haben hier einigermaßen Ordnung geschaffen.

Die Handschriften unseres Lehrbuches sind selten, und wenn wir RICO trauen dürfen,²⁾ so gibt es nur zwei einigermaßen vollständige, von denen die eine das bekannte Manuskript von Alcala de Henarez ist, das als Grundlage für die Reproduktion in der Akademieausgabe benutzt wurde, während das andere (in der Vaticanischen Bibliothek) eine italienische Übersetzung darstellt, welche von NARDUCCI beschrieben worden ist.³⁾ Außer diesen sind noch mehrere unvollständige spanische Handschriften sowie lateinische Übersetzungen einzelner Teile bekannt. Ohne hierauf näher einzugehen, verweisen wir hier auf die umfangreiche Aufzählung ALFONSinischer Handschriften im V. Bande der *Libros del saber*⁴⁾ sowie auf STEINSCHNEIDER, *Etudes sur ZARKALI*⁵⁾. Es sei noch erwähnt, daß die Kgl. Bibliothek zu Berlin in der Nr. Lat. qu. 23 ein lateinisches Manuskript besitzt, das eine (unvollständige?) Übersetzung des Lehrbuches zu sein scheint und wohl einer genaueren Untersuchung wert wäre.

Die Entstehung unseres Lehrbuchs von den Instrumenten hat sich anscheinend folgendermaßen abgespielt. Unter den zahlreichen anderen arabischen Werken über Astronomie ließ ALFONS auch einige Werke über

1) I, p. 117 ff.

2) *Libros del saber* V, p. 87.

3) *Intorno ad una traduzione italiana fatta nell'anno 1341 di una compilazione astronomica di ALFONSO X re de Castiglia*, Giorn. arcadico (Roma) 42, 1864, p. 81—112; auch im Separatdruck.

4) Hier werden außer den Handschriften des Lehrbuchs sowie der Tafeln auch noch allerhand andere genannt, denen RICO ALFONSinischen Ursprung zuschreibt, z. B. auch die der Toledanischen Tafeln, welche, wie wir jetzt wissen, von der älteren maurischen Schule in Toledo, namentlich IBN SAÏD (nicht mit IBN SID zu verwechseln!) und ZARKALI herrühren. Siehe STEINSCHNEIDER, *Etudes sur ZARKALI* etc., Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 14, 1881, p. 174, und SUTER, a. a. O. p. 107.

5) Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 17, 1884.

astronomische Instrumente ins Spanische übersetzen, so z. B. 1255 die Schrift von ZARKALI über seine „Azafaha“, 1256 AL-SUFI über die Fixsterne, und wahrscheinlich noch andere Werke über dasselbe Thema, 1259 KOSTA BEN LUKA über den Gebrauch des Globus. Später entstand dann der Plan, unter Benutzung dieser vorhandenen Übersetzungen und noch anderer, die erst auszuführen waren, ein Lehrbuch zusammenzustellen, in welchem alle gebräuchlichen astronomischen Instrumente beschrieben, abgebildet und ihr Gebrauch gelehrt wurde. Zu diesem Ziele mußten also die vorhandenen Übersetzungen umgearbeitet werden, — bisweilen so, daß sie nun kaum noch als Übersetzungen betrachtet werden können —, eine Anzahl neuer Übersetzungen angefertigt werden, und außerdem noch einige Teile, für die man kein vorhandenes Werk benutzen konnte, von den ALEONSinischen Gelehrten selbst verfaßt werden.

Dieses Lehrbuch entstand in den Jahren 1276 und 1277 und bildet also nicht lediglich eine Reihe von zusammengehefteten Übersetzungen, sondern ein einheitliches Ganzes, an dem es uns manchmal schwer fallen würde, die arabischen Originale der einzelnen Teile festzustellen, wenn ALFONS diese nicht überall angegeben hätte. Das Zusammenschweißen der einzelnen Teile zu einem einheitlichen Ganzen ist zum größten Teil ALFONS eigene Arbeit, wie die zahlreichen von seiner Hand herrührenden Vorworte beweisen. Man wird gut tun, sich diese Verhältnisse vor Augen zu halten, um nicht in den Fehler zu verfallen, die Teile des Lehrbuches ohne weiteres durchweg als wörtliche Übersetzungen anzusehen. Andererseits ergibt sich hieraus, daß auch die ursprünglichen wörtlichen Übersetzungen wahrscheinlich noch gesondert als Manuskripte vorhanden sein dürften, wodurch vielleicht manche der „unvollständigen“ Manuskripte ihre einfache Erklärung finden.

Die Tendenz bei der Organisation dieses Lehrbuches ging offenbar dahin, ein allgemeinverständliches Werk zu schaffen. Mehrmals lesen wir in den Einleitungen zu den einzelnen Büchern, daß ALFONS den Auftrag gab, sie so ausführlich abzufassen, daß der Leser nur dies Buch und kein anderes außerdem mehr nötig habe, um das betreffende Instrument zu bauen und es zu gebrauchen. Da es vor ALFONS X. eine wissenschaftliche Literatur in kastilianischer Sprache kaum gab, so konnte er in der Tat nicht wohl bei seinem Leser die Kenntnis anderer Werke voraussetzen. Durch dies Prinzip der Allgemeinverständlichkeit findet der oft sehr umständliche Stil eine Erklärung. Das ganze Werk zerfällt in ebensoviele Teile, als es Instrumente zu beschreiben gab. Eine Ausnahme hiervon bildet nur der erste Teil, der über die Fixsterne handelt. Allein bei näherer Betrachtung zeigt sich, daß er nur die notwendige Ergänzung zu dem folgenden über Konstruktion und Gebrauch des Himmelsglobus bildet

und wohl lediglich wegen seines großen Umfanges als ein besonderes Buch vorausgenommen wurde.

Bevor wir zur Besprechung der einzelnen Teile übergehen, geben wir noch eine Übersicht über den Gesamtinhalt:

1. 4 Bücher über die Sternbilder.
2. Das Buch vom Himmelsglobus.
3. Das Buch von den Armillen.
4. Das Buch vom sphärischen Astrolabium.
5. Das Buch vom ebenen Astrolabium.
6. Das Buch vom Atağir.
7. Das Buch von der Universal-Lamina.
8. Das Buch von der Açafeh.
9. 2 Bücher von den Laminas der 7 Planeten (Äquatorien).
10. Das Buch vom Quadranten.
11. 5 Bücher von den Uhren:
 - a) Sonnenuhr.
 - b) Wasseruhr.
 - c) Quecksilberuhr.
 - d) Kerzenuhr.
 - e) Studentempel.

Die vier Bücher über die Sternbilder.

Bei den älteren Geschichtsschreibern, wie IBÁÑEZ, CASTRO und anderen¹⁾ findet man die Nachricht, JEHUDA BEN MOSE habe auf Befehl ALFONS X. die astronomische Schrift AVICENNAS über die Fixsterne ins Spanische übersetzt. Andere Autoren, wie ANTONIUS und RICCIOLI, bezeichnen ALBOHAZEN als Verfasser dieser Schrift, und fügen hinzu, JEHUDA habe seine Übersetzung 1256 dem Könige vorgelegt, wodurch sich dieser zu der Präzessionstheorie des ALBATEGNIUS bekehrt habe. Dáran knüpft sich dann der weitere Bericht über die Umrechnung der ALFONSINISCHEN Tafeln, von der wir weiter unten sprechen werden. Man war lange im Zweifel, wer eigentlich der arabische Autor dieses Werkes sei, bis wiederum STEINSCHNEIDER²⁾ den wahren Sachverhalt aufgedeckt hat. Nach ihm ist der wahre Verfasser AL-SUFI, dessen vollständiger Name nach SUTER³⁾ 'ABD-ERRAHMÂN B. 'OMAR, ABÛ'L-HOSEIN, EL-SÛFÎ lautet (er lebte 903—986). ALBOHAZEN ist also korrumpiert aus ABÛ'L-HOSEIN, während die Angabe AVICENNA falsch ist. STEINSCHNEIDER erkannte auch sogleich, daß diese

1) Z. B. auch BASNAGE, *Histoire des Juifs* (Rotterdam 1707) VII, p. 1770.

2) Hebr. Übers. p. 616; *Die Mathematik bei den Juden*, Biblioth. Mathem. 1896, p. 113.

3) a. a. O., p. 62 und 63.

in allen früheren Überlieferungen als gesondertes Werk angeführte Übersetzung mit dem ersten Teil unseres Lehrbuches über die Instrumente identisch sei, bei dem nicht angegeben ist, von welchem arabischen Original es übersetzt wurde, so daß hiermit auch diese Streitfrage in der befriedigendsten Weise ihre Lösung gefunden hat. Man hat sich seitdem gewöhnt, diese ALFONSinischen „vier Bücher über die Fixsterne“ kurzerhand als eine spanische Übersetzung des Werkes von AL-SUFI zu betrachten, doch ist meines Erachtens diese Anschauungsweise nicht ganz einwandfrei. AL-SUFIS Werk liegt uns ja in wortgetreuer französischer Übersetzung von SCHJELLERUP seit 1874 vor,¹⁾ und wenn man diese mit unserer ALFONSinischen Schrift vergleicht, so finden sich doch sehr erhebliche Abweichungen. Ich stelle mir die Entstehung der ALFONSinischen Übersetzung folgendermaßen vor. Im Jahre 1256 übersetzte der mehrfach genannte JEHUDA BEN MOSE KOHEN gemeinsam mit einem christlichen Gelehrten, der bei ALFONS GUILLEN ARREMON DASPA genannt wird, verschiedene Werke über die Fixsterne ins Spanische, darunter sicher dasjenige AL-SUFIS, vielleicht aber auch PTOLEMÄUS und andere. Daß es sich jedenfalls um mehrere Werke handelt, scheint mir aus den Worten der Einleitung hervorzugehen, nach denen die in Frage stehenden vier Bücher von den genannten Gelehrten „aus dem Caldäischen und Arabischen“ ins Spanische übersetzt wurden. Daß eins von diesen PTOLEMÄUS war, vermute ich wegen der überaus häufigen Anführung seines Namens. Sicher ist ferner, daß ALFONS durch die Polemik des AL-SUFI gegen PTOLEMÄUS und die Begründung seines Kataloges auf denjenigen des MENELAUS unter Ausschaltung des PTOLEMäischen, wobei die von AL-BATTANI eingeführte Präzession von 1° in 66 Jahren benutzt wird,²⁾ zu eben diesem Prinzip bekehrt wurde und seinen Katalog ebenfalls auf MENELAUS bzw. AL-SUFI gründete, wie sofort gezeigt werden wird. Diese wortgetreuen Übersetzungen wurden nun im Jahre 1276 in freier Weise verarbeitet, und zwar unter reger persönlicher Beteiligung ALFONS selbst. Wir lesen darüber: „Und später brachte sie in Ordnung und ließ sie zusammenstellen der genannte König, und entfernte diejenigen Dinge, die er als überflüssig und doppelt erkannte, und die nicht in gutem Kastilianisch waren, und setzte diejenigen hinzu, die er als Vervollständigung betrachtete. Und in bezug auf die Sprache ordnete er sie selber allein. . .“. Weiter heißt es, zur Unterstützung in den anderen Wissenschaften habe er dabei die beiden Christen JOAN de Mesina und JOAN de Cremona, und die beiden Juden

1) *Description des étoiles fixes composée au milieu du dixième siècle de notre ère par l'astronome persan ABD-AL-RAHMAN AL-SUFI. Traduction littérale etc. par H. C. F. C. SCHJELLERUP* (St. Pétersbourg 1874).

2) Bei SCHJELLERUP, a. a. O. p. 42 und 43.

JEHUDA und SAMUEL gehabt. Daß hier eine freie Umarbeitung vorliegt, dürfte schon daraus hervorgehen, daß ALFONS keinen bestimmten Autornamen nennt, was er gewiß getan haben würde, wenn das Werk in seinen Augen noch eine Übersetzung gewesen wäre. Der Wortlaut ist denn auch in der Tat zum aller größten Teil ein ganz anderer als bei AL-SUFI, und nur bei den sachlichen Aufzählungen der Sterne und ihrer Namen schimmert noch das Original hindurch. Man sucht z. B. auch vergebens nach der oben zitierten Auseinandersetzung AL-SUFIS über die Ableitung seines Katalogs aus dem des MENELAUS. Dagegen ist es freilich aus sachlichen Gründen um so sicherer, daß AL-SUFIS Werk in der Tat die hauptsächlichste Grundlage dieser freien Bearbeitung gebildet hat. Rechnet man nämlich AL-SUFIS Katalog unter Benutzung seiner Präzessionskonstante von 1^0 in 66 Jahren auf das Jahr 1256 um, so erhält man genau die ALFONSinischen Positionen, während dies vom Katalog des PTOLEMÄUS aus nicht gelingt. Wenn trotzdem über jeder Figurentafel die konstante Differenz $17^0 8'$ gegen PTOLEMÄUS angegeben ist, so ist dies offenbar (ebenso wie bei AL-SUFI) nur wegen der größeren Berühmtheit des PTOLEMÄischen Katalogs geschehen, während dieser in Wahrheit eliminiert ist.¹⁾

Die eigentümliche Anordnung des Materials, bei welcher die Längen und Breiten der Sterne nicht im Text gegeben sind, sondern in strahlenförmiger Anordnung das Bild der zugehörigen Konstellation umgeben, dürfte ALFONS Werk sein. Bei AL-SUFI findet sich nichts derartiges. Auch sind die Sternbilder selbst nicht wie bei AL-SUFI und in unseren heutigen Sternkarten dem unmittelbaren Anblick entsprechend, sondern als Spiegelbild desselben dargestellt, also in der Weise, wie sie auf einem Himmelsglobus gezeichnet zu werden pflegen, wodurch sich der Zusammenhang dieses Buches mit dem folgenden über den Himmelsglobus deutlich zu erkennen gibt. Übrigens liest man auch über jeder Figurentafel: „Und dies ist die Figur, wie sie auf dem Himmelsglobus erscheint, der auf arabisch »alcora« heißt“.

Die Angaben dieser Figurentafel findet man in den lateinischen *Tabulae ALFONSinae* als Fixsternkatalog wieder. In einigen derselben ist sogar noch der Wortlaut erhalten, welcher also hier bei AL-SUFI, dem ALFONSinischen Lehrbuch und den gedruckten Tafeln abgesehen von der Längenreduktion noch vollkommen parallel geht. Bei ALFONS wird z. B. der Sirius folgendermaßen beschrieben: „Der, welcher im Maule ist. Und

1) Über den Sternkatalog des MENELAUS und sein Verhältnis zu dem PTOLEMÄischen siehe A. A. BJÖRNBO, *Hat MENELAUS aus Alexandria einen Fixsternkatalog verfaßt?* Biblioth. Mathem. 23, 1901, p. 196. Vgl. auch F. BOLL, *Die Sternkataloge des HIPPARCH und des PTOLEMÄUS*, ibidem 23, 1901, p. 185.

Bibliotheca Mathematica. III. Folge. VI.

er ist sehr hell, und heißt »Axara Alemenia«, nach anderen »Alhaabor«. Länge $4^{\circ}48'$ cancris, Breite $39^{\circ}10'$, und ist 1. Größe. Und seine Natur ist vom Jupiter und ein wenig vom Mars, und ist heiß und weniger feucht“. Die Ausgabe Venedig 1518 der Tafeln gibt: „Quae est in ore: et est in ultimitate luminis: et dicitur canis: et est aschere aliemeni alhabor. Longit: $1^{\circ}34^{\circ}48'$, latit: $39^{\circ}10'$ merid., magnit: 1“, und unter der Rubrik „naturae“ ist ♄ angegeben. Endlich geben wir die entsprechende Stelle aus SCHJELLERUPS Übersetzung des AL-SUFI: „L'étoile qui est sur la bouche, très brillante, nommée le Chien, ou al-schira al-jamanija ou al-abûr. Longit.: $3^{\circ}0^{\circ}22'$, Lat: $39^{\circ}10'$, Grand. 1.“

Es sei noch erwähnt, daß ALFONS auch die Längen und Breiten von 14 Sternen, welche auf sein Geheiß im Jahre 1260 in Toledo durch Beobachtung ermittelt wurden, in dies Buch über die Fixsterne mit aufgenommen hat. Sie werden im IV. Kapitel des letzten Buches mitgeteilt. In diesem letzten Buch befindet sich nur eine einzige Abbildung, welche in etwas schematischer Darstellung das PTOLEMÄISCHE Astrolabium mit den 44 darin markierten Sternen darstellt, die auf diese Weise als Fundamentalsterne dienen.

Einen strittigen Punkt bildete schon im Mittelalter die Epoche dieses ALFONSINISCHEN KATALOGS. Nach unserer Darlegung ist sie offenbar 1256, also das Jahr, in dem AL-SUFIS Werk von JEHUDA übersetzt wurde. Diese Annahme würde auch, obwohl wir bei ALFONS selbst keine Angabe darüber finden, ganz einwandfrei erscheinen, wenn nicht die gedruckten *Tabulae ALFONSINAE*, die doch dieselben Längen geben, völlig einmütig als Epoche das Krönungsdatum ALFONS X., den 1. Juni 1252 angäben, zu welchem Zeitpunkt die Tafeln auch vollendet sein sollen. Daß letzteres offenbar unrichtig ist, soll weiter unten gezeigt werden. Mir scheint aber auch, daß die Epoche gleichfalls unrichtig angenommen ist. Diesen Fehler erkannte auch bereits im 16. Jahrhundert RITIUS in seinem Werk *De motu octave sphere*,¹⁾ wo er im Kapitel 46 schreibt:²⁾ „Revocata priore sententia, ALBATEGNI sententiam complexus est (ALFONSUS), et stellas fixas, quae hodie in ALPHONSI tabulis locis suis descriptae visuntur, secundum hanc eandem sententiam locavit, scripsitque stellas continuato cursu semper ad ortum ferri; tempus autem radicum earundem stellarum est anni 1256, non 1252 sicut notant, qui priores ALPHONSI Canones novis stellarum radicibus immiscuere“. So weit ich gesehen habe, hat aber diese Be-

1) Der genaue Titel ist nach BJÖRNBO, a. a. O. p. 197 Anm.: *AUGUSTINI RITI de motu octave sphere: opus mathematica atque philosophia plenum* ... BJÖRNBO schließt, daß es 1517 verfaßt wurde. Die meisten Quellen geben: Paris 1521 (vgl. ENESTRÖM, Biblioth. Mathem. 3, 1902, p. 328).

2) Zitiert nach RICCIOLI, *Almagestum novum*, p. 444.

richtung von RITUS nur die eine Wirkung gehabt, daß PASCAL HAMEL in seinen beiden Pariser Ausgaben der Tafeln vom Jahre 1545 und 1553 vor dem Fixsternkatalog schreibt: „Loca quae ab ALFONSO in his tabulis posita sunt, radicem habent ab anno 1256 teste AUGUSTINO RICCIO“, während er weiter keinerlei Rücksicht darauf nimmt. Übrigens waren dies die letzten Druckausgaben der Tafeln, und während der längsten Dauer der praktischen Wirksamkeit derselben hat also der 1. Juni 1252 — fälschlich — als die Epoche der Sternkatalogs gegolten. Wir werden später noch einmal auf diese Dinge zurückkommen müssen.

Das Buch vom Himmelsglobus.

Diesen 2. Teil des Lehrbuches findet man am Schluß des 1. Bandes der *Libros del saber* etc. Im wesentlichen ist er die Übersetzung der Schrift des KOSTA BEN LUKA (bei ALFONS „COZTA“) über den Gebrauch des Himmelsglobus.¹⁾ Die wörtliche Übersetzung wurde am Donnerstag den 6. Februar 1259 gemeinsam von JEHUDA BEN MOSE und JOHANN D'ASPA fertiggestellt. Erst 18 Jahre darauf, im Jahre 1277, wurde es in der vorliegenden Form umgearbeitet und dem Sammelwerk einverleibt.

Die ersten vier Kapitel, welche von der Herstellung des Globus handeln, stammen nicht von dem arabischen Original, sondern sind von den ALFONSINISCHEN Gelehrten verfaßt, während das arabische Original gleich mit der Beschreibung des fertigen Instruments beginnt. Obwohl die Herstellung des Globus mit einer peinlichen Sorgfalt geschildert wird, und das Kapitel 3 z. B. genau darüber Auskunft gibt, welche Farben man am besten für den Himmelsgrund und für die Sterne zu wählen, und welche Form man diesen selbst zu geben hat usw., so findet man nirgends die Zahlenangaben der Sternpositionen, welche doch zum Einzeichnen nötig sind, wodurch sich der Zusammenhang dieses Buches mit dem vorangegangenen deutlich zu erkennen gibt. Es folgt dann eine eingehende Anleitung zum Gebrauch und eine umfangreiche Sammlung von Aufgaben aus der mathematischen Geographie, welche mit Hilfe des Globus durch Einstellen gelöst werden. Man findet Aufgaben über die Drehungserscheinungen des Himmels in den verschiedenen Breiten, über Tageslänge, Polartag und Polarnacht und dergl. Das letzte Kapitel ist ein Zusatz, welcher auf ALFONS Geheiß von „XOSSE“ verfaßt worden ist, und enthält einige technische Ergänzungen, welche anscheinend den Globus für astrologische Einstellungen brauchbar machen sollen. Hierzu gehören auch einige Figuren, die einzigen in diesem Buche.

1) Siehe STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 552.

Das Buch von den Armillen.

Das Vorwort dieses Buches rührt von ALFONS selbst her. Der erste Teil, welcher über die Herstellung des schon von PTOLEMÄUS verwendeten Instruments handelt, stellt offenbar die Übersetzung einer Schrift von ZARKALI dar, denn es beginnt mit der üblichen Formel: Es spricht der Gelehrte ABUÇACH AZARQUIEL. Damit stimmt die Angabe überein, welche ALFONS im Vorwort macht, daß er nämlich über den *Gebrauch* dieses Instruments kein Buch vorgefunden habe, das er hätte übersetzen lassen können, und daß er darum einem gewissen RABIÇAG den Auftrag gegeben habe, das Werk zu vervollständigen, und zwar in leichtfaßlicher Weise, so daß jeder nach dieser Anleitung das Instrument benutzen könne. Dieser RABBI ÇAG oder ISAK ist niemand anders als ISAAK IBN SID, der Hauptverfasser der ALFONSinischen Tafeln, wie wiederum STEINSCHNEIDER mit gewohntem Takt erkannt hat.¹⁾

Die Armillen bestehen aus einer Anzahl größter Kugelkreise, die konzentrisch zusammengefügt sind. Zuerst wird die Herstellung der einzelnen Kreise beschrieben und durch Abbildungen veranschaulicht. Dann folgt ein Kapitel über die Montierung des Instruments, zu welchem eine prächtig kolorierte Tafel gehört, die das ganze Instrument auf einem kleinen Steinpfeiler aufgestellt zeigt.

Der Gebrauch des Instruments ist ein sehr mannigfaltiger, weshalb es auch gelegentlich als „*estrumente universalmentre*“ bezeichnet wird. Alle drei Systeme, Äquatorial-, Ekliptikal-, Horizontalsystem sind in ihm enthalten, und es sind direkte Ablesungen in ihnen möglich. Auch lassen sich außer direkten Augenbeobachtungen auch Schattenbeobachtungen ausführen, und endlich dient das Instrument auch als Rechenmaschine, um zahlreiche astronomische Aufgaben auf mechanischem Wege zu lösen. Es wird eine sehr umfangreiche Sammlung solcher Aufgaben gegeben, welche z. T. von ABEN MOHAD, PTOLEMÄUS, AL-BATTANI und HERMES herrühren. Auch kommen einige Hilfstabellen vor, welche in römischen Ziffern gegeben sind. — Da auch in dem später zu besprechenden originalen Text der Planetentafeln nur römische Ziffern vorkommen, so wird hierdurch der Gedanke nahe gelegt, es könnten auch die gegenwärtig unbekannten originalen Planetentafeln selbst römische Ziffern aufweisen.

Das Buch vom sphärischen Astrolabium („*astrolabio redondo*“).

Auch bei diesem Buche rührt das Vorwort von ALFONS selber her. Er sagt darin wieder, weil er kein Buch gefunden habe, welches über die

1) *Die Mathematik bei den Juden*; Biblioth. Mathem. 1896, p. 113.

Herstellung dieses Instruments handelte, habe IBN SID (wir behalten im folgenden gleich diese Schreibweise bei) den Auftrag gegeben, ein solches zu verfassen, und zwar, was immer betont wird, in allgemein faßlicher Form.

Das hier beschriebene Instrument besitzt keine feste Aufstellung, sondern wird beim Gebrauch aufgehängt oder in der Hand gehalten. Es besteht aus einer mit Gradteilungen versehenen Kugel, der „espera“, welche sich innerhalb einer durchbrochenen Kugelschale, dem „red“ (eigentlich Netz) dreht. Letzteres besteht aus verschiedenen miteinander starr verbundenen Kreisteilungen, die aber nicht nur größte Kreise darstellen. Auch eine Reihe von Fundamentalsternen finden sich in diesem „red“ markiert. Der zweite Teil des Werkes, welcher wieder von der Anwendung des Instruments handelt, stellt auch hier eine große Sammlung von Aufgaben dar. Das Instrument dient in erster Linie zur Beobachtung, und zwar sowohl zur direkten Augenbeobachtung als zu Schattenbeobachtungen, es gestattet aber auch eine Verwendung als Rechenmaschine für gewisse Aufgaben, z. B. kann man sofort durch Einstellen der Alhidade auf den Jahrestag den Längengrad der Sonne ablesen u. dergl. Einige der angeführten Aufgaben rühren von PTOLEMÄUS, „VELES“, HERMES und ZARKALI her.

Das Buch vom ebenen Astrolabium („Astrolabio plano“).

Bei diesem Buche wird weder der Verfasser noch eine Jahreszahl genannt. Vermutlich rührt es ebenso wie das vorangehende von IBN SID her. Das hier beschriebene Instrument ist das gebräuchlichere ebene Astrolabium, welches schon PTOLEMÄUS verwendete. Im Vorworte heißt es: „... das Astrolabium, welches ursprünglich sphärisch war wie die Himmelskugel. Und weil PTOLEMÄUS sah, daß dies Instrument (das sphärische Astrolabium) wegen seiner Größe sehr schwer von einem Ort zum anderen zu transportieren war, und daß es auch schwer herzustellen war, so verwandelte er es aus dem sphärischen in ein ebenes ...“. Der Unterschied gegen das vorige Instrument besteht darin, daß man alles auf eine Ebene projiziert hat. Auf diese Weise erhält man eine durchbrochene Scheibe („red“) mit verschiedenen Kreisteilungen und den markierten Fundamentalsternen, und darunter drehbar eine andere Scheibe („lamina“), welche hier die Kugel des vorigen Instruments vertritt. Obendrein hat man auch noch die Rückseite der Scheibe zur Verwendung herangezogen. Wie bei dem vorigen Buch sind viele Figuren gegeben, in welchen man das Instrument nach und nach vor sich entstehen sieht. Die Anwendung ist im großen und ganzen dieselbe wie bei dem sphärischen Astrolabium, und es wird wieder eine ähnliche Aufgabensammlung gegeben wie früher. Das letzte Kapitel handelt von einer Prüfung des Instruments. Auch in diesem Buche kommt eine Zahlentafel mit römischen Ziffern vor.

Das Buch vom Atağir.¹⁾

Dies nur kurze Buch bildet den Schluß des zweiten Bandes der *Libros del saber*. Das Vorwort rührt von ALFONS selbst her, von welchem wir erfahren, daß IBN SID dies Buch auf sein Geheiß verfaßt hat. Das hier beschriebene Instrument, welches auch als „estrumento del leuantiamento“ (ascensiones?) bezeichnet wird, ist ähnlich dem vorigen eine scheibenförmige, mit Alhidade versehene Vorrichtung. Nach dem Vorwort zu urteilen, scheint es lediglich zu astrologischem Gebrauch bestimmt zu sein, denn ALFONS sagt dort: „Weil wir sehen und hören, daß man die gewaltigen Ursachen des Geschehens dieser Welt sowie die Dauer des menschlichen Lebens und die Dinge, welche sich ereignen von Bösem und von Gutem, nur erforschen kann durch die Kenntniss des »leuantiamento«, welches »atağir« genannt wird; und weil es, so man dies durch Rechnung wissen will, sehr schwierig zu bewerkstelligen ist, und es deswegen oft unterbleibt, während doch das Unterbleiben einen großen Verlust in dieser Wissenschaft verursacht, — deswegen gaben wir den Auftrag . . .“. Es scheint also, als sei das Instrument bestimmt gewesen, gewisse astrologische Rechnungen, welche man sich wegen ihrer Umständlichkeit gern sparte, durch mechanische Einstellungen auszuführen. Das Werk ist wie die bisherigen in zwei Teile geteilt. Der erste, mit Figuren versehen, handelt von der Herstellung, der zweite, hier sehr kurz, vom Gebrauch.

Das Buch von der Universal-Lamina („Lamina uniuersal“).

Auch dies Werk ist im wesentlichen die Übersetzung einer arabischen Schrift. Der Autor derselben, bei ALFONS „Alyn Sohn des Halaf“, = 'ALÎ B. CHALAF, ist nach SUTER²⁾ vielleicht mit 'ALÎ B. CHALAF B. ĠALIB EL-ANŞÂRÎ, ABÛ'L-ḤASSAN, identisch. Das hier beschriebene Instrument ist eine Abart des ebenen Astrolabiums. Die Benennung „Universal-Lamina“ bezieht sich offenbar nicht auf das ganze Instrument, sondern nur auf die drehbare Scheibe (lamina), die den inneren Teil des Astrolabiums bildet. Diese Scheibe ist hier mit einer Projektion versehen, welche das Instrument für alle geographischen Breiten verwendbar macht.

Auch hier rührt das kurze Vorwort von ALFONS selbst her. Er sagt darin: „Und nun wollen wir davon handeln, wie die »lamina uniuersal« herzustellen ist, welche in Toledo gebaut wurde, wovon dann die Açafeha des ZARKALI abgeleitet wurde. Und der Gelehrte, welcher die genannte Lamina herstellte, schrieb kein Buch über ihre Herstellung, wie weiter

1) Atağir = Tasjir. Vgl. STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 277.

2) A. a. O. p. 214. Siehe auch STEINSCHNEIDER, *Études sur ZARKALI*; *Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.* 18, 1885, p. 355.

unten aus dem Buche zu ersehen ist, welches er über den Gebrauch schrieb ...“. Deshalb habe er IBN SID den Auftrag gegeben, den ersten Teil über die Herstellung „recht vollständig mit allen Beweisen und Figuren“ abzufassen. Die ersten zwölf Kapitel rühren also von IBN SID her. Der zweite Teil dagegen beginnt mit den Worten: „Es spricht ALYN, der Sohn des HALAF“ und stellt also die Übersetzung des arabischen Originals dar. Der Verfasser bezeichnet sich unzweideutig selber als Erfinder der Universal-Lamina. In seinem Werke folgt nämlich auf eine überschwengliche Lobpreisung Gottes eine Auseinandersetzung, in welcher er von dem PTOLEMÄISCHEN Problem, die Oberfläche einer Kugel auf einer Ebene darzustellen („cuemo se deue allanar la espera“) und seiner Verwirklichung im ebenen Astrolabium ausgeht. Er führt aus, daß letzteres die große Unbequemlichkeit besitze, daß man für jede geographische Breite eine besondere Lamina nötig habe. Deshalb habe er eine Lamina mit einer anderen Projektion ersonnen, welche für alle Breiten gelte, und habe dies Instrument »ell orizon uniuersal« genannt, auch habe er dies Buch darüber geschrieben. Er will ferner das Instrument dem Könige „Meymun“ (EL MAMUN) gewidmet haben. Nach SUTER¹⁾ ist dies der Kalife QÄSIM B. HAMMÜD, genannt EL-MÂMÛN, von Cordova, der um das Jahr 1019 oder 1020 regierte. RICO will die ganze Schrift ZARKALI zuteilen, worauf wir indessen nicht näher eingehen können. Zur Vervollständigung ließ ALFONS von IBN SID einen ersten Teil, mit Figuren versehen, vorausschicken, welcher über die Herstellung des Instruments handelt.

Den Hauptteil des Werkes bildet auch hier eine umfangreiche Aufgabensammlung aus allen Gebieten der praktischen Astronomie. Die Aufgaben sind in sehr äußerlicher Weise nach dem Objekt, mit dem sie sich befassen, in fünf Teile unterschieden, deren erster über die Zusammensetzung und Handhabung des Instruments handelt, während der zweite Aufgaben aus der astronomischen Geographie ohne direkten Bezug auf einen Himmelskörper, der dritte Aufgaben über die Sonne, der vierte solche über die Fixsterne und der fünfte desgleichen über den Mond gibt. Bei einigen dieser Aufgaben wird auf ältere Autoren zurückgegriffen, namentlich PTOLEMÄUS, AL-BATTANI, HERMES.

Das Buch von der Aḡafeha.

Das Buch ist eine Übersetzung der bekannten Schrift von ZARKALI über die von ihm erfundene Safiha oder Aḡafeha, ein dem vorigen ähnliches Astrolabium. Der vorausgeschickte Teil über die Herstellung des Instruments rührt aber offenbar von den ALFONSinischen Gelehrten her, da erst der zweite Teil mit dem stereotypen Satz beginnt: Es spricht der oben genannte Gelehrte ZARKALI. Aus der Einleitung des Buches ist zu ersehen, daß

1) A. a. O. p. 214.

ZARKALI sein Instrument zuerst dem Könige EL-MÂMÛN (1038—75) widmete. Später siedelte er nach Sevilla über, wo er eine andere, vollkommenere Safiha konstruierte, die er nun dem König von Sevilla MUHAMMED BEN 'ABBÂD (1069—91) widmete.¹⁾ Weiter erfahren wir, daß ALFONS bereits in seinem vierten Regierungsjahre, also 1255 oder 1256, dies Buch aus dem Arabischen durch FERNANDO von Toledo ins Spanische übertragen ließ, daß er aber 1277 die Übersetzung nochmals vollständiger und besser durch „BERNALDO“ und „ABRAHEM“ ausführen ließ. Der letztere ist offenbar identisch mit dem früher erwähnten ABRAHAM DE BALMES, der IBN HEIT-HAMS Weltkonstruktion für ALFONS ins Spanische übertrug.

Wir wollen auf dieses Werk, das schon wiederholt Gegenstand genauerer Untersuchungen gewesen ist,²⁾ hier nicht näher eingehen.

Zwei Bücher von den Laminas der sieben Planeten (Äquatorien).

Diese im dritten Bande der spanischen Publikation enthaltenen Bücher sind von manchen Autoren nicht richtig ausgelegt worden, weswegen es wohl nicht unnütz ist, auf ihren Inhalt etwas näher als bei den übrigen einzugehen. Das erste ist eine Übersetzung des arabischen Buches, welches ABÛL-KASIM AS'BAG IBN AS-SAM'H († 1035), der bei ALFONS ABULCAÇIM ABNAÇAHM genannt wird,³⁾ verfaßt hatte, und das wahrscheinlich über ZARKALI auf ALFONS gekommen ist. Das zweite ist ebenfalls eine Übersetzung eines arabischen Werkes, und zwar von ZARKALI, welches nach RICO etwa 1081 zu Sevilla verfaßt wurde.

Der Gegenstand, welchen diese beiden Bücher behandeln, wird in der Einleitung deutlich bezeichnet: „ . . . und nun wollen wir von den Laminas der sieben Planeten handeln, welche gemacht sind, um den Ort eines Planeten zu einer beliebigen Stunde und an einem beliebigen Tage mit Sicherheit zu erfahren, ohne Tafeln und ohne irgend welche Rechnung, sondern auf sehr einfache Weise; und es ist dies eine der Subtilitäten (sotilezas), welche in dieser Wissenschaft erfunden worden sind“. Die Laminas sind also Apparate, welche es gestatten, den Ort eines Planeten zu einer beliebigen Zeit auf graphisch-mechanischem Wege, „ohne Tafeln und Rechnung“ zu finden. Diese Instrumente, welche in der Geschichte der Astronomie wohl nicht ganz mit Unrecht nur recht kurz erwähnt zu werden pflegen,⁴⁾ waren später, namentlich im 16 Jahrhundert unter dem

1) Siehe SUTER, a. a. O. p. 215.

2) So namentlich in STEINSCHNEIDER, *Études sur ZARKALI, astronome arabe du XI^e siècle, et ses ouvrages*; Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. **14** (1881), p. 171; **16** (1883), p. 493; **17** (1884), p. 765; **18** (1885), p. 343; **20** (1887), p. 1, 575.

3) Vgl. STEINSCHNEIDER, *Études sur ZARKALI*, a. a. O. **18**, 1885, p. 348, sowie SUTER, a. a. O. p. 85 und 215.

4) Bekannt ist KEPLERS abfälliges Urteil über sie: industria miserabilis.

Namen aequatorium (aequare = Ungleichung anbringen), auch wohl planisphärium bekannt, und besaßen eine größere Verbreitung, als man nach der Kürze ihrer Besprechung in den neueren Geschichtswerken meinen sollte.¹⁾ Es ist hieraus aber ersichtlich, daß man von diesen Büchern nicht ohne weiteres in dem Sinne sprechen kann, als sei hier eine Planetentheorie gegeben. Denn wenn sich auch der Mechanismus dieser Laminas an die Theorie anlehnt, so treten, wie gezeigt werden wird, doch auch Abweichungen auf, und namentlich sind auch die Zahlenwerte, da sie für den Zeichner gegeben sind, meist nur abgerundete Näherungswerte. Die Breite bleibt natürlich ganz unberücksichtigt. Die Laminas stellen eine ebene Kreisscheibe dar, welche als die Ekliptikalebene oder auch als die Bahnebene zu betrachten ist, wozwischen kein Unterschied gemacht wird. Der Mittelpunkt stellt die Erde dar, und der äußere Rand, der eine Ekliptikaleitung trägt, den Kreis der Ekliptik in der Fixsternsphäre. Auf der Scheibe wird nun der Deferent (Levador) des betreffenden Planeten in seiner exzentrischen Lage zur Erde eingezeichnet. Auf diesen Deferenten wird der Mittelpunkt der kleinen, gesondert ausgeschnittenen Epizykelscheibe aufgesetzt, dessen Peripherie von dem Planeten beschrieben wird, während sich der Mittelpunkt auf der Peripherie des Deferenten herum bewegt. Die sogenannte Zweiteilung der Exzentrizität, vermöge welcher

1) So gab nach WEIDLER CAMILLO LEONARDI 1496 ein *Liber desideratus canonum aequatorii coelestium motuum, sine calculo* heraus. Ich hatte ein anderes Werk über denselben Gegenstand in Händen, welches SCHONER 1524 zu Nürnberg unter dem Titel herausgegeben hat: *Aequatorii astronomici omnium ferme uranicorum theorematum explanatorum canones*. Auch hier müssen, wie bei den arabischen Laminas, die mittleren Bewegungen im Deferent und Epizykel einer Hilfstafel entnommen werden. Diese Größen werden eingestellt, worauf ein im Mittelpunkt der Scheibe befestigter Faden über den Ort des Planeten im Epizykel gespannt wird und an der äußeren Ekliptikaleitung den wahren Ort abzulesen gestattet. Am Schluß des Werkes befinden sich fünf kolorierte Figuren, das Äquatorium des Mondes, der Sonne, Venus und Merkurs und nochmals des Mondes darstellend. — Dies scheint indessen nur das vorbereitende Werk zu dem vollständigeren und umfangreicheren *Aequatorium astronomicum* gewesen zu sein, welches SCHONER 1534 zu Nürnberg herausgab. — Über denselben Gegenstand haben noch zahlreiche andere Autoren geschrieben. Wir erwähnen FRANCISCUS SARZOSUS (1535), ferner namentlich das bekannte Werk des PETRUS APIANUS: *Astronomicum Caesareum* (Ingolstadii 1540) (hier lautet der terminus technicus »planetolabium«), welches eingehend in KÄSTNERS *Geschichte d. Mathematik* II, p. 548—564 besprochen ist. Auch SEBASTIAN MÜNSTER (um 1530) scheint hierher zu gehören. Ferner hat ORONTIUS FINEUS ein derartiges, von seinem Vater FRANCISCUS gebautes Instrument in einem 1548 zu Paris erschienenen Werke beschrieben, welches den Titel führt: *In proprium planetarum aequatorium, omnium antehac excogitatorum et intellectu et usu facillimum, canones, ab ipso auctore recens aucti et emendati*. Vergleiche auch das »planisphärium« des JOHANN DE ROIAS. RICCIOLI gibt in seinem *Almagestum novum* p. 505 einen kurzen Überblick über die Literatur dieses Gegenstandes.

sich die Bewegung im Deferenten nicht gleichförmig vollzieht, sondern dergestalt, daß sie sich von einem neuen, aber auch auf der Apsidenlinie gelegenen Punkte (*centrum aequans*) aus als gleichförmige Winkelbewegung darstellt, wird auf höchst einfache Weise dadurch berücksichtigt, daß die Teilung des Deferenten nicht zentrisch ausgeführt wird, sondern so, daß die Verbindungsstrahlen der Teilstriche mit dem „*centrum aequans*“ untereinander gleiche Winkel einschließen. Auf diese Weise wird die genannte Korrektur von der Figur selbst angebracht, und man braucht sich gar nicht weiter um sie zu kümmern. Kennt man also die Einstellungswinkel im Deferent und Epizykel, so ist damit der Ort des Planeten auf der Lamina festgelegt, und man braucht nur noch einen um den Mittelpunkt der Scheibe drehbaren Alhidadenarm so zu legen, daß seine Kante durch diesen Ort des Planeten geht, um sofort an der äußeren Ekliptikaleilung die wahre Länge ablesen zu können. Wie ersichtlich, müssen die Winkel im Deferenten und Epizykel zur Einstellung gegeben sein, allein dies sind die gleichförmigen mittleren Bewegungen, die man ohne Mühe einer kleinen auf die Lamina selbst geschriebenen Hilfstafel entnehmen kann.

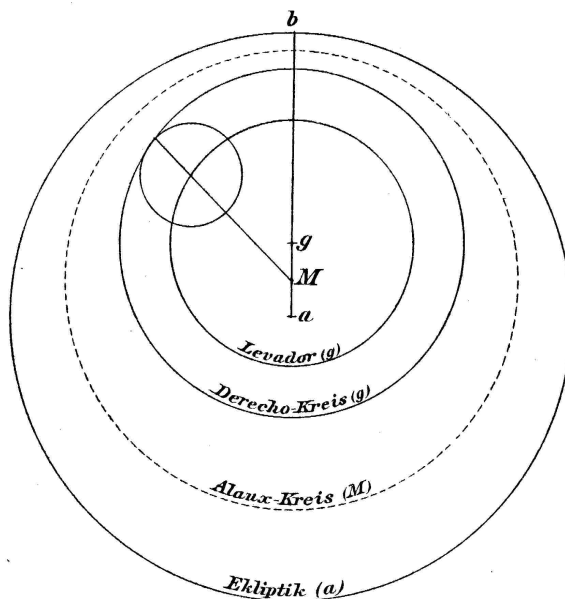


Fig. 1.

braucht Die weitere Darstellung ist aus Figur 1 ersichtlich: ab ist der Radius der Scheibe und zugleich die Apsidenlinie, auf der alle Zentren liegen. a ist die Erde, b der Punkt der Ekliptik, auf welchen das Apogäum (*aux*) des Planeten fällt. Dann zeichnet man die Exzentrizität ag und schlägt um g den Levadorkreis. Der Anfangspunkt der Zählung im Levador ist natürlich

Soweit das Prinzip. Im einzelnen treten sowohl zwischen den verschiedenen Planeten als auch zwischen den beiden genannten Büchern manche Unterschiede auf, von denen wir hier, um die Darstellung nicht allzu weit auszudehnen, nur die hauptsächlichsten erwähnen können.

Bei IBN SAM'Ĥ ist für jeden Planeten eine besondere Lamina nötig, doch werden alle nach gemeinsamem Maßstabe entworfen, was den Vorteil gewährt, daß man für alle nur eine einzige Epizykelscheibe

durch die Apsidenlinie gegeben. Schwieriger ist der frei aufgesetzte Epizykel zu orientieren. Um dies zu ermöglichen, hat IBN SAM'Ĥ einen zum Levador konzentrischen Kreis gezeichnet, der von diesem überall um den Epizykelradius entfernt ist, so daß er den aufgesetzten Epizykel in allen Lagen desselben berührt. Dieser Kreis, welcher als »en derecho« des Levador bezeichnet wird, ist eine Erfindung des genannten maurischen Astronomen. Nun müssen noch Levador- und Derechokreis mit Teilungen versehen werden, und zwar wie erwähnt, zentrisch vom „punctum aequans“ M aus, so daß die abgeteilten Bogenstücke ungleich groß werden. Zu diesem Zweck schlägt man um M einen möglichst großen Hilfskreis, hier Alauxkreis genannt (Alaux = aux), welcher in 360 gleiche Teile geteilt wird und durch dessen Radien Levador- und Derechokreis eingeschnitten werden. Dieser Alauxkreis mit dem „centrum aequans“ M als Mittelpunkt dient also gleichsam als Teilmaschine für die beiden anderen Kreise, die ihm etwas exzentrisch aufgesetzt sind. Da hiermit sein Zweck erfüllt ist, so wird er nach erfolgter Teilung wieder entfernt, so daß auf der fertigen Lamina, wie sie in dem spanischen Werke abgebildet ist, nur Levador- und Derechokreis zu sehen sind. Merkwürdigerweise liegt aber Punkt M nicht jenseits von g , so daß $ag = gM$, wie es die PTOLEMÄISCHE Theorie verlangt, sondern er halbiert ag , so daß $aM = Mg$. Diese Abweichung, welche bereits HERZ a. a. O. mit Recht hervorgehoben hat, ist sehr merkwürdig, denn einerseits ist ein Fehler durch Abschreiben und Übersetzen nicht wahrscheinlich, da sich dieselbe Darstellung der Reihe nach bei allen Planeten findet, und andererseits sieht man nicht ein, welche Gründe den Verfasser zu dieser Abweichung von der Theorie nötigten. Es liegt daher die schon von HERZ geäußerte Vermutung nahe, daß wir es hier mit einem Mißverständnis der PTOLEMÄISCHEN Lehre von der Zweiteilung der Exzentrizität zu tun haben.

Sind Levador- und Derechokreis in der angegebenen Weise mit Teilungen versehen, so findet die Orientierung des aufgesetzten Epizykels einfach in der Weise statt, daß der Nullpunkt seiner Teilung auf denselben Grad des tangierenden Derechokreises eingestellt wird, auf den im Levador der Mittelpunkt des Epizykels gesetzt ist. Dadurch wird die Bedingung der Theorie erfüllt, daß der Nullpunkt des Epizykels stets vom „centrum aequans“, nicht von der Erde aus, hinter seinem Mittelpunkt liegt, d. i. im mittleren Epizykelapogäum und nicht im wahren.

Auf die bei IBN SAM'Ĥ sehr abgerundeten Zahlenwerte können wir hier nicht näher eingehen, desgleichen auch nicht auf die Vereinfachungen und Komplikationen, welche bei der Sonne, bzw. beim Monde und Merkur auftreten.

An Präzision der Darstellung und Einheitlichkeit der Behandlung ist

das zweite, von ZARKALI verfaßte Buch weit überlegen, bei welchem man in der Tat nichts fortlassen kann, ohne daß eine wesentliche Lücke entstünde. Während bei seinem Vorgänger für jeden Planeten eine eigene Lamina nötig war, besteht das Instrument von ZARKALI nur aus einer einzigen Lamina mit zwei Seiten, welche auf der Vorderseite die Kreise der Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn, und auf der Rückseite diejenigen der Sonne, des Mondes und Merkurs trägt, wozu dann noch eine für alle Planeten gemeinsame aufsetzbare Epizykelscheibe kommt. Die auf der Vorderseite vereinigten vier Planeten sind ganz gleichartig behandelt, während auf der Rückseite die drei vom Schema abweichenden vereinigt sind. Die beiden Figuren p. 281 und 282 des III. Bandes der *Libros del saber* zeigen Vorder- und Rückseite dieser Lamina, letztere mit der oft zitierten Merkursellipse, und auf p. 283 ist die Epizykelscheibe, allerdings in vergrößertem Maßstabe, abgebildet. ZARKALIS Darstellung weicht in mehreren Punkten von seinem Vorgänger ab. Zunächst sind seine Zahlenangaben weit genauer, ja von einer für den Zeichner meist illusorischen Genauigkeit, und ZARKALI sagt ausdrücklich, er überlasse es dem Zeichner, sie abzurunden. Daher wird man, wenn überhaupt, bei diesem Buche eher berechtigt sein als bei dem vorangegangenen, auf die Planetentheorie des Verfassers zu schließen. Das Mißverständnis seines Vorgängers in bezug auf die Zweiteilung der Exzentrizität ist in ZARKALIS Werk entfernt, und seine Darstellung stimmt mit der PTOLEMÄISCHEN Theorie überein. Den Derechokreis IBN SAM'H's übernimmt auch er, nennt ihn aber — was zu beachten ist — Alauxkreis, während er für den Hilfskreis, der bei jenem Alauxkreis hieß, den Namen Yguador (Äquant) einführt. Auch bei ZARKALI wird dieser Yguador nach der mit seiner Hilfe erfolgten Teilung der anderen Kreise entfernt, so daß für jeden Planeten zwei Kreise, der Alauxkreis und der Levador, die zueinander konzentrisch sind, stehen bleiben. Die Differenz ihrer Radien ist überall konstant, nämlich gleich dem Radius der gemeinsamen Epizykelscheibe, auf welcher alle Epizykel konzentrisch gezeichnet sind.

Die Vorderseite der ZARKALISCHEN Lamina, die auf p. 281 der spanischen Publikation abgebildet ist, zeigt daher, wenn man von der äußersten Ekliptikaleilung absieht, von außen nach innen gezählt folgende acht geteilte Kreise: Alauxkreis \mathfrak{h} , Alaux \mathfrak{A} , Alaux \mathfrak{O} , Alaux \mathfrak{Q} , Levador \mathfrak{h} , Levador \mathfrak{A} , Levador \mathfrak{O} , Levador \mathfrak{Q} .

Die auf der folgenden Seite abgebildete Rückseite der Lamina gibt, wie erwähnt, die abweichend konstruierten Kreise der Sonne, des Mondes und Merkurs. Am wenigsten Umstände macht naturgemäß die Sonne, bei welcher der Epizykel ganz fortfällt, so daß auch der Alauxkreis unnötig wird. Die Mondkreise konstruiert ZARKALI anders als sein Vorgänger.

Trotzdem bildet offenbar auch bei ihm die Darstellung derselben wegen der komplizierten Handhabung des Apparates einen wunden Punkt. Dagegen ist es ihm für die gleichfalls schwierige Merkursbewegung gelungen, eine Darstellung zu finden, die eine sehr einfache Handhabung des Apparates zuläßt und doch die Komplikation der PTOLEMÄISCHEN Theorie getreu wiedergibt. Es ist dies die von vielen Autoren nicht richtig interpretierte Ellipse, welche sich auf der Rückseite der ZARKALISCHEN Lamina befindet. Die ganze Figur zeigt, wenn man wieder von der äußersten Ekliptikaleilung absieht, von außen nach innen gezählt folgende Kreise: Kreis der Sonne, Alauxkreis des Merkur, Alaux Mond, Levador Mond (ohne Zählung), und Levador des Merkur (die Ellipse). Der kleine Kreis in der Mitte endlich ist eine Hilfskonstruktion für die Merkurskurven. Die Konstruktion der letzteren gründet sich auf die PTOLEMÄISCHE Theorie der Merkursbewegung, nach welcher der Mittelpunkt des Deferentenkreises, während dieser beschrieben wird, seinerseits wieder auf einem kleinen Kreise rotiert. Die hieraus resultierende Kurve, welche der Epizykelmittelpunkt zu beschreiben hat, besitzt jene ellipsenähnliche Gestalt. Die Konstruktion dieser Kurve ist in dem unmittelbar vorangehenden Kapitel mit einer geradezu peinlichen Sorgfalt dargestellt. Es sei in Figur 2 a die Erde und zugleich der Mittelpunkt der ganzen Scheibe. ag ist die Exzentrizität, wobei g aber nur den mittleren Ort des Deferentenzentrums darstellt. Der wahre Ort wandert auf dem kleinen Kreise mit dem Radius gM herum, welcher »el cerco levador del centro del levador de mercurio« heißt. Punkt M selbst, welcher ag halbiert, ist das Zentrum der gleichförmigen Winkelbewegung im Levador und daher der Mittelpunkt des mit beliebigem Radius geschlagenen Yguador. Nun wird sowohl der Yguador als der kleine Kreis jeder für sich zentrisch geteilt, doch so, daß die Teilung des letzteren entgegen der Zählung der Längen fortschreitet, während die des ersteren im Sinne der wachsenden Längen erfolgt. Nun erhält man ein Punkt-

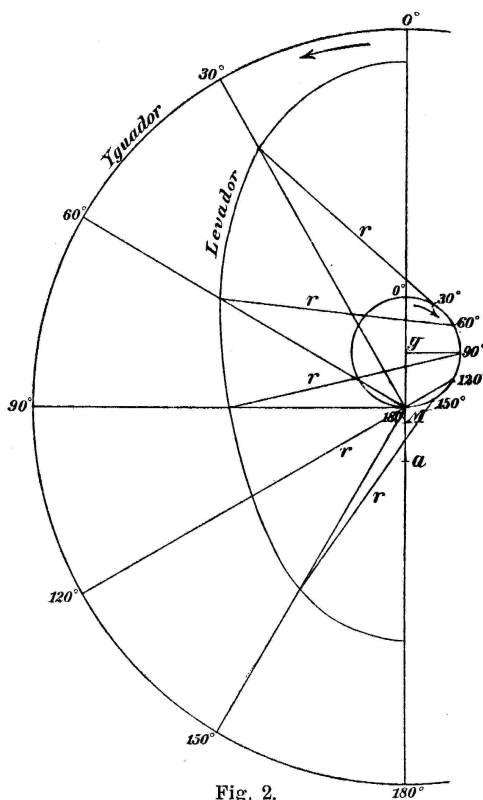


Fig. 2.

Der wahre Ort wandert auf dem kleinen Kreise mit dem Radius gM herum, welcher »el cerco levador del centro del levador de mercurio« heißt. Punkt M selbst, welcher ag halbiert, ist das Zentrum der gleichförmigen Winkelbewegung im Levador und daher der Mittelpunkt des mit beliebigem Radius geschlagenen Yguador. Nun wird sowohl der Yguador als der kleine Kreis jeder für sich zentrisch geteilt, doch so, daß die Teilung des letzteren entgegen der Zählung der Längen fortschreitet, während die des ersteren im Sinne der wachsenden Längen erfolgt. Nun erhält man ein Punkt-

skelett der zu zeichnenden Levadorkurve, wenn man eine konstante Strecke r — eben den Radius des Levadorkreises — in den Zirkel nimmt, seinen einen Schenkel sukzessive auf die Teilpunkte des kleinen Kreises einsetzt und mit dem freien Schenkel die Schnittpunkte mit den gleichnamigen Radien des Yguador markiert. Die Kurve wird sodann ausgezogen, indem man je drei der erhaltenen Punkte durch einen Kreisbogen verbindet. Wie ersichtlich, stellen die konstruierten Punkte zugleich die Gradteilungen dieser Kurve dar, und man sieht, wenn sich ein Punkt in dieser Kurve so bewegt, daß er in gleichen Zeiten stets gleich viel dieser ungleichen Grade zurücklegt, so erscheint seine Bewegung vom „centrum aequans“ M aus als gleichförmige Winkelbewegung. Die erhaltene Kurve ist keine Ellipse, und wird auch nur als »ovalada y proximamente elliptica« bezeichnet. Sie besitzt nur eine Symmetrieachse, nämlich die Apsidenlinie. Diese Art, den Merkursdeferenten als ovale Kurve darzustellen, war auch im späteren Mittelalter keineswegs unbekannt. Genau dieselbe Konstruktion findet man in der von REINHOLD mit Figuren und Scholien versehenen Planetentheorie PEURBACHS (1542) sowie in den »Quaestiones« über dieselbe von URSTISIUS (WURSTEISEN, 1568), auch findet sie sich im *Almagestum novum* des RICCIOLI p. 564 reproduziert, wo es dazu heißt: „die folgende Figur bringen die Kommentatoren der PEURBACHschen Planetentheorie REINHOLDUS p. 121, OSVALDUS p. 211, URSTISIUS p. 227, sowie MAGINUS in seinen Theorieen p. 51 etc.“. Man sieht, daß diese Darstellung durchaus geläufig und allgemein bekannt war. Sogar für den Monddeferenten war eine ähnliche Kurve im Gebrauch, welche sich ebenfalls in der REINHOLDschen Bearbeitung von PEURBACHS Planetentheorie findet und auch von RICCIOLI reproduziert worden ist. DELAMBRE schreibt über die Ausgabe 1558 der ersteren: „In dem Kapitel über den Mond bemerkt man namentlich die Figur, wo er die ovale oder linsenförmige Kurve, die aus der PTOLEMÄischen Theorie resultiert, ausgezogen hat.“¹⁾ Wie ersichtlich, ist also diese Darstellungsart im 16. Jahrhundert sehr geläufig gewesen, ohne daß es jemandem eingefallen wäre, sie als eine Neuerung oder auch nur Abweichung von der PTOLEMÄischen Theorie zu betrachten. Infolgedessen ist die weitschweifige Erörterung RICOS nicht recht verständlich, in welcher dieser die Vermutung äußert, KEPLER könne durch diese Merkurskurve des maurischen Astronomen auf die elliptische Bewegung der Planeten gekommen sein. KEPLER hat ohne Zweifel die PEURBACHsche Planetentheorie sehr gut gekannt, und so konnte er diese Anregung aus einer viel näher liegenden Quelle schöpfen, wenn sie überhaupt eine Einwirkung auf ihn gehabt hat. Es scheint aber, als habe RICO die völlige

1) In der mir vorliegenden Ausgabe von 1542 ist diese Kurve für den Mond nicht enthalten, sondern nur die für Merkur.

Übereinstimmung dieser Konstruktion mit der PTOLEMÄischen Theorie nicht klar durchschaut und daher das Verdienst ZARKALIS etwas zu hoch angeschlagen. Er steht jedoch in dieser unrichtigen Auffassung so wenig allein, daß es mir vielmehr trotz eifriger Bemühungen nicht gelungen ist, eine Darstellung zu finden, in welcher diese Kurve richtig interpretiert wäre. LEVERRIER schließt sich in seiner Besprechung der *Libros del saber*¹⁾ sehr eng an den spanischen Herausgeber an, wodurch er wie dieser zu einer sicherlich etwas zu hoch gegriffenen Schätzung dieser Konstruktion gelangt: „ZARKALI sagt, daß diese Kurve, die wegen der Menge der sie zusammensetzenden Linien sehr schwierig herzustellen sei, die genaueste sei, um die Stellung des Merkur bei seinen unregelmäßigen Bewegungen durch die Himmelsräume zu erhalten. Diese Idee, obwohl sehr klar formuliert und graphisch erläutert, ist vom 11. bis zum Beginn des 17. Jahrhunderts, zu welcher Epoche KEPLER seine Gesetze und seine Rudolfinischen Tafeln publizierte, für die Wissenschaft unfruchtbar geblieben“. Als Mißverständnis aber muß man die Darstellung bezeichnen, welche man bei deutschen Autoren findet. So liest man in WOLFS *Geschichte der Astronomie* (München 1877): „Merkwürdig ist . . ., daß, während im allgemeinen ganz in PTOLEMÄischem Sinne nur Kreise zur Verwendung kommen, auf p. 282 eine elliptische Merkursbahn erscheint, deren Axen 82 und 67 mm halten, und wenn es auch etwas gewagt erscheint in dieser Ellipse, deren Mittelpunkt das Zeichen der Sonne (!) zeigt, einen Vorläufer der KEPLERschen Ellipsen sehen zu wollen, so dokumentiert sie dagegen, wie MÄDLER richtig hervorhebt, daß man schon früh die Unmöglichkeit eingesehen hat, mit dem exzentrischen Kreise in allen Fällen auszureichen“. Das »Sonnenzeichen« ist der oben erwähnte »cercos levador del centro del levador de mercurio«, auf welchem nach der PTOLEMÄischen Theorie der Mittelpunkt des Deferenten herumwandert! Das gleiche Mißverständnis findet man in MÄDLERS *Geschichte der Himmelskunde*: „Unter den Darstellungen ist besonders die p. 282 gegebene merkwürdig. Während nämlich alle übrigen nur Kreise geben, seien sie nun konzentrisch oder exzentrisch, ist hier die Bahn des Merkur durch eine Ellipse ausgedrückt, deren kleine Achse sich zur großen beiläufig wie 9 zu 11 verhält. Aber das Sonnenzeichen (!) findet sich nicht im Brennpunkt, sondern im Mittelpunkt der Kurve“. Fast noch verfehlter ist die Darstellung in der *Geschichte der Bahnbestimmung* von HERZ. Obwohl sich doch etwa die Hälfte der ganzen Schrift ZARKALIS mit dieser Figurentafel beschäftigt, und speziell das letzte Kapitel vor den beiden Figurentafeln die Konstruktion der ovalen Merkurskurven enthält, und die letzten Worte dieses Kapitels lauten: „Und dies sind die Abbildungen der Lamina von beiden Seiten (de amas las faces)“, worauf die beiden

1) Comptes rendus de l'acad. d. sc. [de Paris] 59, 1864, p. 765 folg.

Figurentafeln (Vorder- und Rückseite der ZARKALISCHEN Lamina) ohne Zwischentext folgen, — trotzdem lesen wir bei HERZ: „Endlich ist noch zu erwähnen, daß sich p. 282 eine Zeichnung für die Merkursbahn findet, welche hier elliptisch dargestellt ist, bei welcher aber die Sonne (!) sich im Mittelpunkte befindet. Eine Erklärung findet sich zu dieser Tafel nicht (!), und dürfte dieselbe viel eher als eine spätere Einschubung der mißverstandenen KEPLERSCHEN Theorie anzusehen sein, denn als ein Beweis für die Kenntnis oder die Hypothese einer elliptischen Merkursbahn zu ALFONS X. Zeiten“. ¹⁾

1) Wir können nicht umhin, an dieser Stelle auf einige andere Versehen hinzuweisen, durch welche die Darstellung bei HERZ leider entstellt wird. Wir wollen nur einiges herausgreifen. Daß die „Laminas de los VII planetas“ die oben beschriebenen Äquatorien darstellen, dürfte HERZ kaum durchschaut haben, denn nach ihm sind es „die Bücher, die von den Planetenbewegungen handeln“, und er beginnt die Darlegung ihres Inhalts mit den Worten: „In der Theorie der Planetenbewegung...“. Sonst hätte er die spanische Publikation in seinem Werke auch wohl kaum erwähnt, da sie ja doch ausschließlich von Instrumenten handelt. — Des weiteren hat er übersehen, daß die beiden genannten Bücher von verschiedenen Autoren herrühren, so daß ihm die Verschiedenheit der Zahlenwerte, der Bezeichnungen und der ganzen Behandlung unverständlich bleibt. In ZARKALIS Buch kommt er durch die dort gegebenen Zahlenwerte auf das Jahr 1080 und bemerkt dazu: „Die letztere Epoche würde der Jahreszahl 1080 entsprechen, welche mit der ALFONSINISCHEN Ära in keinem Zusammenhange steht, und deren Bedeutung an dieser Stelle überhaupt nicht ersichtlich ist“. Dabei beginnt aber dies Buch mit den Worten: „Es spricht der Gelehrte ABUÇACH AZARQUEL (ZARKALI)“, und RICO verrät uns außerdem in seinen bibliographischen Notizen, daß dies Buch um 1081 in Sevilla von ZARKALI verfaßt wurde. — Als besonders charakteristisch führen wir noch ein anderes Beispiel an. Bei der für die Armillen gegebenen Aufgabensammlung findet sich auch ein Kapitel, in welchem gezeigt wird, wie man aus der gegebenen Parallaxe in Höhe mit Hilfe der Armillen als Rechenmaschine diejenige in Länge und Breite erhält; die Schlußworte lauten: „Und dies ist die Tafel, um die Parallaxe (diversidad del catamiento, in der späteren Latinität: diversitas aspectus) zu wissen, so wie wir es dir in diesem Kapitel 40 gesagt haben,“ worauf eine Tabelle der Parallaxe in Höhe für Sonne und Mond folgt. HERZ druckt den Kopf dieser Tafel ab und bemerkt dazu: „Aus dem bloßen Anblick der Tafel ist weder die Bedeutung der in derselben enthaltenen Zahlen, noch auch der Gebrauch der Tafel zu ersehen, und da zu derselben keinerlei Anleitung gegeben ist (!) und dieselbe von den eigentlichen ALFONSINISCHEN Tafeln wesentlich verschieden ist, so ist deren Bedeutung nicht leicht zu entziffern“. — Wie HERZ die Rückseite der ZARKALISCHEN Lamina mißverstanden hatte, so ist ihm leider auch der Sinn der unmittelbar voraufgehenden Abbildung, welche die Vorderseite darstellt, entgangen. Wir lesen bei ihm: „p. 281 findet sich eine Zeichnung, in welcher sich die einzelnen Planetenbahnen derart berühren, daß die größte Entfernung eines Planeten von der Erde gleich ist der kleinsten des nächstfolgenden“, weswegen HERZ vorschlägt, hieraus die theoretische Annahme über die Entfernung der Planeten durch Rechnung zu ermitteln. Wer sich aber die genannte Figur ansieht, wird sich sofort überzeugen, daß es nur zwei Kreise sind, bei denen sich die Kreislinien wirklich berühren, während jeder andere Kreis nur die ziemlich willkürlich angesetzte Rückseite

Es bleibt noch zu erwähnen, daß die andere zum Merkur gehörige Kurve, nämlich die zur Orientierung des Epizykels dienende Alauxkurve, welche in der Figur in den *Libros del saber* jenseits der beiden Mondkreise liegt, in der Weise konstruiert wird, daß auf den vorhandenen Radien des Yguador nach außen hin überall der konstante Radius der gemeinsamen Epizykelscheibe abgetragen wird. Die erhaltenen Punkte werden wieder durch Kreisbögen zu je drei miteinander verbunden und stellen auch hier gleich die Gradteilung dar. In derselben Weise wie früher wird dann der Epizykel so orientiert, daß sein Nullpunkt auf denselben Grad in der ihn berührenden Alauxkurve eingestellt wird, auf welchen im Levador sein Mittelpunkt gesetzt ist. Wie ersichtlich, muß die Alauxkurve des Merkur ebenfalls eine, wenn auch schwächere seitliche Abplattung zeigen, was anscheinend bei der Reproduktion der Figur in den *Libros del saber* verloren gegangen ist, denn dort ist diese Kurve offenbar ein Kreis.

Das Buch vom Quadranten.

Es bildet den Schluß des dritten Bandes der *Libros del saber*. Auch hier hat ALFONS selbst das Vorwort geschrieben, worin er sagt, weil über den ersten Teil, die Herstellung, zu seiner Zeit kein brauchbares Buch existierte, habe er seinen Gelehrten IBN SID im Jahre 1277 dies Buch schreiben lassen. Der zweite Teil, die Aufgabensammlung, scheint demnach irgend welchen älteren Schriften entnommen zu sein. Der erste Teil ist wieder wie üblich mit einer Reihe sehr sorgfältiger Abbildungen versehen, welche das Instrument in allen Stadien der Herstellung zeigen. Der Quadrant ist ein Handinstrument, und stellt einen mit einem Lot versehenen Kreisquadranten dar, bei dem die Diopter fest an dem einen der beiden begrenzenden Radien angebracht sind. Das Instrument dient vorzugsweise zu Höhenmessungen. Man visiert durch die Diopter nach dem Gegenstande und liest die Lage des Lotfadens an der Kreisteilung ab. Bei der Sonne lassen sich mit Vorteil auch Schattenbeobachtungen an-

des breiten, die Teilung tragenden Streifens seines Nachbars berührt, eine Anordnung, die natürlich nur aus ökonomischen Rücksichten auf dem Instrument eingeführt ist, und nichts mit der Theorie zu schaffen hat. Auch ist an einem solchen Berührungspunkt keineswegs die kleinste und größte Entfernung erreicht, was man auf den ersten Blick erkennen kann, da die Berührungsstellen nicht alle auf einem Durchmesser liegen. Endlich scheint HERZ ganz übersehen zu haben, daß die Figur acht Kreise enthält, während es doch nur sieben Planeten gibt. Wie wir schon oben ausführten, gehören diese acht Kreise überhaupt nur zu den vier Planeten Venus, Mars, Jupiter, Saturn, indem jedem von ihnen zwei zueinander konzentrische Kreise zukommen. — Es wird niemandem, der sich die Mühe nimmt, schwer fallen, noch eine ganze Reihe ähnlicher Irrtümer auf den wenigen Seiten, die HERZ den *Libros del saber* widmet, aufzufinden. Wir müssen uns hier mit dem Hinweis darauf begnügen.

stellen. Die Anwendung des Instruments wird in 19 kurzen Kapiteln auseinandergesetzt.

Die fünf Bücher über die Uhren.

Mit diesen Büchern, welche den letzten Teil des ALFONSINISCHEN Lehrbuchs darstellen, beginnt der vierte Band der spanischen Publikation.

a. Das Buch von der Schattensteinuhr (*reloj de la piedra de la sombra*). Im Vorwort sagt ALFONS: „Weil wir für die Herstellung der Sonnenuhr kein Buch fanden, welches für sich vollständig wäre, derart daß man bei der Arbeit kein anderes Buch nötig hat, darum beschlossen wir, dem genannten RABI ÇAG (IBN SID) den Auftrag zu geben, dieses Buch recht vollständig zu verfassen, derart, daß der, welcher die Sonnenuhr herstellen will, kein anderes Buch zu lesen braucht als dieses“. Eine Jahreszahl wird nicht genannt. Auch in diesem Buche werden zwei Teile unterschieden, deren erster in 14 Kapiteln die Herstellung behandelt. Die ersten dieser Kapitel handeln von vorbereitenden allgemeinen Aufgaben über den Lauf der Sonne sowie von der Berechnung des Schattens; und enthalten einige Zahlentabellen mit römischen Ziffern. Dann erst kommt die Herstellung des Steins selber mit zahlreichen sorgfältigen Abbildungen, in denen man das Instrument nach und nach vor sich entstehen sieht. Der zweite Teil setzt in vier kurzen Kapiteln den Gebrauch auseinander.

b. Das Buch von der Wasseruhr (*reloj dell agua*). Auch hier stammt das Vorwort aus ALFONS Feder, in welchem es heißt: „Und das, was wir in den Büchern der alten Gelehrten geschrieben fanden, war sehr dürftig; und das kam daher, weil jene das Gefäß für das Wasser an seinem Boden durchbohrten, so daß in der ersten Stunde mehr Wasser ausströmte als in der zweiten, und in der zweiten mehr als in der dritten, und nach dieser Vorrichtung kamen die gleichen Stunden als ungleiche heraus . . . Und wir beschlossen, diese Uhr nach anderer Weise herzustellen, so daß ihr kein Fehler anhaftet; und weiter unten wirst du dies verstehen können durch die subtilen Erfindungen, die du hier sehen wirst, welche bisher in dieser Art nicht hergestellt wurden in den vergangenen Zeiten. Und wir gaben dem obengenannten RABI ÇAG (IBN SID) den Auftrag, daß er es recht genau und recht vollständig ausführte, und daß er seine ganze Meisterschaft, sowohl in den Künsten des Wassers als in der Kunst der Astronomie hineinlegte.“ Der erste Teil des Buches behandelt wieder die Herstellung und enthält viele Abbildungen. Der fertige Apparat ist ziemlich umfangreich und stellt eine förmliche hydraulische Maschine dar. Das ausfließende Wasser füllt nach und nach ein Gefäß an und hebt darin eine auf einem Schwimmer befestigte Stundentafel, welche auf diese Weise an einem festen Index vorbeigeführt wird. Diese Stundentafel, welche

„semeiante del cielo“ heißt, ist sehr kunstvoll eingeteilt und mit den Zeichen des Tierkreises bemalt. Der zweite Teil handelt vom Gebrauch und enthält außer den Vorschriften, welche für die Verwendung des Instruments als Uhr gelten, auch noch allerhand andere Aufgaben, die mit seiner Hilfe gelöst werden.

c. Das Buch von der Quecksilberuhr (relogio dell'argent uiuo). ALFONS sagt in dem Vorwort, er habe IBN SID den Auftrag gegeben, die Herstellung der Quecksilberuhr „nach der Kunst des Buches, welches »Iran el filósofo« (HERON?) schrieb,“ darzustellen. Der Mechanismus dieser Uhr besteht aus einem Rad, welches in 24 Stunden gerade eine Umdrehung ausführt. Die treibende Kraft ist ein Gewicht, die Hemmung geschieht durch Quecksilber, welches sich im Innern des Rades befindet und durch Querwände mit nur sehr kleinen Öffnungen gehemmt, dem Zug des Gewichts nur langsam nachgibt. Die Drehung dieses Rades wird auf ein Astrolabium übertragen, welches gewissermaßen als ein sehr kunstvolles Zifferblatt dieser Uhr betrachtet werden kann, auf welchem man außer den Stunden auch gleich die Stellung der Sonne und der Sterne und überhaupt den ganzen momentanen Anblick des Himmels ablesen kann. Statt des Astrolabiums, heißt es, könne man das Uhrwerk auch mit einem Himmelsglobus verbinden. Auch lasse sich durch geeignete Anbringung von Schellen eine Art Weckeruhr daraus herstellen. Das Buch enthält nicht die übliche Zweiteilung, sondern besteht einfach aus sechs kurzen Kapiteln.

d. Das Buch von der Kerzenuhr (relogio de la candela). Auch hier hat ALFONS selbst das Vorwort verfaßt. Er sagt: „Eine andere Art von Uhren haben wir gefunden, welche sehr gut ist und es sehr verdient, in dies Buch aufgenommen zu werden, und dies Instrument heißt die Kerzenuhr . . . Und damit die Kerze vom Beginn der Nacht bis zum folgenden Morgen brenne, muß sie äußerlich stets von der gezeichneten Form sein, nicht größer und nicht kleiner. Und weil wir sehen, daß dies eine zweckmäßige und nützliche Sache ist, so haben wir SAMUEL EL-LEVI, unserem »iudio« den Auftrag gegeben, dies Buch zu schreiben . . .“ ALFONS bezeichnet sich hiermit anscheinend selbst als Erfinder dieser Uhr. STEIN-SCHNEIDER nimmt, ich weiß nicht warum, einen arabischen Anonymus an.¹⁾ Das Buch besteht aus 14 Kapiteln und enthält wieder zahlreiche Abbildungen. Die Kerze wird durch Zuggewichte nach oben gegen einen festen Widerhalt gepreßt, so daß ihr unteres Ende in dem Maße heraufrückt, wie sie oben abschmilzt. Diese Bewegung wird durch Übertragung einer Stundentafel mitgeteilt, welche ähnlich derjenigen der Wasseruhr in vertikaler Richtung an dem festen Index vorbeigeführt wird, und wie dort

1) *Die Mathematik bei den Juden*; Biblioth. Mathem. 1896, p. 113.

mit vielen Teilungen und Malereien versehen ist. Der ganze Apparat ist ziemlich umfangreich und kompliziert.

e. Das Buch von der Uhr des Studentempels (*relogio del palacio de las oras*). ALFONS schreibt im Vorwort, daß IBN SID dies Buch auf sein Geheiß geschrieben hat. Es besteht nur aus 5 Kapiteln und enthält verschiedene Abbildungen im Text, sowie eine farbige Tafel, welche den fertigen Tempel darstellt. Die Wand desselben besitzt auf der Südseite 12 schmale Fenster, die im Halbkreis angeordnet und so gebaut sind, daß die Sonnenstrahlen immer nur durch eins derselben ins Innere gelangen können. Dort fallen sie auf einen mit Teilungen versehenen Fußboden und bilden so den Zeiger der Sonnenuhr. Das ganze Buch zerfällt in zwei Teile, deren erster die Herstellung des Studentempels selbst und der in den Wänden befindlichen 12 Fenster beschreibt, während der zweite von der Konstruktion von 12 weiteren Fenstern im Dach handelt.

Damit schließen die fünf Bücher von den Uhren und überhaupt der ALFONSinische Codex von den Instrumenten. Die zweite Hälfte des vierten Bandes der spanischen Publikation ist, wie schon erwähnt, ein Anhang und gibt Fragmente des anderen ALFONSinischen Werkes, der Planetentafeln, während der fünfte Band ganz bibliographischen Untersuchungen gewidmet ist.

4. Die „Tabulae Alphonsinae“.

Wie bereits erwähnt, kennen wir seit der Herausgabe der *Libros del saber* den Text der originalen ALFONSinischen Tafeln, während die zugehörigen Zahlentabellen leider nach wie vor unbekannt sind. Was in den ersten 50 Jahren ihres Bestehens mit diesen Tafeln geschehen ist, bedarf gegenwärtig noch eingehender Nachforschungen. Die lateinische Ausgabe, welche JOHANNES DE SAXONIA in der ersten Hälfte des 14. Jahrhunderts veranstaltete, zeigt eine wesentlich andere Gestalt als der kastilianische Originaltext. Von hier ab können wir indessen den Faden weiter verfolgen. Die lateinische Ausgabe wurde vielfach neu bearbeitet, wobei die Tafeln selber jedoch anscheinend nicht mehr geändert wurden, und auch ins Spanische¹⁾ und ins Hebräische²⁾ übersetzt. Es existieren noch heute eine große Zahl namentlich lateinischer Handschriften, von denen die meisten in der großen Aufzählung bei RICO genannt werden. Auch HERZ beschreibt³⁾ fünf Handschriften der Hofbibliothek zu Wien.

Ich möchte an dieser Stelle auf einen Irrtum hinweisen, der sich bei RICO in der Aufzählung der 75 ALFONSinischen Handschriften vorfindet. Dort werden nämlich die Nummern 2288 und 2352 der Berliner Bibliothek als Handschriften der ALFONSinischen Tafeln bezeichnet. Diese Nummern

1) CASTRO, a. a. O. Bd. I, p. 116. — 2) STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 618.

3) *Geschichte der Bahnbestimmung* II, p. 38.

passen aber gar nicht für die Berliner Bibliothek, denn dort werden die Handschriften zuerst nach Sprache und Format bezeichnet (z. B. Lat. qu. 23), so daß so hohe Nummern gar nicht vorkommen. Offenbar liegt eine Verwechslung mit der bei RICO nicht erwähnten Hofbibliothek zu Wien vor, deren Nummern 2288 und 2352 in der Tat von HERZ als Handschriften der ALEONSinischen Tafeln genannt werden. Die Nummer 2288 enthält hier auch wirklich, wie es RICO verlangt, zwei verschiedene Handschriften, wodurch jeder Zweifel beseitigt wird. HERZ hat diesen Irrtum in seine *Geschichte der Bahnbestimmung* aufgenommen.

Nach Erfindung der Buchdruckerkunst entstanden eine große Zahl von Druckausgaben in lateinischer Sprache. Wir geben eine kurze Übersicht über dieselben.

1. Erster Druck 1483, Venedig, von ERHARD RATDOLT besorgt, führt den Titel: „ALFONTII regis castelle illustrissimi celestium motuum tabule: nec non stellarum fixarum longitudes ac latitudes ALFONTII tempore ad motus veritatem mira diligentia reducte. At primo JOANNIS SAXONIENSIS in tabulas ALFONTII canones ordinati incipiunt faustissime“. Der Schluß lautet: „Finis tabularum astronomicarum ALFONTII regis castellae. Impressionem quarum emendatissimam ERHARDUS RATDOLT augustensis mira sua arte sua (sic) et impensa foelicissimo sidere complere curavit. Anno salutis 1483 Sole in 20. gradu Canceri gradiente hoc ē. 4. non. Julii. Anno mundi 7681 soli deo dominanti astris gloria“. Von dieser meist als selten bezeichneten Ausgabe hatte ich zwei Exemplare in Händen, das eine aus der kgl. Bibliothek, das andere aus der Bibliothek der kgl. Sternwarte zu Berlin. Beschrieben in *Bullett. di bibliogr. d. sc. matem.* 12, 1879, p. 370.

2. In *Libros del saber* I, p. L wird einer Ausgabe von 1487 Erwähnung getan, die aber wohl erst weiterer Bestätigung bedarf.

3. Ausgabe von 1488, Augustae Vind., besorgt von J. ENGEL (ANGELUS), führt den Titel: „ALPHONSI Tabulae. JO. DE SAXON. Canones in Tabulas astronomicas ALPHONSI. Item Concordantie astronomiae cum theologia.“ (LALANDE, *Bibliogr. astr.*, Paris 1803, p. 17; HOUZEAU et LANCASTER, *Bibliogr. générale de l'astronomie* I, p. 1366.)

4. Ausgabe von 1490, Venedig (*Libros del saber* I, p. LIII; LALANDE a. a. O. p. 18; HOUZEAU et LANCASTER, a. a. O. I, p. 1366.)

5. Ausgabe von 1492, Venedig, von JOHANN LUCILIUS SANTRITTER aus Heilbronn, führt den Titel: „Tabule Astronomice ALFONSI Regis“. Der Schluß lautet: „Expliciunt tabule tabularum astronomice divi ALFONSI Romanorum et Castelle regis illustrissimi: Opera et arte mirifica viri solertis Johannis Haman de Landoia dictus Hertzog curaue sua non mediocri: impressione complete existunt felicibus astris. Anno a primo

rerum etherearum circuitione 8476. Sole in parte 18 gradiente Scorpil sub celo Veneto. Anno salutis 1492 currente: Pridie Calen. Novembr. Venetiis“. Diese Ausgabe hatte ich selbst in Händen. Sie wird übrigens eingehend beschrieben in KÄSTNERS *Geschichte der Mathematik* II (Göttingen 1797), p. 312—313.

6. DELAMBRE erwähnt (*Hist. de l'astr. du moy. âge*, p. 249) eine Ausgabe von 1517. Wohl unsicher.

7. Ausgabe von 1518 (1521) Venedig, führt den Titel: „Tabule astronomice divi ALFONSI regis Romanorum et Castelle: Nuper quam diligentissime cum additionibus emendate. Ex officina litteraria PETRI LIECHTENSTEIN. Anno 1518 Venetiis. Cum privilegio.“ Das letzte bedruckte Blatt zeigt ein großes schwarzrotes Wappen mit den Worten: „PETRUS LIECHTENSTEIN anno 1521 Venetiis.“ Das Wappen mit der Jahreszahl wurde offenbar erst später nachgedruckt, während das Erscheinungsjahr der Tafeln 1518 ist. Diese Ausgabe hatte ich selbst in Händen. LALANDE führt gesondert von dieser Ausgabe noch eine andere vom Jahre 1518 an, welche denselben Titel führt und mit der ersteren identisch sein dürfte.

8. Ausgabe von 1521, Venedig, von GAURICUS, führt den Titel: „Tabula tabularum celestium motuum divi ALFONSI regis Romanorum et Castellae illust. Nec non stellarum fixarum longitudes ac latitudes ipsius tempore ad motus veritatem mira diligentia reductae etc.“. Den zweiten Teil des Buches bilden die von GAURICUS verfaßten Tafeln der Königin ISABELLA der Katholischen. (*Libros del saber* V, p. 139; HOUZEAU et LANCASTER, a. a. O. I, 1366.)

9. Ausgabe von 1524, Venedig, von GAURICUS, führt den Titel: „ALFONSI Hispaniarum regis Tabulae et L. GAURICI artium doctoris egregii Theoremata quorum hic est index.“, worauf gleich auf dem Titelblatt ein Inhaltsverzeichnis folgt. Der Schluß lautet: „Hasce divi ALFONSI regis Hispaniarum illustriss. tabulas et GAURICI theoremata tibi POMPEE COLUMNA sacratissime pont. Impressit Lucas Antonius Junta anno salvatoris 1524 mense novembris: anno autem mundi labente 6723 iuxta ecclesiae decreta. Secundum vero ALFONSUM regem 8509.“ Als Anhang ist dieser Ausgabe angefügt: „L. GAURICI Neapol. artium doctoris egregii Theoremata et plerique additiones. In tabulis ELISABETH Hispaniarum reginae quarum hic est index etc.“. Diese Ausgabe hatte ich in Händen.

10. In *Libros del saber* I, p. LIII wird einer Ausgabe von 1534, Venedig, Erwähnung getan. Wohl unsicher.

11. Ausgabe von 1545, Paris. Die erste der beiden Pariser Ausgaben von PASCAL HAMEL; führt den Titel: „Divi ALPHONSI Romanorum et Hispaniarum regis, astronomicae Tabulae, in propriam integritatem restitutae,

ad calcem adjectis tabulis quae in postrema additione deerant, cum plurimorum locorum correctione et accessione variarum tabularum ex diversis autoribus. Qua in re PASCHASIUS HAMELLIUS, regius professor, sedulam operam suam praestitit.“ Diese Ausgabe hatte ich in Händen (im Besitz von Herrn Dr. LUDENDORFF in Potsdam).

12. Ausgabe von 1553, Paris. Die zweite der beiden Pariser Ausgaben; führt den Titel: „Divi ALPHONSI Romanorum et Hispaniarum regis, astronomicae Tabulae in propriam integritatem restitutae, ad calcem adiectis tabulis, quae in postrema editione deerant, cum plurimorum locorum correctione, et accessione variarum tabularum ex diversis autoribus huic operi insertatum, cum in usus ubertatem, tum difficultatis subsidium . . . Qua in re PASCHASIUS HAMELLIUS Mathematicus insignis idemque regius professor sedulam operam suam praestitit; Parisiis, ex officina Christiani Wecheli, sub Pegaso, in vico Bellovacensi. Anno 1553.“ Darüber das Pegasuswappen, welches sich auch auf der letzten Seite findet. Diese Ausgabe diente mir als Grundlage für meine eingangs erwähnte Umrechnung der Tafeln.

13. Ausgabe von 1641, Madrid, führt den Titel: „Tabulae ALPHONSINAE perpetuae motuum coelestium, denuo restitutae et illustratae a FRANCISCO GARCIA VENTANAS Mathematico. Traduntur praecepta, ut arithmeticae colligantur omnes medii motus, nec non festa mobilia secundum correctionem Gregorianam, et tabulae abbreviatae eliciendi eidem medios motus, constructae ad Meridianum Toletanum cuius longitudo est 11°. Matriti in officina regia 1641.“ (KÄSTNER a. a. O. II, p. 312; *Libros del saber* V, p. 85; HOUZEAU et LANCASTER a. a. O. I, 1366, geben das Jahr 1649 an.)

Die meisten dieser Ausgaben entstanden in Venedig, wo vielfach deutsche Buchdrucker die junge Kunst der Druckerei zu einer hohen Blüte brachten. Nach 1524 scheint zu Venedig keine neue Auflage mehr entstanden zu sein. 21 Jahre darauf erschien aber die erste der beiden Pariser Ausgaben, auf welche 1553, also bereits nach Erscheinen der Prutenischen Tafeln des ERASMUS REINHOLD, die zweite folgte. Damit sind die hauptsächlichsten Ausgaben erschöpft, von denen nur eine einzige in Deutschland entstand, und es folgt nur noch die etwas verspätet zu Madrid erschienene vom Jahre 1641.

Die älteren Ausgaben, welche ich einsehen konnte, besitzen sämtlich gothischen Druck, die beiden Pariser dagegen lateinischen, während die Ausgabe 1524 (GAURICUS) abwechselnd lateinischen und gothischen Druck aufweist. Allen diesen Ausgaben liegt jene erste Redaktion von JOHANNES DE SAXONIA zugrunde, deren Text (die sogen. *Canones*) mit den Worten beginnt: „Tempus est mensura motus primi mobilis: ut vult ARISTOTELES IV. phisicorum“. In der ältesten Druckausgabe (1483) stellen diese Worte

den Anfang des Textes dar, bei späteren hat man diesen ursprünglichen *Canones* noch andere vorausgeschickt, so daß sich der angeführte Passus an einer späteren Stelle findet. In der ältesten Ausgabe findet man auch zwei Figuren, die zur Erläuterung der Finsternisberechnung dienen, und es heißt dazu: „Figuram autem facies secundum doctrinam magistri JOANNIS DE LINERIIS, a quo habeo scientiam meam“. Dies ist einer der Belege dafür, daß JOHANNES DE LINERIIS der Lehrer des JOHANNES DE SAXONIA gewesen ist.¹⁾ Diese beiden Figuren sind übrigens in keiner späteren Ausgabe mehr zu finden. Auch darin unterscheidet sich diese älteste Ausgabe von der späteren, daß sie keine Zeitgleichungstabelle enthält und daher unmittelbar die mittlere Zeit als gegeben voraussetzt. Außerdem ist die Tabelle der geographischen Koordinaten der Städte ausgedehnter als in den meisten anderen Ausgaben, und es wird nicht wie dort, die Längendifferenz gegen Toledo in Zeit gegeben, sondern nach PTOLEMÄISCHER Weise die geographische Länge in Graden, gerechnet vom westlichsten Punkte der damals bekannten Welt aus, welche für Toledo 11^0 beträgt. Wir werden weiter unten noch einmal auf diese für die Längenzählung im Mittelalter sehr merkwürdige Stelle der ältesten Ausgabe zurückkommen.

Gegen Ende des 15. Jahrhunderts unterzog sodann JOHANNES LUCILIUS SANTRITTER, ein Deutscher aus Heilbronn, die ALFONSinischen Tafeln einer neuen Bearbeitung. Worin diese bestand, teilt er uns in der Ausgabe 1492 in seiner Vorrede an AUGUSTINUS MORAUUS Olomucensis (aus Olmütz) mit: „interim divi ALFONSI astronomi exactissimi tabulas, in facillimum ordinem nostra opera redactas accipies, ne quis amplius difficultate perterritus relicto principe tabularum ad alios minoris veritatis se conferat. Quibus aliquas etiam tabulas addidimus, quo opus completius esset. Necnon canones partim a me confectos, partim ex plurimis laudatis auctoribus excerptos adiunximus“.

Die Ausgaben 1521 und 1524 stellen Bearbeitungen des LUCAS GAURICUS aus Neapel, „artium et medicinae doctoris“, dar. Er reduzierte den Fixsternkatalog, der in den bisherigen Ausgaben noch auf das ALFONSinische Krönungsdatum, den 1. Juni 1252 bezogen war, durch Addition von $2^0 32'$ zu allen Längen auf 1500. Er berichtet selbst hierüber: „OCTAVIANI SFORTIADAE episcopi Aretini olim laudensis suasu, labente anno christianae salutis 1500 supputavimus et ad libellam examinavimus atque rectificavimus in finitore Venetiano 1027 stellas fixas secundum PTOLEMAEUM“. In dieser Form findet sich der Fixsternkatalog auch in den späteren Ausgaben. Seine sonstige Tätigkeit bei der Bearbeitung bezeichnet GAURICUS in seiner Vorrede an den „augustissimus princeps POMPEUS COLUMNA pont. Cardin. sacratis.“ folgendermaßen: „OCTAVIANI SFORTIADAE episcopi Aretini suasu,

1) Vgl. STEINSCHNEIDER, *Études sur ZARKALI*; Bullett. di bibliogr. d. sc. matem. 20, 1887, p. 581.

super tabulis ALFONSI regis Hispaniarum serenissimi ac doctissimi problemata seu novos Canones ac propositiones adiicere, et antiquos mirum in modum perplexos dilacerare non dubitavimus. In luminaribus preterea synodis ac pleniluniis theoremata, novas tabellas, et pleraque alia scitu dignissima coacervavimus. Quas lucubrationunculas nostras (licet unius menstruae intercapedinis quadrante tumultuaria exaraverim lucerna) tibi princeps augustiss. etc. sacravimus“. Durch die in Klammern gesetzten Worte, welche offenbar besagen, daß GAURICUS eine Woche lang an dieser Ausgabe gearbeitet hat, hat sich derselbe den Tadel verschiedener Autoren zugezogen. GAURICUS hat auch zuerst die Zahlenbeispiele für die Berechnung eines Sonnen- und eines Mondortes gegeben, die aber ihren Zweck als Erläuterung wegen der Knappheit der Darstellung und auch wegen mehrerer beim Mondorte vorhandener Rechenfehler sehr schlecht erfüllen. Diese Knappheit der Darstellung trägt die Schuld an manchen Versehen, welche neueren Autoren bei der Besprechung der ALFONSINISCHEN Tafeln untergelaufen sind. So hält HERZ¹⁾ die für das Datum des Beispiels zahlenmäßig gegebene „aux communis“ (d. i. die Gesamtpräzession von Christus bis zum jeweiligen Datum, welche aus drei verschiedenen Tafeln zusammengesetzt wird) irrtümlich für eine sich auf die allgemeine Rechenvorschrift beziehende Konstante, nämlich einen für eine größere Zeitdauer zu gebrauchenden Mittelwert, obwohl doch die drei Präzessionstafeln keinen anderen Zweck haben, als eben diese „aux communis“ für jedes Datum zu rechnen, wie auch aus dem zugehörigen Text zu ersehen ist, der überschrieben ist: „augem communem supputare“. HERZ wundert sich auch darüber, daß das Datum 1476 Sept 21 6^h 1^m 36^s p. m. als „aera generalis episcopi“ bezeichnet ist. In den Ausgaben, welche mir vorliegen, steht: „era generalis episcopi Are“ Es ist eben das Datum, für welches das Beispiel des Sonnen- und Mondortes durchgeführt ist, und ist offenbar die Geburtszeit des in der Vorrede erwähnten Gönners des GAURICUS „OCTAVIANUS SFORTIADAE episcopus Aretinus“, dessen Geburtsort vermutlich St. Arezzo (Aretium) in Italien ist.

Auch möchte ich gleich hier erwähnen, daß STEINSCHNEIDERS Angabe,²⁾ das Datum der Tafeln habe bei ihrem Gebrauch in der Folgezeit fortlaufend Änderungen erfahren, unzutreffend sein dürfte. Wenigstens liegt bei der Nennung des Jahres 1251 ein Mißverständnis vor, indem an der fraglichen Stelle von 1251 Jahren und 5 Monaten als von der seit Christus verfloßenen Zeit die Rede ist (annis *completis* 1251 et mens. 5), welche natürlich auf das Krönungsdatum, den 1. Juni 1252 führt.

In der Ausgabe von GAURICUS scheint auch zum ersten Male die

1) A. a. O. II, p. 44. — 2) Hebr. Übers. p. 616, 617.

Präzessionstafel des JOANNES BLANCHINUS vorzukommen, welche die „aux communis“, die in den ALFONSinischen Tafeln erst aus einer säkularen Bewegung und einer periodischen Ungleichheit zusammengesetzt werden muß, unmittelbar für die Jahreszahl zu entnehmen gestattet. In einem merkwürdigen Optimismus ist diese Tafel bis zum Jahre 7000 nach Christus ausgedehnt, wo die Periode der Ungleichheit geschlossen ist. Natürlich ist diese Tafel nur nebenher gegeben, während die ursprünglichen ALFONSinischen Präzessionstafeln nach wie vor vorhanden sind.

In den beiden Pariser Ausgaben endlich, welche DELAMBRE „les plus estimées“ nennt, kündigt PASCHASIUS HAMMELLIUS eine „restitutio in propriam integritatem“ an. Indessen darf man bei seinen Ausgaben nicht einmal an einen Versuch einer textkritischen Behandlung in heutigem Sinne denken. Er hat nicht nur die BLANCHINischen Tafeln und die übrigen Zusätze, die sich nach und nach angesammelt hatten, wieder aufgenommen und sogar das Vorwort von GAURICUS wieder abgedruckt, sondern die „propria integritas“ ist so wenig hergestellt, daß man das Mondbeispiel des GAURICUS unverändert mit allen Fehlern reproduziert findet. Wenn trotzdem diese Ausgaben mit Vorliebe den Besprechungen zugrunde gelegt werden, so hat dies insofern eine gewisse Berechtigung, als sie gegenwärtig wahrscheinlich noch in den meisten Exemplaren erhalten sind, und weil sie außerdem den leicht lesbaren lateinischen Druck besitzen.

Was die Madrider Ausgabe vom Jahre 1641 anbetrifft, so kann man im Zweifel sein, ob ihre Drucklegung wirklich noch aus einem praktischen Bedürfnis heraus erfolgte, nachdem 1627 bereits die Rudolfinischen Tafeln KEPLERS erschienen waren. In seiner Vorrede an D. BERNARDINO FERNANDEZ DE VELASCO Y TOVAR, welche sich in den *Libros del saber* (Bd. V, p. 86) abgedruckt findet und auch in KÄSTNERS *Geschichte der Mathematik* (Bd. II, p. 312) eingehend besprochen ist, sagt der Herausgeber: Die Zeit habe gesucht, den Ruhm des Königs ALFONS zu schmälern. PEURBACH, REGIOMONTAN, COPERNICUS, REINHOLD, TYCHO BRAHE, KEPLER und LANSBERG hätten genauere Beobachtungen geliefert oder gäben es wenigstens vor, und deswegen habe man an der Wahrheit der ALFONSinischen Tafeln zu zweifeln angefangen. Wenn er aber andererseits sehe, wie ALFONS von allen gerühmt werde, und wie man namentlich bei der gregorianischen Kalenderreform die Länge des ALFONSinischen Jahres angenommen habe, so folge für ihn daraus, daß die ALFONSinischen Tafeln am besten von allen mit dem Himmel übereinstimmen („Las Tablas ALFONSinas son las que mas concuerdan con la perpetuidad de los tiempos“).

Wenn man von dieser letzten Ausgabe absieht, die etwas aus dem Rahmen der übrigen herausfällt, so erstrecken sich alle Bearbeitungen und Änderungen nur auf den Text und unwesentliche Hilfstafeln, sowie allen-

falls auf die Anordnung des gesamten Tafelmaterials. Es dürfte eine undankbare Aufgabe sein, die Herkunft jedes einzelnen Teils dieser *Canones* zu ermitteln. Stellt doch STEINSCHNEIDER fest:¹⁾ „Es gibt also vier Gelehrte namens JOHANN, die fast gleichzeitig in Paris lebten und sich mit Regeln für den Gebrauch der ALFONSINISCHEN Tafeln beschäftigten, deren Arbeiten nicht immer mit dem Namen des Verfassers und wahrscheinlich nicht ohne Verwechslung derselben, abgeschrieben wurden, so daß hier eine Aufgabe zu lösen ist“. Ich muß allerdings gestehen, daß mir ungleich wichtiger die Tatsache erscheint, daß die Tafeln selbst in allen Druckausgaben Ziffer für Ziffer übereinstimmen.

5. Die Tafelfragmente im IV. Bande der „Libros del saber“.

Wie eingangs erwähnt, hat RICO bei seinen umfangreichen bibliographischen Arbeiten auch nach dem kastilianischen Original der ALFONSINISCHEN Planetentafeln geforscht, welches bisher gänzlich unbekannt war, und hat das Resultat seiner Nachforschungen in Gestalt des vollständigen originalen Textes sowie einer Reihe von fragmentarischen Zahlentabellen im IV. Bande der großen spanischen Publikation niedergelegt. Während der Text, wie weiter unter gezeigt werden soll, ohne Zweifel in der Tat das gesuchte Original darstellt, ist RICO in bezug auf die Zahlentabellen offenbar einem Mißverständnisse zum Opfer gefallen, auf welches jedoch meines Wissens bisher noch niemand hingewiesen hat.

Wie wir aus einer Vorbemerkung erfahren, sind diese numerischen Tafeln zwei Codices aus den Jahren 1309 und 1396 entnommen, also jedenfalls nicht aus demselben Kodex, in dem der originale Text entdeckt wurde. Bei näherer Prüfung dieser Tabellen, welche RICO für das Original der ALFONSINISCHEN Planetentafeln ausgibt, zeigt sich, daß sie in Wahrheit eine primitive Art jener im 15. und 16. Jahrhundert unter dem Namen „Almanach perpetuum“²⁾ gebräuchlichen immerwährenden Ephemeriden darstellen, bei denen gewisse Perioden tabuliert sind, nach deren Ablauf die Tafeln wieder von vorn benutzt werden. In den RICOSCHEN Tabellen werden unmittelbar die wahren Längen der Planeten gegeben, z. B. die des Merkur für einen Zeitraum von 46 Jahren. In demselben Zeitraum legt aber Merkur sehr nahe 191 ganze siderische Umläufe zurück, so daß nach Ablauf dieser Periode Sonne, Erde und Merkur wieder dieselben Plätze einnehmen, so daß von nun ab die Tabelle wieder von vorn benutzt

1) *Hebr. Übers.* p. 623.

2) Über den Gebrauch des Wortes „Almanach“ für Ephemeriden siehe STEINSCHNEIDER, *Über das Wort Almanach*; *Biblioth. Mathem.* 1888, p. 13. Dort wird auch ein „Almanach perpetuum ad inveniendum vera loca planetarum in signis . . .“ erwähnt.

werden kann. Auch die Längen der übrigen Planeten sind in entsprechenden Perioden tabuliert, nämlich

Merkur	für 46 Jahre	=	190.993	sider. Umläufe
Venus	„ 8 „	=	13.004	„ „
Mars	„ 79 „	=	42.002	„ „
Jupiter	„ 83 „	=	6.997	„ „
Saturn	„ 59 „	=	2.003	„ „

Entsprechend ist auch die Länge der Sonne für einen vierjährigen julianischen Zyklus tabuliert. Nur für den Mond war dies Verfahren offenbar nicht mehr in der ursprünglichen Einfachheit durchführbar, und man hat hier die Bewegung in mittlere Bewegung, Argument und Ungleichheiten zerlegt, so daß diese Tafeln eine oberflächliche Ähnlichkeit mit den theoretischen Planetentafeln besitzen. Diesem primitiven Bau der Tafeln entspricht die geringe Genauigkeit, mit der die Längen gegeben sind. Nur die Tafeln für Sonne und Mond geben Minuten und Sekunden, während für die übrigen Planeten nur ganze Grade gegeben sind, und die Breite überhaupt unberücksichtigt bleibt.

Ähnliche immerwährende Ephemeriden sind noch mehrfach aus späterer Zeit bekannt. Besonders sei erwähnt, daß JOHANN LUCILIUS SANTRITTER, derselbe, der auch die ALFONSINISCHEN Tafeln einer Bearbeitung unterzog, im Jahre 1498 zu Venedig (Petrus Liechtenstein) *Ephemerides sive Almanach perpetuum* herausgab, welche auf demselben Prinzip der Tabulierung beruhen. WEIDLER schreibt über ihn: „novam condendarum ephemeridum rationem iniiit“. Man sieht aber, daß diese Methode schon viel älter gewesen ist. Für die Sonne wählt auch SANTRITTER eine Periode von vier Jahren, für den Mond 31, Mondknoten 93, Venus 8, Merkur 125, Mars 79, Jupiter 83, Saturn 59 Jahre. Man erkennt ohne weiteres die Verwandtschaft dieser Perioden mit den oben angeführten. Noch bekannter sind die Tafeln des ABRAHAM ZACUTH, die nach STEINSCHNEIDER 1478 (mit der Radix 1473) verfaßt wurden und später mehrfach in lateinischer Sprache im Druck erschienen,¹⁾ z. B. 1502 zu Venedig (Petrus Liechtenstein) unter dem Titel: *Almanach perpetuum exactissime nuper emendatum omnium celi motuum cum additionibus in eo factis tenens complementum*.²⁾

1) Sollte dies Werk wirklich einfach als Übersetzung des *Almagests* von ZACUTH anzusehen sein, da es doch lediglich die zahlenmäßigen Ephemeriden nebst ihrer Gebrauchsanweisung enthält, so daß jener Name gar nicht dafür passen würde? Vgl. STEINSCHNEIDER, *Die mathematischen Wissenschaften bei den Juden 1441–1500*; Biblioth. Mathem. 23, 1901, p. 69, sowie BJÖRNBO, Biblioth. Mathem. 23, 1901, p. 198 Anm.

2) Nach HOUZEAU und LANCASTER (a. a. O. I, p. 1487) ist die erste Auflage vom Jahre 1472 (was ja unmöglich ist, wenn die Arbeit zuerst 1478 verfaßt wurde) und sind weitere Ausgaben 1496, 1499, 1502 erschienen. Nach STEINSCHNEIDER (a. a. O. S. 69) erschien die Arbeit zuerst 1496 und zum letztenmal 1572.

Ich habe diesen *Almanach perpetuum* des ZACUTH mit dem vorerwähnten von SANTRITTER verglichen, wobei sich gezeigt hat, daß diese beiden Werke wahrscheinlich identisch sind.¹⁾

Es dürften aber wohl noch andere Tafelwerke aus jener Zeit existieren, die nach demselben Prinzip entworfen waren.²⁾ Immerhin ist diese Art von Ephemeriden nicht sehr verbreitet gewesen und im 16. Jahrhundert wohl wieder ganz abgekommen. In der Tat war diese Methode auch wohl kaum einer weiteren Entwicklung fähig. In der ursprünglichen, einfachen Form mußten die Tafeln sehr ungenau bleiben, mit der verschärften Genauigkeit, wie sie im ZACUTHschen *Almanach* vorhanden ist, wird aber sofort wieder eine Rechnung nötig, um den Planetenort zu erhalten, welche um so umständlicher wird, je weiter die Genauigkeit getrieben wird, so daß man schließlich keinen Vorteil vor den theoretischen Planetentafeln mehr besitzt.

Nach dem vorangegangenen dürfte es nicht mehr zweifelhaft sein, was wir von den numerischen Tafeln im V. Bande der *Libros del saber* zu halten haben. Es bedarf kaum einer Erwähnung, daß ein derartiger „immerwährender Almanach“ in keinem Falle das unbekannte Original der ALFONSinischen Tafeln repräsentieren kann. Wie im nächsten Kapitel zu zeigen ist, passen diese Tafeln auch gar nicht zu dem von RICO selbst ihnen vorausgeschickten Originaltext, welcher vielmehr eigentliche Planetentafeln voraussetzt, in denen die mittleren Bewegungen im Deferent und Epizykel, sowie die verschiedenen Ungleichheiten einzeln tabuliert sind.

1) Über die Urheberschaft der SANTRITTERschen Ephemeriden herrschte bisher keine völlige Gewißheit. Schon KÄSTNER stellte fest: „SANTRITTER sagt nicht, daß die Ephemeriden seine Arbeit sind“. LALANDE führt sie als REGIOMONTANS Ephemeriden, herausgegeben von SANTRITTER, an und tadelt WEIDLER, daß er sie SANTRITTER selbst zuschreibt, „quoique l'éditeur avoue dans la préface que ces Ephémérides sont de REGIOMONTANUS“. Der obengenannten Identität dieser Ephemeriden mit dem ZACUTHschen *Almanach* stehen allerdings mehrere Gründe entgegen. Namentlich sind die SANTRITTERschen Tafeln auf Toledo, die ZACUTHschen dagegen auf Salamanca bezogen. Als entscheidend muß aber gelten, daß die Haupttafeln Ziffer für Ziffer dieselben sind, obwohl die Häufigkeit der Druckfehler an manchen Stellen diese Übereinstimmung fast verschleiert, und bei den Sonnentafeln ganze Seiten geändert zu sein scheinen. Endlich ist aber der Beginn der tabulierten Perioden in beiden Fällen auf den Mittag des letzten Februar 1473 gelegt, was kaum noch einen Zweifel an der Identität zuläßt. Die angegebenen Differenzen würden sich zwanglos durch die Annahme erklären lassen, daß SANTRITTER ein fragmentarisches Manuskript des ZACUTHschen Tafelwerkes in Händen hatte, welches ihm weder über den Verfasser noch über den den Tafeln zugrunde liegenden Meridian Aufschluß gab und ihn obendrein nötigte, einige fehlende Seiten der Sonnentafeln völlig neu zu entwerfen.

2) HOUZEAU und LANCASTER a. a. O. I, p. 1375 führen an: „Almanack planetarum pro omni loco et tempore, cum canone. MS à la Bibl. de l'Université de Cambridge“.

Ich kann nicht einsehen, warum RICO diese Tabellen mit dem glücklich gefundenen Originaltext zusammengestellt hat, mit der Erklärung, er wolle ein Bild von der originalen Form der ALFONSINISCHEN Tafeln geben (Para que . . . pueda la historia de las ciencias consultar y juzgar lo que verdaderamente fueron aquellas en su original . . .), und warum er sie als „Fragmentos numericos de las Taulas ALFONSIES“ bezeichnet.

6. Das kastilianische Original der Alfonsinischen Tafeln.

Aus dem vorangegangenen Kapitel ist ersichtlich, daß die im IV. Bande der *Libros del saber* irrtümlich als Fragmente der ALFONSINISCHEN Tafeln bezeichneten numerischen Tabellen zu einer besonderen Art von Ephemeriden zu zählen sind und keinesfalls etwas mit den originalen ALFONSINISCHEN Tafeln zu tun haben. Dagegen sehen wir in den ihnen vorausgeschickten 54 Textkapiteln mit voller Wahrscheinlichkeit den originalen und vollständigen Text derselben. Nach der Vorbemerkung RICOS ist er dem Kodex L 97 der Nationalbibliothek zu Madrid entnommen. Obwohl die zugehörigen Tafeln fehlen, lassen sich doch schon aus dem Text allein einige sehr merkwürdige Abweichungen gegen die späteren lateinischen Druckausgaben feststellen. Die Ausdrucksweise des Textes ist ebenso breit und umständlich, wie in dem Werk über die Instrumente, und steht in scharfem Kontrast zu den oft nur allzu knappen Anleitungen der lateinischen Drucke. Das Vorwort lautet in der Übersetzung folgendermaßen:

„Es spricht JEHUDA BEN MOSE (in der ALFONSINISCHEN Schreibweise „YHUDA Sohn des MOSE Sohn des MOSCA“) und ISAAK IBN SID (bei ALFONS RABI ÇAG [= ISAAK] ABEN CAYUT [= ÇAID = SID]): Weil die Wissenschaft der Astronomie ein Gegenstand ist, der nur durch Beobachtungen erforscht werden kann, und die Beobachtungen, welche die diesem Gegenstande obliegenden Gelehrten anstellen, nicht von einem einzigen Menschen vollendet werden können, vielmehr was vollendet wird, durch die Arbeit vieler Menschen vollendet wird, welche einer nach dem anderen lange Zeit hindurch arbeiten, — und dies deswegen, weil es unter den himmlischen Bewegungen einige gibt, die so langsam sind, daß sie erst in Tausenden von Jahren einen Umlauf vollenden, — deswegen also ist es nötig, die Beobachtungen fortzusetzen, weil bei ihrer Fortführung zu der einen Zeit (sazon) Dinge sichtbar werden, die zu einer anderen Zeit nicht sichtbar waren. Und wir nun zu unserer Zeit, welche ist im ersten Jahrzehnt des 4. Jahrhunderts des 2. Jahrtausends der Ära CÄSARS. Und es sind seit der Beobachtungszeit des ZARKALI bisher 200 Jahre verstrichen. Und es erschienen hier an einigen Stellen Abweichungen, offenkundig und klar für den einsichtigen, so daß man keine Ausflüchte dafür angeben kann,

und zu diesem Zeitpunkte erschien die glückliche und von Gott geförderte Regierung und das Königtum des sehr hohen und edlen Herren Don ALONSO, den Gott schütze. Und da er die Gelehrten verehrte und schätzte, ließ er die Instrumente verfertigen, welche PTOLEMÄUS in seinem *Almagest* nennt, von der Art der Armillen und andere Instrumente. Und er trug uns auf, zu beobachten in der Stadt Toledo, welche eine der Hauptstädte Spaniens ist, das Gott erhalte. In ihr fanden die Beobachtungen ZARKALIS statt. Dieser forderte auf, die Abweichungen zu verbessern, welche an den Örtern einiger Planeten und auch an anderen Bewegungen sichtbar waren. Und wir gehorchten der Aufforderung, wie es nötig war, und haben die Instrumente verbessert, damit sie möglichst vollkommen wären, und haben in der Beobachtung einen Sommer lang (*una sazon*) gearbeitet, und haben die Sonne weiter beobachtet ein ganzes Jahr, und haben sie noch vor- und nachher beobachtet, wenn sie in die Tag- und Nachtgleichen (*egualdades*) eintrat und in die Wendekreise und in die andern Viertel (*cuartos*) des Himmels, welche in der Mitte des Stiers, des Skorpions, des Löwens und des Wassermanns sind. Und wir haben außerdem einige solche Konjunktionen der Planeten beobachtet, wo sie sich untereinander vereinten, und einige andere, wo sie sich mit Fixsternen verbanden. Und wir haben viele Sonnenfinsternisse und viele Mondfinsternisse beobachtet und haben andere Beobachtungen angestellt, wenn wir irgendwo im Zweifel waren, und haben sie viele Male wiederholt, um den Zweifel zu heben, und haben nichts aufzusuchen und zu erforschen versäumt, bis wir das verbessert sahen, was zu verbessern war. Und als alles geprüft war, da haben wir das, was sicher oder nahezu sicher ist, als korrekt übernommen, und haben auf Grund der Radices, die aus diesen Beobachtungen herausgezogen sind, diese Tafeln hergestellt, und haben in ihnen die Kapitel zusammengefügt, welche uns bei diesem Werke nötig zu sein schienen, und gaben diesem Buch den Namen: das Buch von den ALFONSINISCHEN Tafeln, weil es auf sein Geheiß verfertigt und zusammengestellt wurde, und teilten es in 54 Kapitel, welche die folgenden sind“.

Hiernach wäre also außer ISAAK IBN SID auch JEHUDA BEN MOSE Verfasser der Tafeln. Von einem astronomischen Kollegium, durch dessen gemeinsame Arbeit die Tafeln entstanden wären, hören wir dagegen nichts. Auch die Beobachtungen scheinen nur von diesen beiden jüdischen Astronomen ausgeführt worden zu sein. Frühere Autoren zweifelten, ob überhaupt Beobachtungen angestellt seien. Sagt doch z. B. KÄSTNER¹⁾: „Eigene Beobachtungen finde ich von ihnen gar nicht erwähnt, es scheint also, sie haben sich befriediget, nach Theorien, die sie vor sich fanden,

1) A. a. O. II, p. 312.

zu rechnen, allenfalls noch an denselben zu künsteln, ohne den Himmel selbst zu befragen“. Der jüdische Geschichtsschreiber ISRAELI berichtete dagegen bereits im Jahre 1310 von dem (anscheinend hebräisch verfaßten) Autograph mehrerer Mondfinsternisbeobachtungen, die ISAAK IBN SID in den Jahren 1263—1266 auf ALFONS Befehl ausführte.¹⁾ Auch möchte ich hier an die früher erwähnten 14 Sternpositionen erinnern, die ALFONS 1260 durch Beobachtung bestimmen ließ.

Von großer Wichtigkeit ist die leider nicht sehr genaue Zeitangabe, welche die bisherige Überlieferung Lügen straft, nach der die Tafeln 1252 vollendet sein sollen. Das „erste Jahrzehnt des 4. Jahrhunderts des 2. Jahrtausends der Ära CÄSARS“ ist offenbar der Zeitraum von 1300—1310 der cäsarischen oder 1262—1272 der christlichen Ära. Hieraus ist zu schließen, daß die Tafeln am Schluß dieser Beobachtungsperiode, also um 1272 oder rund 1270 fertiggestellt wurden.²⁾ Wegen dieser späten Zeit haben manche Autoren in Anlehnung an die Überlieferung von einer Umrechnung der Tafeln angenommen, dieser Originaltext stelle die umgerechnete Ausgabe dar, während die ursprüngliche bereits 1252 vollendet wurde. Dies ist schon deswegen sehr unwahrscheinlich, weil in unserem Text mit keinem Worte einer früheren Redaktion Erwähnung geschieht. Nach meiner Auffassung haben wir hier das eigentliche Original vor uns, und die Überlieferung der Jahreszahl 1252 beruht auf einem Irrtum. In der Tat unterliegt es keinem Zweifel, daß zur Zeit, wo die lateinischen Ausgaben verbreitet waren, das kastilianische Original völlig unbekannt war. Bei dem Mangel an zuverlässigen Nachrichten über die Entstehung der Tafeln, und bei dem Fehlen jeglicher Angaben hierüber in den lateinischen Ausgaben selbst lag es natürlich nahe, die Abfassung derselben auf denjenigen Zeitpunkt zu verlegen, welcher in ihnen die Rolle der Fundamentalepoche spielte oder doch unverkennbar gespielt hatte, nämlich das Krönungsdatum ALFONS X. (*Radix ALFONSI regis*). Diesen naheliegenden Fehlschluß haben offenbar alle Autoren des Mittelalters und auf ihnen basierend die der Neuzeit getan, während die wirklichen Vorgänge bei der Entstehung der Tafeln ebenso wie das kastilianische Original derselben vollkommen unbekannt waren.

Gleich das erste der auf das Vorwort folgenden Kapitel ist wiederum von Wichtigkeit, da es von der Fundamentalepoche der Tafeln handelt. Zunächst wird mit einer verschwenderischen Wortfülle eine neue Ära, die Ära ALFONSI, begründet: „Und wir sahen, daß in dieser unserer Zeit ein beachtenswertes und der Ehrung würdiges Ereignis stattfand, von derselben Bedeutung wie alle die vorangegangenen (es war die Rede gewesen von

1) STEINSCHNEIDER, *Hebr. Übers.* p. 617. — 2) RICO gibt 1272.

der Ära ALEXANDERS, CÄSARS etc.). Und dies ist die Regierung des Königs Don ALONSO, welcher an Weisheit, Verstand, Einsicht, Gerechtigkeit, Güte, Frömmigkeit und Edelmut die weisesten Könige übertrifft. Und deswegen beschlossen wir, dasjenige Jahr zum Beginn der Ära zu nehmen, an welchem dieser edle König zu regieren begann etc.". Der Beginn der ALFONSinischen Ära wird darauf genauer auf den Anfang des Jahres 1252 festgesetzt, so daß der 1. Januar dieses Jahres der erste Tag der ALFONSinischen Ära ist. Die Fundamentalepoche der Tafeln aber, auf welche sich alle Radices beziehen, wird als der Mittag des 0. Januar 1252 angegeben. Dies wird in der umständlichen Weise durch folgende Worte umschrieben: „Diese Radix ist der Mittag des Sonntages, welcher vor dem Montag ist, an welchem der Januar in dem ersten Jahr der Ära dieser Tafeln beginnt“. In den lateinischen Druckausgaben der ALFONSinischen Tafeln wird zwar überall die „radix incarnationis“ benutzt, allein es finden sich daneben noch Radix-Tafeln, in welchen neben der „radix diluvii“, „ALEXANDRI magni“, „CAESARIS“ etc. auch eine „radix ALFONSI regis“ für jede Bewegung gegeben wird, ohne aber zur Verwendung zu gelangen. Diese Radix gilt jedoch für das Krönungsdatum, den 1. Juni 1252, denn man erhält sie aus der „radix incarnationis“ durch Addition der Bewegung in 1251^a 152^d. Dasselbe Datum ist in den Drucken auch als die Epoche des Sternkatalogs bezeichnet, was wir bereits als Irrtum nachgewiesen haben, sowie als der Beginn der dortigen Era ALFONSI. Die Drucke haben also die Fundamentalepoche nicht lediglich auf den Beginn unserer Zeitrechnung übertragen, was keine große Änderung bedeuten würde, sondern was wesentlicher ist, ihre „radix ALFONSI“ bezieht sich auf das Krönungsdatum, während diejenige der originalen Tafeln sich auf den *Beginn* des Krönungsjahres bezieht.

Des weiteren wird in unserem Text angegeben, die Tafeln seien für den Meridian von Toledo, der Geburtsstadt ALFONS, berechnet, und es werden die geographischen Koordinaten von Toledo gegeben, wobei das Wort „aryn“ — die „civitas Arim“ der ältesten Druckausgabe — zur Bezeichnung einer Art von Anfangs- oder Normalmeridian gebraucht wird. Obwohl die Stelle etwas verdorben zu sein scheint, lassen die Zahlenangaben doch keinen Zweifel über den Sinn dieser Darlegung. Arim liegt auf dem Äquator und im Mittelpunkt der damals bekannten Welt. 90° westlich davon liegt der Westpunkt, 90° östlich der Ostpunkt. Toledo liegt nun 62° westlich von Arim oder 28° östlich des Westpunktes oder drittens 152° westlich des Ostpunktes. Die Breite wird zu 39° 54' gegen 41° der Druckausgaben angegeben. Die genannte Art der Längenzählung findet sich nur in einer einzigen der späteren Druckausgaben der Tafeln, nämlich der ältesten vom Jahre 1483, wieder, während alle späteren nur die Längen-

differenz gegen Toledo in Zeit tabulieren. In dieser ältesten Ausgabe wird zwischen einem wahren Westpunkt (*occidens verum*) und einem bewohnten Westpunkt (*occidens habitatum*) unterschieden, welch letzterer $17^{\circ} 30'$ östlich von jenem liegt. Die *civitas Arim* liegt nun 90° östlich des *occidens verum*, so daß sie vom *occidens habitatum* nur $72^{\circ} 30'$ entfernt ist. 90° östlich von ihr liegt dann wie früher der Ostpunkt. In der Tabelle findet sich die Länge von Toledo zu 11° angegeben, und zwar vom *occidens habitatum*. Um also diejenige vom *occidens verum*, die auch im originalen Text gegeben ist, zu erhalten, haben wir $17^{\circ} 30'$ zu addieren und bekommen $28^{\circ} 30'$ gegen die 28° des Originaltextes. Unter dem *occidens habitatum* verstand man den westlichsten Punkt der glückseligen (kanarischen) Inseln, das *occidens verum* aber war ein fingierter Punkt westlich davon auf dem Ozean. Die Stadt *Arim* im Mittelpunkt der damals bekannten Welt soll zuerst von ZARKALI als Anfangsmeridian eingeführt worden sein.¹⁾

In dem Originaltext der ALFONSinischen Tafeln folgen des weiteren die Anleitungen zu den chronologischen Tabellen, welche wir übergehen, und sodann diejenigen für die Planetentafeln. Hier findet sich wieder eine sehr merkwürdige Abweichung gegen die lateinischen Drucke. Das Kapitel XV gibt eine allgemeine Anweisung, wie man für ein gegebenes Datum eine beliebige mittlere Bewegung zu entnehmen hat. Mit der seit der Fundamentalepoche verflossenen Zeit geht man zuerst in die Tafel der „*annos collectos*“, welche von 20 zu 20 Jahren fortschreitet, ein, darauf mit dem Rest der Zeit, welcher kleiner als 20 Jahre ist, in die Tafel der „*annos expansos*“, die von Jahr zu Jahr fortschreitet, dann mit den Monaten in die Tafel der „*meses*“, mit den Tagen in die der „*dias*“ und endlich in die der „*oras*“ und der „*menudos*“. Die entnommenen Werte, welche in Gestalt von „*signos, grados, menudos, segundos*“ gegeben sind, werden summiert, wodurch man die gewünschte mittlere Bewegung für das Datum erhält. Unter den „*signos*“ sind stets die später als „*signa communia*“ benannten Größen zu 30° verstanden, welche unmittelbar den 12 Zeichen des Tierkreises nachgebildet sind, während in den lateinischen Drucken überall „*signa physica*“ zu 60° verwendet werden.²⁾ Ungleich wichtiger ist indessen diese Rechnungsvorschrift als Ganzes, denn sie setzt einen

1) Vgl. E. MAYER, *Die Geschichte des ersten Meridians und die Zählung der geographischen Länge*; Mitteil. aus d. Gebiete d. Seewesens 6, 1878, No. II und III.

2) CANTORS Bemerkung (*Vorles. üb. Gesch. d. Math.* II², p. 177), die von JOHANN VON GEMUNDEN gebrauchten *signa physica* zu 60° seien schon in den 1252 verfaßten ALFONSinischen Tafeln enthalten gewesen, trifft daher offenbar für das Original derselben nicht zu.

Bau der betreffenden Tafeln voraus, welche der heute üblichen Tabulierung mittlerer Bewegungen entspricht und demnach völlig verschieden von dem gerade so charakteristischen Bau der betreffenden Tafeln in den lateinischen Druckausgaben ist. Bei letzteren ist nämlich die seit der Fundamentalepoche — hier Christus — verflossene Zeit, welche als Tafelargument dienen soll, zuvor in einem eigentümlichen Sexagesimalsystem auszudrücken, dessen Grundeinheit der Tag ist, von welchem aus sowohl nach unten als auch nach oben neue sexagesimale Einheiten gebildet werden. So ist, um ein Beispiel anzuführen, für das Datum 1477 Sept. 20^d 6^h 1^m 36^s dies Tafelargument gleich $2^4 29^3 49^2 32^1 15^{\text{m}} 4^2 0^3$, wobei $1^{\text{i}} = 1$ Tag, $1^2 = 60$ Tage und $1^{\text{m}} = \frac{1}{60}$ Tag ist usw. Die Tabulierung ist dann so erfolgt, daß die Tafel nur die Änderung des betreffenden Winkels in der seit der Fundamentalepoche verflossenen Zeit gibt, zu welcher man noch die Radix, d. i. den Stand dieses Winkels zur Fundamentalepoche selbst als Konstante zu addieren hat, um den gesuchten Stand für das Datum zu erhalten. Vermöge des eingeführten Sexagesimalsystems ist es aber möglich, mit nur einer Tafel für diese Änderung des Winkels auszukommen, deren Argument von 0 bis 60 läuft; man geht nämlich nacheinander mit den verschiedenen sexagesimalen Ordnungen in die Tafel ein, in unserem Beispiel zuerst mit der 2, dann mit der 29 usw., wobei man natürlich jedesmal die Benennung des Tafelwertes um eine Stelle weiterrücken muß. Addiert man schließlich die erhaltenen Einzelwerte und fügt, wie erwähnt, noch die Radix hinzu, so hat man die gesuchte mittlere Bewegung für das Datum. Diese Einrichtung, welche die augenfälligste Eigentümlichkeit der lateinischen Druckausgaben der ALFONSinischen Tafeln bildet, ist also in dem kastilianischen Original nicht vorhanden gewesen. Vielmehr ist hier der auch heute übliche Weg eingeschlagen, der keiner weiteren Erläuterung bedarf. JOHANNES SCHONER, welcher um 1537 in Gestalt seiner *Tabulae resolutae* eine Umrechnung der ALFONSinischen Tafeln gab, indem er die mittleren Bewegungen wieder in der heute üblichen Form tabulierte, ahnte wohl nicht, daß er sich damit wieder der ursprünglichen Gestalt dieses Tafelwerkes näherte.

Die folgenden Kapitel des Originaltextes geben die speziellen Anweisungen zum Gebrauch der Planetentafeln. Es geht aus ihnen hervor, daß die Tafeln der Ungleichheiten im kastilianischen Original genau denselben Bau besessen haben wie in den späteren Druckausgaben. Die termini technici der letzteren sind lediglich Übersetzungen der entsprechenden spanischen Ausdrücke. Tabuliert war die „eguacion del centro“ (aequatio centri), ferner die „eguacion dell argumento“ (aequatio argumenti), ferner die „diversidad del diametro“ (diversitas diametri), und zwar sowohl für die „longura mas luenga“ (longitudo longior), als auch für die „longura

mas cerca“ oder „cercana“ (longitudo propior), und endlich die „menudos proporcionales“ (minuta proportionalia). Die Bedeutung dieser Größen stimmt mit den lateinischen terminis vollkommen überein, und die Rechnungsvorschriften sind so gleichartig, daß man — von ganz unerheblichen Änderungen abgesehen — den kastilianischen Originaltext als Anleitung zu den Planetentafeln der lateinischen Drucke benutzen kann. Hieraus ist ohne weiteres ersichtlich, daß die von RICO publizierten numerischen Tafelfragmente, in denen einfach die wahre Länge für eine gewisse Periode gegeben ist, gar nicht zu dem originalen Text passen, daß dieser vielmehr ganz andere Tafeln voraussetzt, welche zwar in bezug auf die mittleren Bewegungen von den späteren Druckausgaben erheblich abwichen, aber doch keineswegs den einfachen Bau jener immerwährenden Ephemeriden besessen haben.

Sind schon diese Unterschiede zwischen dem kastilianischen Original und der lateinischen Redaktion der Tafeln sehr merkwürdig, so gilt dies womöglich in noch höherem Maße von der Präzessionstheorie. Dieselbe wird in dem Kapitel XLIX des RICOschen Originaltextes auseinandergesetzt.

Man hat zu unterscheiden zwischen natürlichen Örtern (logares naturales) und eigenen Örtern (logares propios) der Planeten. Erstere werden gezählt vom natürlichen Anfangspunkt, welcher in der äußersten, nicht gestirnten Himmelssphäre liegt (en el cielo alto, raso ò no estrellado) und einen absoluten Fixpunkt darstellt, der nur die tägliche Drehung des Himmelsgewölbes mitmacht. Innerhalb dieser äußersten Sphäre liegt die Sphäre der Fixsterne (cielo estrellado), und von ihrem Frühlingspunkt, der also unter den Fixsternen eine feste Lage hat, werden die eigenen Örter gezählt. Der absolute Fixpunkt der äußersten Sphäre ist das, was wir heute den beweglichen Frühlingspunkt nennen, und in ihm steht die Sonne tatsächlich in jedem Frühlingsäquinoktium. Die innere Sphäre mit den Fixsternen war es nach der damaligen Auffassung, welche sich gegen diesen absoluten Fixpunkt verschob. Diese Auffassung ist also der unserigen gerade entgegengesetzt, denn wir lassen die Fixsterne ruhen und den wahren Frühlingspunkt wandern. Aus den Tafeln resultieren unmittelbar nur die eigenen Örter, indem nur die Bewegung in bezug auf die Sterne tabuliert ist. Das Ziel der Rechnung aber müssen die auf den absoluten Fixpunkt bezogenen natürlichen Örter bilden, denn da in diesem Punkte die Sonne in jedem Frühlingsäquinoktium steht, so beziehen sich auch alle Beobachtungen auf ihn. Die infolgedessen am fertigen Tafelorte anzubringende Korrektion ist so tabuliert, daß man mit der Zeit zunächst einen Winkel entnimmt, welcher mittlere Bewegung des Widderkopfes heißt. Dieser dient aber nur als Argument für eine zweite Tafel, die Tafel des Vorrückens und Zurückweichens (allongamiento et tornamiento = accessus et recessus). Erst aus dieser wird die definitive Korrektion ent-

nommen, welche positiv von 0 bis 180° , negativ von 180° bis 360° des Arguments ist. Die Maximalgröße wird nicht mitgeteilt. Hier ist also gar keine säkulare Präzession, sondern nur ein periodisches Hin- und Herschwanke des Frühlingspunktes, die sogen. Trepidation angenommen. Für 0 und 180° des Tafelarguments wird diese Korrektur Null, und die Frühlingspunkte im gestirnten und nicht gestirnten Himmel fallen zusammen, „und die eigenen Örter der Planeten werden gleich den natürlichen Örtern selbst sein, ohne irgend einen Unterschied“.

Ganz anders ist die Präzessionstheorie der lateinischen Drucke. Hier wird zwar ebenfalls die unrichtige Trepidation angenommen, aber die aus ihr in Gestalt einer periodischen Ungleichheit entspringende Korrektur wird zu einer säkularen Präzession in unserem Sinne addiert und ergibt erst so die vollständige Korrektur. Infolgedessen sind hier drei Tafeln gegeben, eine solche, aus welcher man mit der Zeit die gleichförmig wachsende säkulare Präzession entnimmt, eine zweite, aus der man den ebenfalls gleichförmig wachsenden Argumentwinkel der Trepidation erhält, mit welchem sodann aus der dritten Tafel die periodische Ungleichheit, die Trepidation, entnommen wird. Auch die Art der Anbringung dieser Korrektur ist hier eine andere, indem sie in die Berechnung des Planetenortes verflochten wird. Man korrigiert nämlich die für die Fundamental-epoche gegebene Länge des Perigäums, welche eine Konstante darstellt, um diesen Präzessions- und Trepidationsbetrag, und erhält so die für das Datum gültige Länge des Apogäums. Mit der letzteren wird die Rechnung des Planetenortes durchgeführt, wodurch man unmittelbar den auf Präzession korrigierten Ort erhält.¹⁾

1) So einfach die Präzessionstheorie der Druckausgaben auf den ersten Blick erscheint, so kompliziert werden die Erscheinungen, wenn man die Theorie geometrisch bis in die Einzelheiten durchzuführen sucht. Im 16. Jahrhundert bestanden die lebhaftesten Kontroversen nicht nur über die wahre Beschaffenheit der Trepidation, sondern auch speziell darüber, wie die in den ALFONSINISCHEN Tafeln gegebene Theorie zu verstehen sei. Ein interessantes Beispiel für die Unsicherheit der Theorie geben auch die ALFONSINISCHEN Tafeln selbst. Alle Druckausgaben haben die Vorschrift, daß die Breiten bei Sternreduktionen ungeändert bleiben: „*Latitudines autem immutare ne attentes, quandoquidem omni aevo eadem manent*“ (Ausgabe 1553). GAURICUS jedoch, der den Fixsternkatalog auf 1500 reduzierte und sich offenbar eingehender mit der Präzessionstheorie beschäftigt hatte, sagt bezeichnenderweise, er habe den Vorschriften folgend, die Breiten ungeändert gelassen, nach seiner Ansicht müßten sie sich aber infolge der Trepidation seit PTOLEMÄUS um $20'$ geändert haben: „*Latitudines autem non mutavimus adhuc sectantes vestigia HYPARCI, PTOLEMAEI et ALFONSI regis. Qui arbitrabantur stellas fixas in latitudine ab ecliptica semper in eodem loco sibi fixam ac perpetuam sedem vindicasse. Verum enim vero propter motum titubationis octavae sphaerae ego arbitror omnes stellas fixas ad austrum declinasse per $20'$ fere, ab PTOLEMAEI observationibus ad nostra haec tempora.*“

Die originalen Planetentafeln weichen also nicht nur in bezug auf die Tabulierung der mittleren Bewegungen, sowie in der Fundamentalepoche, sondern auch in bezug auf die Präzessionstheorie ganz erheblich von den lateinischen Druckausgaben der späteren Zeit ab, und die übel beleumundeten Perioden von 49000 und 7000 Jahren, welche ISAAK IBN SID nach kabbalistischen Ideen¹⁾ für die Bewegung des Frühlingspunktes angenommen haben soll, waren also jedenfalls in dieser Form nicht im Original vorhanden gewesen.

Wir müssen hier noch auf einen Punkt zurückkommen, den wir bisher zurückgeschoben hatten, um die Darstellung nicht zu unterbrechen. Es betrifft dies die Überlieferung von der angeblich 1256 erfolgten Umrechnung der Tafeln. Diese von neueren Autoren viel zitierte Nachricht findet man bei RICCIOLI, der sie von RITUS hat, welcher letzterer wiederum auf seinen Lehrer ABRAHAM ZACUTH zurückgreift. Es heißt, nachdem ALFONS im Jahre 1252 die Planetentafeln herausgegeben habe, sei ihm 1256 von JEHUDA BEN MOSE seine Übersetzung des Werkes von AL-SUFI über die Fixsterne vorgelegt worden, in der die Präzessionstheorie des ALBATEGNIUS (1° in 66 Jahren) vertreten sei; hierdurch habe sich ALFONS zu dieser Theorie bekehrt und die Planetentafeln danach umrechnen lassen. Die Druckausgaben stellten also hiernach die ursprünglichere Form dar, während die verbesserten Tafeln unbekannt seien. Wir werden sehen, was von dieser Überlieferung übrig bleibt, sobald man sie etwas schärfer ins Auge faßt. Was schreibt denn ABRAHAM ZACUTH? BJÖRNBO hat uns die betreffende Stelle seines hebräischen Werkes in der Übersetzung mitgeteilt:²⁾ „Wir finden auch in dem Werke über die Fixsterne, welches er (d. h. König ALFONS), gemäß seiner Zeit, vier Jahre nach den Tafeln herausgegeben hat, daß er zurückgekommen ist (d. h. von seiner oben erwähnten irrigen Meinung); denn er sagt, daß die Achte (Sphaera) zweifellos immer vorwärts schreitet, wie es PTOLEMÄUS geschrieben hat. Dieses Werk das ist dasselbe Werk, welches Rabbi JEHUDA Sohn MOSE der KOHEN dem König übersetzt hat. Dieses Werk hat der Weise, welcher genannt wird ABUL HOSEIN (AL-SUFI) verfaßt . . .“. Wo wäre hier die Rede von einer Umrechnung der Planetentafeln? ZACUTH, der mit seinen Zeitgenossen die irrige Ansicht teilte, daß die Tafeln 1252 entworfen seien, mußte folglich die 1256 erfolgte Übersetzung des AL-SUFI und die dabei ausgeführte Reduktion des Sternkatalogs desselben für das spätere Werk halten, woraus er schloß, daß ALFONS sich jetzt zu der darin vertretenen Präzessionstheorie von 1° in 66 Jahren bekehrt habe. Er führt dies nur

1) Der Sabbat- und Jubelperiode entsprechend.

2) Biblioth. Mathem. 23, 1901, p. 199.

an, um seine Abweichung von den zu seiner Zeit verbreiteten lateinischen *Tabulae ALFONSINAE* mit ihrer aus Trepidation und säkularer Präzession gemischten Theorie dadurch zu rechtfertigen, daß auch ALFONS selber diese Theorie später aufgegeben habe, wie man aus dem angeführten Werk ersehen könne.

Wie sieht nun diese Überlieferung bei RITIUS aus? Bei ihm heißt es:¹⁾ „Eodem modo (nämlich mit 1^o für 66 Jahre) latas esse stellas cernere licet a MILLEO (MENELAUS) ad ALPHONSUM (hier ist gemeint die Reduktion des AL-SUFischen Katalogs auf 1256), in qua re aduertendum est, regem ALPHONSUM primo fuisse oppinatum (gemeint ist: in den Tafeln), stellas motu duplici scilicet titubationis (d. i. die Trepidation), et motu augium communium (d. i. die säkulare Präzession) none sphere agitari, sicuti et nunc communiter creditur, canones tabularum ALFONSI id cau-santes; attamen quattuor annis postea quam tabulas planetarum composuerit, anno scilicet ab incarnatione 1256, quum, translatus ex arabico in hispalensium idioma, librum sapientissimi viri ALBUHASSIN quidam Rabi JUDA nomine, Judeus, regi obtulerit, quem librum »de stellarum fixarum motu atqui locis« ALBUHASSIN composuerat (= AL-SUFI), et in quo ALPHONSUS probatam ALBATENI sententiam, locaque stellarum optime et fideliter signata reperit. Tunc revocata priori sententia . . . , ALBATENI sententiam complexus est, et stellas fixas . . . secundum hanc eandem sententiam locavit etc.“ Daher sei die Epoche des Sternkatalogs nicht 1252 sondern 1256, wovon schon weiter oben die Rede war. Auch hier ist noch nirgends von einer Umrechnung der Planetentafeln die Rede, sondern nur davon, daß ALFONS bei der 1256 ausgeführten Reduktion des AL-SUFischen Sternkatalogs nicht die aus seinen Tafeln bekannte Präzessionstheorie, sondern die einfache des ALBATEGNIUS verwendete, doch legt hier die Ausdrucksweise bereits eine Verwechslung nahe.

Sehen wir nun zu, was RICCIOLI aus dieser Nachricht gemacht hat. Er zitiert RITIUS wörtlich, schreibt dann aber an einer anderen Stelle:²⁾ „secutus ALBATEGNIUM alteram fixarum tabulam (dieser Ausdruck ist bereits mißverständlich) edidit diversam a Canone pristino motus Augium et fixarum. Ita narrat ABRAHAM ZAGUTHUS in sua Magna Compositione . . .“ und wiederum:³⁾ „secutus est ALBATEGNIUM, et correctiores tabulas de praedicto motu (hier liegt das Mißverständnis zu Tage) ac locis fixarum edidit anno 1256, quas vidisse se testantur ABRAHAM ZAGUTUS apud RICCIUM in tractatu de motu octavae Sphaerae, et Cardinalis CUSANUS.“

1) Zitiert nach BJÖRNBO, *Biblioth. Mathem.* 23, 1901, p. 198.

2) *Almagestum novum* p. 166.

3) *Almagestum novum* p. XXX.

Mir scheint es hiernach völlig unzweifelhaft, daß die ganze Überlieferung von der 1256 erfolgten Umrechnung der Planetentafeln auf einer irrtümlichen Auslegung jener Stellen bei RITIUS und ZACUTH entstanden ist, wo nur von der Übersetzung des AL-SUFI und der dabei ausgeführten Reduktion der Sternörter auf das Jahr 1256 die Rede ist.

Wenn sich hiermit nun auch diese ganze Überlieferung in ein einfaches Mißverständnis aufgelöst hat, so sind wir allerdings wegen der oben auseinandergesetzten Diskrepanzen zwischen dem originalen Text und den lateinischen Ausgaben um so sicherer, daß tatsächlich in den ersten 50 Jahren sehr merkwürdige Veränderungen mit den Tafeln vor sich gegangen sind. Es ist mir nicht gelungen, über diesen Punkt Klarheit zu gewinnen, und es dürfte hier wohl eine größere Erfahrung namentlich auf bibliographischem Gebiet nötig sein, als mir zu Gebote steht. Ich will daher nur ganz kurz das Material mitteilen, das ich bisher habe sammeln können.

RICO, dem die Abweichungen des Originaltextes von den lateinischen Ausgaben nicht verborgen geblieben sind, scheint eine Fälschung oder Unterschiebung anzunehmen. Auf Grund seiner umfangreichen Untersuchungen kommt er zu dem Schluß, daß wahrscheinlich zuerst in Barcelona Fälschungen der ALFONSINISCHEN Werke entstanden seien. Diese Schriften seien dann nach Deutschland und in die Hände eines JOHANNES DE SAXONIA gelangt, der aus ihnen eine vermeintliche neue Ausgabe der ALFONSINISCHEN Tafeln zusammengestellt habe, „welche wie die Bücher von Barcelona mit dem Original nicht mehr als den Titel gemein hatte“. Bei diesen Darlegungen gebraucht RICO stets Worte wie „adulteracion“, „corruptela“, und besonders häufig „falsificacion“, so daß es scheint, als habe er eine bewußt ausgeführte Fälschung angenommen. Diese Ansicht ist auch in einem von RICO angeführten Zitat von TORNAMIRA (1583) vertreten, in dem es heißt: „alles dies ist erläutert worden, . . . damit man sehe, daß jemand die Tafeln mit der Trepidation . . . gefälscht hat, . . . weil von ALFONSO nicht zu glauben ist, daß er sie in seine Tafeln aufnahm, sondern daß jemand die ursprünglichen entfernte und die falschen nach seinem Kopfe hineinsetzte“. RICO selbst schließt eine dieser Darlegungen mit den Worten: „Folglich wurden die wahren Werke des Königs D. ALFONSO unbeachtet in Sevilla aufbewahrt. Ihr Name allein und einige gefälschte Blätter (algunos quadernos ficticios) gelangten im Anfange des 14. Jahrhunderts über die Grenzen der iberischen Halbinsel, um dort von JOHANNES DE SAXONIA, BRIXIA, JOHANNES DE LINERIIS und etwa 50 anderen Gelehrten, bis zu COPERNICUS Zeiten, studiert und erläutert zu werden. Da diese nicht wußten, daß ihre literarischen Arbeiten auf der Basis einer Fälschung (base falsificada) beruhten, konnten sie glauben, sie hätten klassische Werke von großer Bedeutung erschlossen.“

RICOS Darlegungen sind allerdings mehrfach von anderen Forschern angegriffen worden,¹⁾ und man wird STEINSCHNEIDER Recht geben, wenn er erklärt, über diese Dinge seien die Akten noch nicht geschlossen.

In der Literatur des 13. bis 15. Jahrhunderts ist viel von einer „Verbesserung“ der ALFONSinischen Tafeln die Rede. Leider habe ich diese Spuren nicht weiter verfolgen können, will aber doch diejenigen Werke angeben, die ich mir aus HOUZEAU und LANCASTER²⁾ herausgeschrieben habe, und die wohl Beiträge zu unserer Frage liefern dürften.

Expositio tabularum ALPHONSI et motiva probantia earum falsitatem. MS. du XV^e siècle à la Bibl. nationale de Paris.

Sermo de usu tabularum ALPHONSI. MS. à la Bibl. de l'Université d'Oxford.

Expositio intentionis Regis ALPHONSI circa tabulas ejusdem. MS. du XV^e siècle à la Bibl. nationale de Paris.

Tractatus de correctione motuum coelestium ALPHONSI. MS. à la Bibl. de l'Université d'Oxford.

Canones pro tabulis corrigendis regis ALPHONSI, MS du XVI^e siècle à la Bibl. impériale de Vienne.

BATEN, H., Tractatus de erroribus tabularum ALPHONSI; 1290, MS.

NICOLAUS DE LIMETO, Tabulae ALPHONSINAE correctae. MS. au British Museum (fonds Harley). Ouvrage composé en 1386.

BESSARION, J., Canon stellarum Correctis numeris ALPHONSINIS. MS.

Schließlich möchte ich einer Stelle aus den *Ephemerides novae* . . . *ad a. 1551* des GEORG JOACHIM RHAETICUS (Lipsiae 1550) gedenken, auf welche mich Herr ENESTRÖM freundlichst aufmerksam machte. Sie lautet:³⁾

„ . . . ALPHONSUS rex Hispaniae . . . Hic quidem divinitus ad hanc curam suscitatus (i. e. correctionis tabularum motuum coelest.) . . . labescere etiam opus quamvis praeclarum necesse fuit. Itaque post annos statim quadraginta, GUILHELMUS quidam de S. GLODIALDO, notas ALFONSinis quasi decisionibus apponere ausus fuit, de suis observationibus, quod idem paulo post fecit et PROPHATIUS JUDAEUS. Hos secuti sunt JOANNES BLANCHINUS, GEORGIUS PURPACHIUS, JOANNES REGIOMONTANUS Francus, BERNARDUS GUALTERUS, DOMINICUS MARIA . . .“

Ich gebe aber auch diese Notiz mit allem Vorbehalt wieder, da es mir sehr unwahrscheinlich erscheint, daß RHAETICUS über diese Dinge gut unterrichtet gewesen sein sollte, die seinem Zeitalter so unbekannt waren.

1) Vgl. STEINSCHNEIDER, *Die Mathematik bei den Juden*; Biblioth. Mathem. 1899, p. 38.

2) A. a. O. I, p. 1367, 1370, 1374.

3) Zitiert nach BIRKENMAJER, *MIKOLAJ KOPERNIK* I, p. 446 Anm.

5 Carl Schumacher: Untersuchungen über die ptolemäische Theorie der unteren Planeten (Merkur und Venus) (1917)

Wir geben in diesem Kapitel Scans der Dissertation von Carl Schumacher (1917) wieder.

Diese Dissertation ist in zwei Versionen erschienen: als eigentliche Dissertation und separat als Monographie.

Als Vorlage für die Scans dienten uns die Exemplare der Universitätsbibliothek Heidelberg. Die eigentliche Dissertation (Signatur: ZA 1860, 2) befindet sich in einem Sammelband von Dissertationen. Der Sammelband trägt die Signatur ZA 1860. Die separate Monographie trägt die Signatur D 2330-5 .

Die Scans haben wir selbst hergestellt. Für die meisten Seiten des Textes haben wir die Monographie benutzt, weil diese besser handhabbar ist. Die in der Monographie fehlenden Seiten mit dem Lebenslauf und mit den Figuren 7 bis 14 haben wir der eigentlichen Dissertation entnommen.

Den Inhalt der Dissertation von Schumacher und ihren Bezug zu Wegeners Arbeit kommentieren wir in Kapitel 11 von R. und U. Wielen (2017a).

**Untersuchungen
über die ptolemäische Theorie
der unteren Planeten.
(Merkur und Venus.)**

Inaugural-Dissertation

der mathematischen und naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Kaiser Wilhelms-Universität
Straßburg

zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Carl Schumacher,

Oberlehrer in Sterkrade (Rheinl.).

2

Münster i. W. 1917.

Druck der Aschendorffschen Buchdruckerei.

Za 1860,2

Titelblatt der Dissertation

Referent:
Professor Dr. J. Bauschinger.

Rückseite des Titelblatts der Dissertation

Untersuchungen
über die ptolemäische Theorie
der unteren Planeten.

(Merkur und Venus.)

Von

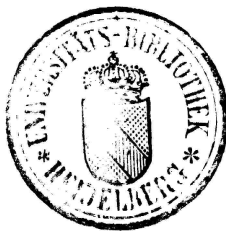
Prof. Dr. C. J. Schumacher.



Münster i. W. 1917.

Verlag der Aschendorffschen Verlagsbuchhandlung.

Titelblatt der Monographie



DRUCK DER ASCHENDORFFSCHEN BUCHDRUCKEREI.

Rückseite des Titelblatts der Monographie

Vorwort.

Nachstehende Blätter verdanken ihre Entstehung einer Anregung des Herrn Geheimrats Prof. Dr. W. Foerster in Berlin, der schon seit vielen Jahren darauf bedacht gewesen ist, die Verdienste des viel geschmähten griechischen Astronomen Klaudius Ptolemäus um die Himmelskunde in das rechte Licht zu setzen. Nach seiner Ansicht verdient der Alexandriner den Namen „eines großen Astronomen“ durch zwei astronomische Leistungen ersten Ranges:

erstens die Feststellung und sinnreiche mathematisch-rechnerische Darstellung des wichtigsten Gliedes derjenigen Störungswirkungen, durch welche die Bewegung des Mondes um die Erde in so erheblicher und verwickelter Weise von der Anziehung der Sonne beeinflusst wird (Evektion);

zweitens die Entdeckung der sogenannten „Zweiteilung“ der Exzentrizitäten der Planetenbahnen, ein weit über Hipparch hinausgehender Fortschritt der planetarischen Bewegungslehre.

Auf beide Leistungen des Ptolemäus hat Prof. W. Foerster wiederholt hingewiesen. Er veranlaßte 1878 die Dissertation von P. Kempf „Untersuchungen über die ptolemäische Theorie der Mondbewegung“ und ersuchte 1904 die philosophische Fakultät der Berliner Universität, für den Königlichen Preis die Aufgabe zu stellen: „Darstellung und Prüfung der Merkurtheorie des Ptolemäus“. Verfasser löste diese Aufgabe und erhielt am 3. August 1905 den ausgesetzten Preis.

Gerade Merkur, der unter den altbekannten Planeten die am stärksten exzentrische Bahnform besitzt, bot den sorgfältigen Untersuchungen der griechischen Astronomen große Schwierigkeiten. Ptolemäus mußte sehr künstliche Annahmen über die Bewegung des Mittelpunktes seiner Bahn machen. Hierdurch aber wurde er veranlaßt, ähnliches auch bei Venus, deren ellip-

tische Bahn um die Sonne fast einer Kreislinie gleichkommt, anzunehmen. Verfasser hielt es darum für angebracht, die ptolemäischen Theorien beider Planeten zur Darstellung zu bringen, um vor allem zu zeigen, wie auf der Exzentrizitätstheorie des Hipparch sich die Exzentrizitätstheorie des Ptolemäus aufbaut, aus der das bekannte Flächengesetz abzuleiten erst dem mathematischen Genie Keplers fast 1500 Jahre später gelang.

Sterkrade (Rhld.), 1916 Dezember.

**Untersuchungen über die ptolemäische
Theorie der unteren Planeten.**

(Merkur und Venus.)

27 Figuren, 5 Tafeln.

Inhalt.

	Seite
1. Einleitung	7
2. Die mittlere zodiakale und anomalistische Bewegung des Merkur und der Venus	14
3. Der exzentrische Kreis	18
4. Der Epizykel.	20
5. Die Theorie der Venus	24
6. Die Theorie des Merkur	26
7. Die Bahnelemente der Venus	28
8. Berechnung des Ortes der Venus zu gegebener Zeit . .	33
9. Die Bahnelemente des Merkur	39
9a. Beispiel einer ptolemäischen Rechnung	45
10. Berechnung des Ortes des Merkur zu gegebener Zeit . .	48
11. Tafeln für die Bewegung des Merkur und der Venus in Länge	53
12. Die Stillstände des Merkur und der Venus	56
13. Die Schwankungen des Merkur und der Venus in Breite .	58
14. Schluß	68

1. Einleitung.

Den Himmelsbeobachtern des Altertums waren schon früh jene Erscheinungen bekannt, die von der wechselnden Stellung der Planeten zur Sonne und Erde herrühren und sich auch in der wechselnden Lichtintensität und Schnelligkeit der Bewegung bei den einzelnen Planeten kund tun. Es ist dies das erstmalige Hervortreten der Planeten aus den Sonnenstrahlen (heliakischer Aufgang), ihr erster Stillstand, ihre Opposition mit der Sonne, ihr zweiter Stillstand und ihr Verschwinden in den Sonnenstrahlen (heliakischer Untergang). Diese regelmäßigen Haupterscheinungen in den Bahnen der Planeten verlaufen bei den inneren oder unteren Planeten (Merkur und Venus) folgendermaßen.

Scheinbare (geozentrische) Bahn der Venus.

Wenn Erde — Sonne — Venus sich auf einer geraden Linie befinden, so ist die Venus wegen des Sonnenlichtes für uns unsichtbar, sie ist in oberer Konjunktion mit der Sonne. Sonne und Venus bewegen sich weiter von W. nach O., letztere aber rascher, sie entfernt sich also immer mehr von der Linie Erde—Sonne in östlicher Richtung. Am 40.^d beträgt diese östliche Entfernung (Elongation) von der Sonne 10° , Venus wird zum ersten Male nach Sonnenuntergang am Westhimmel als Abendstern sichtbar (heliakischer Aufgang). Der Planet vergrößert in den folgenden Monaten seine Elongation immer mehr und damit auch seine Lichtintensität. Die scheinbare Geschwindigkeit (tägliche Fortbewegung unter den Fixsternen), die zur Zeit der oberen Konjunktion am größten (etwa $1^{\circ} 15'$) war, nimmt langsam ab. Am 222.^d hat Venus ihre größte östliche Elongation ($46^{\circ} 5'$) erreicht, die scheinbare Geschwindigkeit beträgt etwa 1° und nimmt jetzt rasch ab. Die scheinbare tägliche Bewegung der Sonne nimmt zu, übertrifft die des Planeten. Die Sonne nähert sich rasch der Venus. Am 272.^d bei einer Elongation von 28° kommt Venus zum Stillstand und wird rückläufig d. h. bewegt sich nun unter den Fixsternen scheinbar von O. nach W. mit wachsender Schnellig-

keit. Am 287.^d bei einer Elongation von 10^0 und einer Geschwindigkeit von etwa $30'$ verschwindet der Planet in den Sonnenstrahlen (heliakischer Untergang), er hört auf, Abendstern zu sein. Venus bleibt nun 14 Tage unsichtbar, geht in dieser Zeit über die Linie Erde—Sonne hinweg (untere Konjunktion) und taucht dann zum ersten Male am östlichen Himmel als Morgenstern (heliakischer Aufgang) aus den Strahlen der Sonne auf. Ihr scheinbarer Lauf ist noch immer nach W. gerichtet, aber mit abnehmender Geschwindigkeit, und am 314.^d bei einer westlichen Elongation von 28^0 kommt sie erneut zum Stillstand. Die rückläufige Bewegung hat 42 Tage gedauert und beträgt etwa 15^0 . Venus geht wieder nach O. mit anfangs rasch, dann langsam wachsender Geschwindigkeit und erreicht am 364.^d ihre größte westliche Elongation von $46^0 5'$ und eine Geschwindigkeit von 1^0 . Am 546.^d geht sie bei einer Elongation von 10^0 und einer Geschwindigkeit von $1^0 15'$ in den Sonnenstrahlen unter, hört auf Morgenstern zu sein (heliakischer Untergang).

Scheinbare (geozentrische) Bahn des Merkur.

Wenn dieser Planet für uns der Sonne am nächsten steht und seine ganze Scheibe beleuchtet ist und zugleich am kleinsten erscheint, so ist seine direkte Bewegung am schnellsten, er entfernt sich am raschesten von W. nach O. von der Sonne fort. Ist er nahezu 23^0 von ihr entfernt d. h. hat er seine größte Elongation erreicht, so kommt er zur Sonne zurück, obschon seine Bewegung unter den Fixsternen noch immer direkt, wenngleich schon sehr langsam geworden ist. Befindet er sich etwa 18^0 östlich von der Sonne, so verschwindet seine Bewegung vollständig, er wird stationär, kommt zum Stillstand und wird rückläufig. Seine retrograde Bewegung wird allmählich rascher, er nähert sich der Sonne, bis er in ihren Strahlen verschwindet und für uns unsichtbar wird. Während dieser Zeit hat seine scheinbare Größe zwar zugenommen, aber von seiner Scheibe ist ein immer kleinerer Teil auf der westlichen Seite beleuchtet, bis sie ganz verschwindet. Bald darauf entfernt er sich mit einer immer geringer werdenden Geschwindigkeit von der Sonne nach Westen, bis er in einer westlichen Elongation von 18^0 wieder zum Stillstand kommt. Wenn er nun trotz einer allmählich schneller werdenden direkten Bewegung 23^0 von der Sonne nach Westen absteht, so beginnt er, sich ihr immer

schneller zu nähern. Endlich kommt er, wenn seine direkte Bewegung am größten geworden ist, wieder bei der Sonne an. In dieser Zeit ist seine scheinbare Größe geringer geworden, seine östliche Seite aber wird immer stärker beleuchtet.

Infolge dieser Unregelmäßigkeiten (Anomalien) in der Bewegung beschreibt der Merkur Schleifen am Himmel. Die Änderungen der Lichtgestalt sind natürlich erst in der Neuzeit mit dem Fernrohr nachgewiesen worden. Fig. 1 gibt ein Bild solcher Merkur-Schleifen für das Jahr 1907. (Die gerade Linie ist der Himmels-Äquator, die glattverlaufende Wellenlinie die Sonnenbahn oder Ekliptik.)

Die sog. oberen oder äußeren Planeten beschreiben ähnliche, kleinere oder größere Schleifen am Himmel, haben also auch Stillstände, rechtläufige und rückläufige Bewegung, heliakische Auf- und Untergänge. Während aber Merkur und Venus sich nie über ein bestimmtes Maß von der Sonne entfernen, zeigen die oberen Planeten, Mars, Jupiter, Saturn, diese Eigentümlichkeit nicht. Sie können sich bis 180° von ihr entfernen und sind dann die ganze Nacht sichtbar, da sie bei Sonnenuntergang aufgehen und bei Sonnenaufgang untergehen. Sie stehen in Opposition zur Sonne. Planet—Erde—Sonne bilden eine gerade Linie. Für Jupiter z. B. ist am 14.^d nach der Konjunktion bei e_w (westlicher Elongation) $= 10^\circ$ heliakischer Aufgang, bei $e_w = 117^\circ$ am 141.^d Stillstand (1. Kehrpunkt), am 200.^d bei $e_w = 180^\circ$ Opposition, am 260.^d bei e_o (östlicher Elongation) $= 117^\circ$ Stillstand (2. Kehrpunkt). Die rückläufige Bewegung ist zu Ende, durchschnittlich $9^\circ 55'$, und dauert im Mittel 119^d 15^h. Die beiden entgegengesetzten Bewegungen vollziehen sich nicht auf dem gleichen Wege, sondern bilden eine Schleife, auch liegt der Punkt der Opposition nicht genau auf der Mitte des rückläufigen Bogens, sondern näher an den 1. Kehrpunkt heran. Am 387.^d bei $e_o = 10^\circ$ heliakischer Untergang, nach weiteren 22 bis 23 Tagen Konjunktion, damit ist der 398,6 Tage umfassende scheinbare Lauf des Jupiter abgeschlossen.

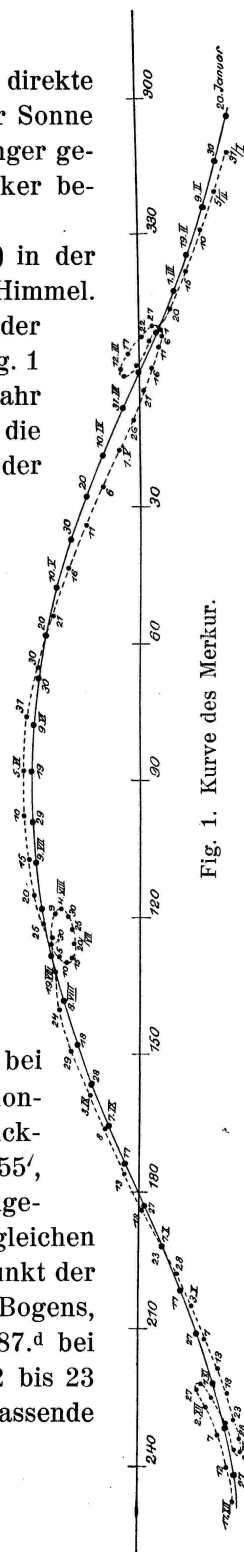


Fig. 1. Kurve des Merkur.

schneller zu nähern. Endlich kommt er, wenn seine direkte Bewegung am größten geworden ist, wieder bei der Sonne an. In dieser Zeit ist seine scheinbare Größe geringer geworden, seine östliche Seite aber wird immer stärker beleuchtet.

Infolge dieser Unregelmäßigkeiten (Anomalien) in der Bewegung beschreibt der Merkur Schleifen am Himmel. Die Änderungen der Lichtgestalt sind natürlich erst in der Neuzeit mit dem Fernrohr nachgewiesen worden. Fig. 1 gibt ein Bild solcher Merkur-Schleifen für das Jahr 1907. (Die gerade Linie ist der Himmels-Äquator, die glatte verlaufende Wellenlinie die Sonnenbahn oder Ekliptik.)

Die sog. oberen oder äußeren Planeten beschreiben ähnliche, kleinere oder größere Schleifen am Himmel, haben also auch Stillstände, rechtläufige und rückläufige Bewegung, heliakische Auf- und Untergänge. Während aber Merkur und Venus sich nie über ein bestimmtes Maß von der Sonne entfernen, zeigen die oberen Planeten, Mars, Jupiter, Saturn, diese Eigentümlichkeit nicht. Sie können sich bis 180° von ihr entfernen und sind dann die ganze Nacht sichtbar, da sie bei Sonnenuntergang aufgehen und bei Sonnenaufgang untergehen. Sie stehen in Opposition zur Sonne. Planet—Erde—Sonne bilden eine gerade Linie. Für Jupiter z. B. ist am $14.^d$ nach der Konjunktion bei e_w (westlicher Elongation) $= 10^\circ$ heliakischer Anfang, bei $e_w = 117^\circ$ am $141.^d$ Stillstand (1. Kehrpunkt), am $200.^d$ bei $e_w = 180^\circ$ Opposition, am $260.^d$ bei e_o (östlicher Elongation) $= 117^\circ$ Stillstand (2. Kehrpunkt). Die rückläufige Bewegung ist zu Ende, durchschnittlich $9^\circ 55'$, und dauert im Mittel $119^d 15^h$. Die beiden entgegengesetzten Bewegungen vollziehen sich nicht auf dem gleichen Wege, sondern bilden eine Schleife, auch liegt der Punkt der Opposition nicht genau auf der Mitte des rückläufigen Bogens, sondern näher an den 1. Kehrpunkt heran. Am $387.^d$ bei $e_o = 10^\circ$ heliakischer Untergang, nach weiteren 22 bis 23 Tagen Konjunktion, damit ist der 308,6 Tage umfassende scheinbare Lauf des Jupiter abgeschlossen.

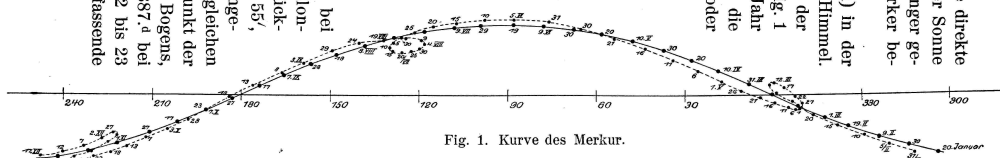


Fig. 1. Kurve des Merkur.

Seite 9 hier gedreht zur bequemen Ansicht der Figur 1 .

Alle diese Unregelmäßigkeiten waren bereits von den Babyloniern und Ägyptern eifrig beobachtet worden, auch hatten sie gefunden, daß die Planeten nach einer bestimmten Anzahl von vollen Umläufen periodisch dieselben Punkte am Himmelsgewölbe erreichen d. h. wenn sich nach einer bestimmten Anzahl von Umläufen die ersten Schleifen genau deckten, dies auch bei allen folgenden der Fall war. Damit war also eine gewisse Gesetzmäßigkeit in den Unregelmäßigkeiten festgestellt. Ob sie schon Erklärungen für die Unregelmäßigkeiten in den Planetenumläufen aufgestellt oder ein Gesetz gefunden haben, nach welchem durch Aufstellen von Tafeln die Stellungen der Planeten unter den Sternen vorauszubestimmen waren, ist aus den bisher veröffentlichten Nachrichten über die älteste Himmelskunde nicht mit Sicherheit zu erweisen ¹⁾. Der griechische Astronom und Mathematiker Eudoxus von Knidus (geb. um 408) machte den ersten Versuch, eine Planetentheorie auf eine strenge, wissenschaftliche Grundlage aufzubauen. Bis in die Zeit des Plato hinein hatten die Griechen bei Bearbeitung astronomischer und kosmischer Fragen stets die philosophische Methode angewandt; an Erfahrungen, die man gelegentlich gemacht hatte, knüpfte man philosophische Spekulationen an. Für eine gedeihliche Entwicklung der Astronomie war diese Methode nicht günstig, die mathematische oder geometrische Methode mußte an die Stelle der philosophischen treten. Es mußten eigentliche Beobachtungen angestellt und gesammelt werden. Der Punkt der Erde, auf dem der mathematisch geschulte und mit Instrumenten ausgerüstete Beobachter des Himmels steht, muß als relativ unbeweglich angenommen werden, damit man durch immer schärfere Beobachtungen die Fehler der Vorgänger verbessern kann; jede Beobachtung aber muß eingefügt werden können in allgemeine, durch geometrische Gebilde darstellbare und rechnermäßig beweisbare Formeln. Plato selbst hatte die Notwendigkeit der mathematischen Methode erkannt, da er den der Sternkunde Beflissenen das Studium der Geometrie dringend anempfahl. Sein Schüler Eudoxus ²⁾, der auch eine Zeit lang Schüler der ägyptischen

¹⁾ Vgl. F. X. Kugler, Sternkunde und Sterndienst in Babel. I. Münster 1905. S. 194.

²⁾ Vgl. Hultsch, Eudoxus von Knidos mit Literaturangaben. Weltall IV. S. 208 ff.

Priester war, hat seine Untersuchungen und Ansichten über die Ungleichheiten, die in den Bewegungen von Sonne, Mond und Planeten zutage treten, in seinem Werke „Von den Geschwindigkeiten“ niedergelegt. Leider kennen wir davon nur noch Bruchstücke, die uns zum größten Teile Simplicius im 6. Jahrhundert n. Chr. überliefert hat. Mit ihrer Hilfe hat der große Mailänder Astronom Schiaparelli die Theorie des Eudoxus wieder aufgebaut.¹⁾

Aus ihnen erkennen wir, daß Eudoxus die Planetenbahnen geometrisch durch eine sphärische Lemniskate, deren Mittelpunkt die Sonne ist, nachbildete. Vor allem bereitete ihm die Bahn der Venus, die sich um die Erde bewegen sollte, Schwierigkeiten. In ihrer auf das Firmament projizierten Bahn erkannte er die Form einer Achterlinie, Hippopede, die er als den Schnitt eines ringförmigen „Wulstes“ durch eine Ebene konstruierte. Trotzdem Eudoxus als hervorragender Mathematiker (seine grundlegenden Sätze über Proportionen hat Euklid in das fünfte Buch seiner Elemente aufgenommen, auch seine Lehre von den regelmäßigen Polyedern, sowie seine Sätze über spirische Schnitte benutzt) in scharfsinniger Weise seine Untersuchungen anstellte, vermochte seine Theorie nicht für längere Zeiten mit den beobachteten Stillständen und Retrogradationen der Planeten in Übereinstimmung zu bleiben. Die Unzulänglichkeit der Eudoxischen Theorie führte dazu, daß die Astronomen eine Zeitlang still beobachteten, Material sammelten, um eine neue lebensfähigere Theorie aufzustellen. Vor allen hat der große Aristoteles (384—322)²⁾ stets die Notwendigkeit betont, erst fleißig zu beobachten, die Beobachtungen anderer zu sammeln, bis man den ganzen Umfang der Erscheinungen kennen gelernt habe, und dann erst zu versuchen, auf Grund all dieser Beobachtungen ein System zu bauen. „Noch sind die Erscheinungen nicht hinreichend erforscht; wenn sie es aber dereinst sein werden, alsdann ist der Wahrnehmung mehr zu trauen als der Spekulation und letzterer nur in soweit, als sie mit den Erfahrungen übereinstimmen- des gibt.“ Noch durch eine andere Forderung ist der große Stagirite von dauerndem Einflusse auf die spätere Entwicklung der Astronomie gewesen. Nach ihm gibt es nur eine vollkommene,

¹⁾ Vgl. G. V. Schiaparelli, Über die homozentrischen Sphären des Eudoxus, Kalippus und Aristoteles. Übersetzt von W. Horn in der Zeitschrift für Mathematik. Jahrgang 1877. ²⁾ Metaphys. XI, 8.

die gleichmäßige und kreisförmige, und eine unvollkommene Bewegung, die gradlinige von oben nach unten. Andere Bewegungen haben die Körper von Natur aus nicht, sie können ihnen nur von außen durch Gewalt mitgeteilt werden. Nun sollen alle Bewegungen am Himmel durch gleichmäßige und kreisförmige erklärt werden; die Erdkugel aber sollte im Mittelpunkt des Weltalls ruhen und keinerlei Bewegung haben ¹⁾. Diese zwei Axiome erhielten eine solche autoritative Geltung, daß kein Astronom wagen durfte, an ihrer Richtigkeit und Wahrheit zu zweifeln. Nach dem Tode des Aristoteles mögen wohl eine oder die andere Theorie noch aufgestellt worden sein, aber es ist von ihnen nichts erhalten geblieben, sie waren sicher nicht lebensfähig. Dagegen beginnt nun ein Zeitraum des Beobachtens und des fleißigen Sammelns von seiten der Astronomen, um Material herbeizuschaffen, mit dem man an eine durchgreifende Reform der theoretischen Himmelskunde herangehen könnte. Diese wissenschaftliche Tätigkeit wurde hauptsächlich in einer Schule gepflegt, die nach ihrem Hauptsitz die alexandrinische genannt wird. In Alexandrien, das Alexander zu einer ähnlichen bedeutenden Stellung erheben wollte, wie sie Athen in Europa einnahm, förderten die Ptolemäer die Wissenschaften, gründeten Bibliotheken, machten diese Stadt in politischer und wissenschaftlicher Hinsicht zum Sammelpunkt bedeutender Männer. Hier wurde nebst Mathematik und Mechanik vor allem die Astronomie gepflegt. Die Methode der wissenschaftlichen Astronomie zu Alexandrien ist die der reinen Empirie, nicht mehr die der Spekulation. Zu den ersten Beobachtern dieser Schule gehören Aristyll und Timocharis (um 294 v. Chr.) an, besonders aber ist Aristarch von Samos ²⁾, der Begründer des heliozentrischen Systems, Eratosthenes (276—194 v. Chr.) und Apollonius von Pergä (um 247 v. Chr.) zu nennen. Letzterer begründete die mathematische Theorie der Epizykeln. Hipparch (160—125 v. Chr.) wandte dann die Lehren vom exzentrischen Kreise und Epizykel zum ersten Male an, um eine Erklärung für die Ungleichförmigkeiten der Bewegungerscheinungen der Himmelskörper zu gewinnen. Es gelang ihm

¹⁾ Vgl. Geminus, *Elementa astron.* Leipzig, Teubner, 1898, S. 11.

²⁾ Vgl. Th. Bergk, A. von S., in fünf Abhandlungen zur Geschichte der griechischen Philosophie und Astronomie, Leipzig 1883.

dies für Sonne und Mond in vorbildlicher Weise ¹⁾. Die Beantwortung der Frage Platons: *τίνων ὑποθεισῶν ὁμαλῶν καὶ τεταγμένων κινήσεων διασωθῇ τὰ περὶ τὰς κινήσεις τῶν πλανωμένων φαινόμενα* ²⁾ wollte ihm anscheinend für die übrigen wandelnden Himmelskörper nicht gelingen. Es war zwar möglich, ihre zodiakale Ungleichheit durch einen exzentrischen Kreis und ihre Elongationen von der Sonne durch einen Epizykel darzustellen, aber zu einer exakten Bahnbestimmung reichte dies nicht aus, so sehr man auch darauf bedacht war, die numerischen Elemente in der Theorie den Beobachtungen entsprechen zu lassen. Das Verdienst, die Theorie der Planeten, besonders des Merkur, der die größten Verschiedenheiten in seiner Bahn aufwies, in strenger und erschöpfender Weise ausgebildet und zur Darstellung gebracht zu haben, gebührt dem großen Alexandriner Claudius Ptolemaeus (bis 140 n. Chr.). Seine Planetentheorien sind enthalten in seinem großen Werke: *Μαθηματικὴ συντάξις*, das alles Wissen seiner Zeit auf dem Gebiete der Astronomie und Geographie uns ausführlich überliefert.

An Ausgaben dieses Werkes, des Almagest, sind zu erwähnen: Simon Grynäus, Basel 1538; M. Halma, Paris 1813, 1816; J. L. Heiberg, Leipzig 1898 1903; Karl Manitius, Leipzig, 1912 und 1913 „Ptolemaeus Handbuch der Astronomie“. Die kritischen Arbeiten Delambres (*Histoire de l'ancienne astronomie*, Paris 1817) werden den Verdiensten des Ptolemaeus nicht in allem gerecht, lassen es an manchen Stellen an der nötigen Sorgfalt und Objektivität fehlen. Auch P. Tannery (*Recherches sur l'histoire de l'astronomie*, Paris 1893) gibt vor allem keine rechte Darstellung der Merkurtheorie des Ptolemaeus, weil er nicht den Almagest, sondern spätere Kommentare desselben seinen Ausführungen zu Grunde legt. Eine bessere und gründlichere Darstellung der Planetentheorien des Ptolemaeus gibt N. Herz in seiner „Geschichte der Bahnbestimmung der Planeten und Kometen“, I. Leipzig 1887, S. 107–161.

Im folgenden soll nun dargestellt werden, wie Ptolemäus die Theorie der unteren Planeten, Merkur und Venus, mit den ihm zu Gebote stehenden Hilfsmitteln behandelte, welche Ergebnisse seine Untersuchungen zeitigten und welche Genauigkeit ihnen zuerkannt werden muß. Die Venustheorie ist gewählt, weil sie mit ihrer geringen Exentrität ein wahres Idealbild des Epizykels gibt, sie hat auch die Zweiteilung der Exentrität

¹⁾ Vgl. Manitius, Hipparchs Theorie der Sonne nach Ptolemaeus. Weltall VI, S. 323, 340; Hipparchs Theorie des Mondes nach Ptolemaeus. Weltall VIII, S. 1, 26, 45.

²⁾ Vgl. Simplicius zu Aristoteles de coelo f. 119. Überweg-Heinze, Grundriß der Geschichte der Philosophie I. 10. Aufl., S. 187.

geliefert, aus der Kepler später das Flächengesetz ableitete¹⁾. Die Merkurtheorie aber mit ihrer starken Exzentrizität ist die schwierigste aller Planetentheorien des Ptolemäus²⁾

2. Die mittlere zodiakale und anomalistische Bewegung des Merkur und der Venus.

Was die Geschwindigkeit der Planeten in ihrer scheinbaren Bahn angeht, so müssen zunächst diejenigen Perioden ermittelt werden, in denen die Erscheinungen annähernd gesetzmäßig wiederkehren. Man unterschied zwei voneinander unabhängige, mittlere Bewegungen der Planeten. Die erste ist die sogenannte zodiakale Umlaufzeit, für Venus und Merkur gleich einem Jahr; die mittlere zodiakale Bewegung des Merkur und der Venus stimmen daher mit derjenigen der Sonne überein, die von der Erde ausgehende Richtung nach dem mittleren Orte der unteren Planeten fällt mit derjenigen nach dem mittleren Sonnenorte zusammen, die Sonnentafeln gelten drum auch für die mittlere zodiakale Bewegung dieser beiden Planeten. Die zweite mittlere Bewegung umfaßt die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Retrogradationen. Ptolemäus gibt als Beobachtung des Hipparch an, daß Merkur in 46 Sonnenjahren $1\frac{1}{30}$ Tagen 46 Umläufe in der Ekliptik plus 1^0 ausführt ($46^a + 1^d 2' = 46^u + 1^0 = 145^w$) und in dieser Zeit 145 mal retrograd erscheint oder 145 Wiederkehren in Anomalie vollzieht, ebenso für Venus, daß dieser Planet in 8 Sonnenjahren weniger $2\frac{3}{10}$ Tagen 8 Umläufe in der Ekliptik weniger $2^0 15'$ ausführt und in dieser Zeit 5 mal retrograd erscheint oder 5 Wiederkehren in Anomalie vollzieht. ($8^a - 2^d 18' = 8^u - 2^0 15' = 5^w$). Da Ptolemäus (Almag. III. 1.) das Sonnenjahr zu $365^d 5^h 55^m 14'' 48''' = 365,2467$ Tagen erhalten hatte, so erhalten wir, wenn wir mit dieser Zahl in die 360 Grade der Ekliptik dividieren, die mittlere Bewegung der Sonne, des Merkur und der Venus für einen Tag:

$$0^0 59' 8'' 17''' 13^{IV} 12^V 31^{VI} = 0^0,9856352784$$

¹⁾ Vgl. Foerster, Ptolemaeus und Kepler, Weltall III. S. 1 ff.

²⁾ Vgl. P. Boelk, Darstellung und Prüfung der Merkurtheorie des Claudius Ptolemaeus, Dissertation, Halle 1911. Leverrier, Annales de l'observ. imp. de Paris 1859. XV. S. 1.

für eine Stunde:

$$0^0 2' 27'' 50''' 43^{IV} 3^V 1^{VI} = 0^0,0410681366$$

für ein ägyptisches Jahr zu 365 Tagen:

$$359^0 45' 24'' 45''' 21^{IV} 8^V 35^{VI} = 359^0,7568766314$$

und für einen Zyklus von 18 ägyptischen Jahren, nachdem die ganzzahligen Vielfachen von 360^0 subtrahiert sind,

$$355^0 37' 25'' 36''' 20^{IV} 34^V 30^{VI} = 355^0,6237793654.$$

Ptolemäus gibt nun als Epoche an, daß am 1. Thot des Jahres 1 Nabonassar um Mittag = 26. Februar, — 746 (julian. Stil) der mittlere Ort der Sonne, des Merkur und der Venus auf $0^0 45'$ Fische = $330^0 45'$ fiel. Nach dieser Angabe läßt sich mit Hilfe der oben gegebenen Zahlenwerte zu jeder gegebenen Beobachtungszeit der mittlere Ort für jedes der drei Gestirne angeben.

Ursprünglich hatte man aus Beobachtungen von Nachtgleichen und Sonnenwenden, die nicht allzuweit auseinander lagen, die Länge des Jahres auf $365\frac{1}{4}^d$ festgestellt. Da kam nach der Entdeckung der Präzession der Nachtgleichen Hipparch auf den Gedanken, aus möglichst weit auseinander liegenden, aber zuverlässig überlieferten Beobachtungen von Nachtgleichen und Wenden die Länge des tropischen Jahres zu ermitteln. So fand er, daß der Wert $365\frac{1}{4}^d$ nicht genau sein könne, denn ein von ihm im Jahre 134 v. Chr. beobachtetes Sommersolstitium trat um einen halben Tag früher ein, als er es aus einem vor 145 Jahren von Aristarch beobachteten Solstitium abgeleitet hatte. Es mußte das zu $365\frac{1}{4}^d$ angenommene Jahr um den 145. Teil eines halben Tages oder um $4^m 50^s$ zu groß sein. Er fand also die Länge des tropischen Jahres zu $365^d 5^h 55^m 10^s$. Der heutige Wert ist $365^d 5^h 48^m 46^s$, das Ergebnis des Hipparch, das nur um etwa 6^m abweicht, ist ein hervorragender Beobachtungserfolg. Ptolemäus hat später kein besseres Ergebnis aufzuweisen, obschon er die Zwischenzeit zwischen zwei Beobachtungen noch größer nahm. Er wählte ein von Hipparch im Jahre 146 v. Chr. und ein von ihm selbst im Jahre 140 n. Chr. beobachtetes Herbstäquinoktium aus. Dies war eine Zwischenzeit von 285 ägyptischen Jahren (= 365^d) und $70\frac{6}{20}$ Tagen. Er fand die Länge des tropischen Jahres zu $365^d 5^h 55^m 12^s$. (Almag. III., 1.)

Das Jahr, nach welchem Ptolemäus (wie Hipparch) in seinen Ephemeriden rechnet, ist das ägyptische Wandeljahr, welches den Vierteltag vernachlässigt. Es hatte 12 Monate zu 30 Tagen und 5 Zusatztage. Da die alten Astronomen den Tag dem Grade entsprechend in 60 erste Teile und jeden dieser wieder in 60 zweite Teile zerlegten, so lautet das Ergebnis des Ptolemäus in dieser Form $365^d 14' 48''$. Mit der so gewonnenen Zahl der Jahreslänge dividierte Ptolemäus in die 360 Grade des Kreises und fand

$$\begin{array}{ll} \text{die tägliche mittlere Bewegung} = & 0^0 59' 8'' 17''' 13'''' 12''''' 31'''''' \\ \text{die stündliche} & \text{,,} & \text{,,} & = & 0^0 2' 27'' 50''' 43'''' 3''''' 1'''''' \\ \text{die monatliche} & \text{,,} & \text{,,} & = & 29^0 34' 8'' 36''' 36'''' 15''''' 30'''''' \\ \text{die jährliche} & \text{,,} & \text{,,} & = & 359^0 45' 24'' 45''' 21'''' 8''''' 35'''''' \end{array}$$

Auf Grund dieser bis zu den Sexten genau berechneten Beträge stellte Ptolemäus fünf Tafeln auf, aus denen für jeden beliebigen in Jahren, Tagen und Stunden ausgedrückten Zeitabschnitt die einzelnen Beträge zu entnehmen sind, durch deren Addition der Gesamtbetrag erhalten wird. Diese fünf Tafeln für mittlere Bewegung weisen für Sonne, Merkur und Venus die gleichen Beträge auf. Mit Hilfe dieser Tafeln mußte man nun einen möglichst weit zurückliegenden Anfangstermin der mittleren Bewegung für Sonne, Merkur und Venus feststellen und Jahr, Tag und Stunde genau angeben. Denn Beobachtungen, die nach verschiedenen Zeitangaben datiert waren, konnten nur dann in Beziehung zu einander gebracht werden, wenn sie auf eine gemeinsame Ära reduziert waren. Nun datierten die griechischen Astronomen ihre Beobachtungen entweder nach athenischen Archonten oder nach Kallipischen Perioden zu 76 Jahren oder nach Jahren seit dem Tode Alexanders des Großen¹⁾, die römischen die ihrigen nach der Augustischen Ära d. i. nach Regierungsjahren der römischen Kaiser, während die Chaldäer die Nabonassarische Ära anwandten. Letztere als die am weitesten zurückgehende war die geeignetste. Der Anfang dieser Ära fällt auf den 1. Thot des 1. Regierungsjahres Nabonassars d. i. auf den Neujahrstag des ägyptischen Wandeljahres, in welchem Nabonassar die Regierung antrat. Es ist der 26. Februar 747 v. Chr. Die Tage des ägyptischen Jahres sind Thot 30, Phaophi 60, Athyr 90, Chojak 120, Tybi 150, Mechir 180, Phamenoth 210, Pharmuthi 240, Pachon 270, Payni 300, Epiphi 330, Mesore 360 und 5 Zusatztage. Das erste Jahr der Nabonassarischen Ära beginnt also am 26. Februar 747 v. Chr., mittags wahrer Zeit, bezogen auf den Meridian von Alexandrien, das zweite am 26. Februar 746, das dritte am 26. Februar 745, das vierte am 26. Februar 744, das fünfte aber am 25. Februar 743, denn das Jahr 744 ist ein Schaltjahr usw. Daher fällt der

1. Thot 484 Nabonassar auf 264 Oktober 28 v. Chr.

"	488	"	"	260	"	27	"
"	492	"	"	256	"	26	"
"	496	"	"	252	"	25	"
"	500	"	"	248	"	24	"
"	504	"	"	244	"	23	"
"	876	"	"	128	Juli	22 n. Chr.	
"	880	"	"	132	"	21	"
"	884	"	"	136	"	20	"
"	888	"	"	140	"	19	"
"	892	"	"	144	"	18	"

Auch rechnet Ptolemäus noch nach Dionysischen Jahren; diese Ära beginnt am 27. Juni 285 v. Chr. (Sommerwende.)²⁾

Für die mittlere Bewegung in Anomalie (d. i. des Planeten auf dem Epizykel) gibt Ptolemäus bei Merkur an, daß in 46 Sonnen-

¹⁾ Vgl. die Ärentafel im Hdb. d. klass. Altertumsw., hgg. von Iwan Müller, I. Bd., S. 655 ff.

²⁾ Vgl. Manitius, Ptolemäus Handbuch der Astronomie, II., Leipzig 1913, S. 405—407 und Böckh, Sonnenkreise der Alten, Berlin 1863, S. 286—340.

jahren $1\frac{1}{30}$ Tagen ungefähr 145 Restitutionen der Anomalie stattfinden. Verwandelt man die Sonnenjahre in Tage und teilt den Umlauf der Anomalie in 360^0 , so sind beim Merkur $16802^d 22' 48'' = 52200^0$. Für die Aufstellung von Tafeln nimmt Ptolemäus den genaueren Wert $16802^d 24'$, den er aus der Beobachtung erhält, daß in 402 ägyptischen Jahren 283 Tagen $13\frac{1}{2}$ Stunden 1268 volle Umläufe $+ 246^0 53'$ stattfinden. Damit ergibt sich die tägliche mittlere Bewegung des Merkur

in Anomalie	=	$3^0 6' 24'' 6''' 59^{IV} 35^V 50^{VI}$
in einer Stunde	=	$0^0 7' 46'' 0''' 17^{IV} 28^V 59^{VI} 35^{VII}$
in einem ägyptischen Jahre	=	$53^0 56' 42'' 32''' 32^{IV} 59^V 10^{VI}$
in dem Zeitraum von 18		

ägyptischen Jahren	=	$251^0 0' 45'' 45''' 53^{IV} 45^V 0^{VI}$
--------------------	---	---

Für Venus findet Ptolemäus in 7 Jahren 362 Tagen 16,8 Stunden nach 5 Restitutionen der Anomalie 8 Umläufe weniger $2^0 15'$, es sind also bei der Venus $2919^d 40' = 1800^0$. Hiermit findet er für die Venus die tägliche mittlere Bewegung

in Anomalie	=	$0^0 36' 59'' 25''' 53^{IV} 11^V 28^{VI}$
in einer Stunde	=	$0^0 1' 32'' 28''' 34^{IV} 42^V 58^{VI} 40^{VII}$
in einem ägyptischen Jahre	=	$225^0 1' 32'' 28''' 34^{IV} 39^V 15^{VI}$
in dem Zeitraum von 18		

ägyptischen Jahren	=	$90^0 27' 44'' 34''' 23^{IV} 46^V 30^{VI}$
--------------------	---	--

In seinen „Hypothesen“, einem Werke, das später als der Almagest verfaßt ist, gibt Ptolemäus andere Zahlen. Hiernach vollführt Venus in 964 Sonnenjahren = 964 ägyptischen Jahren $247^d 5672 603$ Restitutionen der Anomalie und Merkur in 993 Sonnenjahren = 993 ägyptischen Jahren $255^d 0144 3130$ Restitutionen der Anomalie. Hierbei stützt sich Ptolemäus vielleicht auf chaldäische und ägyptische Überlieferungen und wird durch die fast tausendjährige Beobachtungszeit in die Lage versetzt, eine Verminderung der Fehler herbeizuführen.

In seiner Schrift: „Mémoire sur la théorie de Mercure“¹⁾ behauptet La Lande, die von Ptolemäus gefundene mittlere anomalistische Bewegung des Merkur sei jährlich um $15''$ fehlerhaft, verglichen mit der der anderen Planeten; jedoch hat La Lande diesen Einwand später widerrufen.

¹⁾ Vgl. Mémoires der Pariser Akademie, 1766.

3. Der exzentrische Kreis.

Der Anblick des sich anscheinend in 24 Stunden um die Achse der Weltkugel drehenden Fixsternhimmels hatte schon früh die Forderung einer Kreisbahn für alle Himmelskörper nahegelegt. Seit Aristoteles bestand für die Erklärung himmlischer Bewegungen als Grundprinzip die Forderung, sie durch regelmäßige Kreisbewegungen zu erklären. Man schrieb den Gestirnen eine einzigartige Vollkommenheit zu ¹⁾, so daß für die Erklärung ihrer Bahnen auch nur die einfachste und zugleich gleichförmigste Bewegung, nämlich die auf einem Kreise, herangezogen werden durfte. Trotzdem die Schule der Pythagoräer, trotzdem Philolaos, Aristarchos der Erde bereits ihre Zentralstellung genommen und ihr eine jährliche Bewegung um ein Zentralfeuer gegeben hatte, blieb dennoch die Aufgabe bestehen: Auch für die Wandelgestirne sollen kreisförmige Bahnen um die in einer gewissen Zentralstellung ruhende Erde vorausgesetzt werden und alle Ungleichheiten in ihrer Bahn sollen durch diese Voraussetzungen erklärt werden. Zwei Annahmen standen nun den alten Astronomen als völlig gleichwertig zu Gebote: entweder durchliefen die Planeten einen zur Erde konzentrischen Kreis mit einer Geschwindigkeit, welche um einen von dem Zentrum verschiedenen Punkt gleichförmig erfolgte, oder sie bewegten sich in einem zur Erde exzentrischen Kreise mit einer konstanten Geschwindigkeit um den Mittelpunkt. Beide Annahmen wurden der Erscheinung gerecht, daß die Planeten in gleichen Zeiten ungleiche Bogen am Himmel beschreiben, und daß die größte und kleinste Bewegung von der Erde aus gesehen sich diametral gegenüber liegen. Die Alten bevorzugten wegen ihrer Einfachheit die zweite, die Annahme des exzentrischen Kreises. Diese Theorie war zur Zeit des Ptolemäus bereits eine der Hauptlehren der Astronomie. Er verwendet sie drum auch in seiner Planetentheorie.

Fig. 2 Man denke sich in der Ebene der Ekliptik um einen Punkt M mit einem genügend großen Radius einen Kreis beschrieben, der den Mittelpunkt E der Erde, das centrum visionis, umschließe; auf dem Umfange dieses Kreises bewege sich im Sinne der Zeichen mit gleichförmiger Bewegung ein Himmelskörper P. Die Verbindungslinie der Punkte M und E schneidet den Kreis

¹⁾ Vgl. Almagest, lib. IX. c. 2.

um M in A und A', dem Apogäum und Perigäum, und bildet eine Symmetrieachse der Bahn des Himmelskörpers. Während von M aus gesehen P in gleichen Zeiten gleiche Bogen der Ekliptik durchläuft, erscheint seine Bewegung in E ungleichförmig und bald zunehmend, bald abnehmend in seiner Geschwindigkeit. Die gleichmäßige Bewegung um M oder die mittlere wird gemessen durch \sphericalangle AMP oder \sphericalangle AMP_m, die ungleichmäßige um E oder die scheinbare durch \sphericalangle AEP oder \sphericalangle AEP_s, ihr Unterschied durch \sphericalangle P_mP_s oder \sphericalangle MPE, die sogenannte Mittelpunktsleichung.

Betrachtet man von E aus zwei Lagen von P und P¹ des Planeten, so daß PMP¹ eine gerade Linie bilden und PP¹ nicht mit AA' zusammenfällt, dann gelten folgende Beziehungen:

$$\sphericalangle AMP > \sphericalangle AEP \text{ um } \sphericalangle MPE,$$

$$\sphericalangle A'MP^1 < \sphericalangle A'EP^1 \text{ um } \sphericalangle MP^1E,$$

und da $\sphericalangle AMP = \sphericalangle A'MP^1$ ist, so ist $\sphericalangle AEP < \sphericalangle A'EP^1$.

Es erscheinen also für einen Beobachter in E die gleichen Bogen AP und A'P¹ in E unter verschiedenen Winkeln, es scheint der Planet sich in der Nähe des Apogäums langsamer, in der Nähe des Perigäums rascher zu bewegen.

Nimmt man zwei andere Lagen des Planeten in seiner Bahn P² und P³, so daß P²EP³ eine gerade Linie bilden, so sind die Mittelpunktsleichungen entgegengesetzt gleich. Sie erreichen ihren größten Wert in den Lagen P⁴ und P⁵, wenn P⁴EP⁵ eine gerade Linie bilden und in E auf AA' senkrecht sind, oder wenn P⁴P⁵ die kürzeste durch E gehende Sehne des Kreises um M ist, oder wenn der Planet dem Beobachter 90° östlich oder westlich von Apogäum entfernt scheint.

Zwischen Apogäum und Perigäum liegt der scheinbare Ort des Planeten P_s hinter dem mittleren P_m zurück, zwischen dem Perigäum und dem Apogäum liegt der mittlere Ort hinter dem scheinbaren zurück. In dem ersteren Bereich muß man also von dem mittleren Orte des Planeten den Betrag der Mittelpunktsleichung abziehen (*ἀφαίρεσις*), um den scheinbaren Ort zu erhalten, in dem zweiten muß man zu dem mittleren Orte des Planeten den Betrag der Mittelpunktsleichung hinzusetzen (*προσθεσις*), um den scheinbaren Ort zu erhalten. Daher führt die Mittelpunktsleichung oder Anomaliedifferenz auch den Namen

Prosthapheräse. Im Apogäum und Perigäum ist der Betrag der Mittelpunktsgleichung gleich Null.

Ptolemäus zeigt durch eine einfache geometrische Betrachtung, daß die Mittelpunktsgleichung für die Lagen P^4 und P^5 ihren größten Wert annimmt, und man erkennt daraus, wie die Alten Maximum- und Minimumaufgaben zu behandeln pflegten. Angenommen \widehat{AP}^6 sei im Sinne der wachsenden Zeichen kleiner als \widehat{AP}^4 . Dann ist $P^6E > EP^5$, folglich $\sphericalangle P^6P^5E > \sphericalangle P^5P^6E$. Da $\sphericalangle P^6P^5M = \sphericalangle P^5P^6M$ ist, so ist auch $\sphericalangle EP^5M > \sphericalangle EP^6M$, oder $\sphericalangle EP^4M > \sphericalangle EP^6M$.

Ebenso läßt sich zeigen, daß dieselbe Ungleichheit besteht, wenn der Ort des Planeten sich zwischen P^4 und A' befindet.

4. Der Epizykel.

Der exzentrische Kreis reichte aus, um die einfachsten Unregelmäßigkeiten in den Bahnen himmlischer Körper genähert darzustellen, sofern es sich um solche Erscheinungen handelte, die sich periodisch wiederholen. So hatte diese Hypothese bei der Sonnentheorie gute Dienste geleistet. Aber für den Mond und die Planeten bedurfte sie einer Erweiterung. Diese Erweiterung oder Verallgemeinerung der Theorie des exzentrischen Kreises nennt man Epizykeltheorie. Schon Apollonius¹⁾ hatte nämlich den Mittelpunkt des exzentrischen Kreises als beweglich angesehen und ihn in einem Kreise mit gleichförmiger Geschwindigkeit um die Erde geführt. Dieser bewegliche exzentrische Kreis führt den Namen Epizykel, der Kreis, auf dem sich der Mittelpunkt des Epizykels bewegt, heißt Deferent. Von dieser Annahme hatte schon Hipparch bei seiner Sonnentheorie Gebrauch gemacht, und Apollonius selbst hatte schon früher auf die Möglichkeit hingewiesen, die Schleifen in den Bahnen der Planeten durch Epizykeln zu erklären. Auf beide sich stützend baute Ptolemäus ihre Ansichten aus und entwickelte seine Epizykeltheorie. Sie machte er zur wissenschaftlichen Grundlage seines ganzen Systems.

Fig. 3a Auf dem Kreise um E, dem Deferenten, bewegt sich der
u. b mittlere Planet P_m mit gleichförmiger Geschwindigkeit im Sinne der Zeichen, der scheinbare Planet P_s befindet sich bald rechts, bald links von diesem mittleren Orte, er bewegt sich in einem

¹⁾ Vgl. S. 12.

Kreise um diesen mittleren Ort. Befindet sich der Planet in P_s , so ist, bezogen auf einen festen Durchmesser AA' des Deferenten, $\sphericalangle AEP_m$ seine mittlere Bewegung, $\sphericalangle AEP_s$ seine scheinbare Bewegung und $\sphericalangle P_mEP_s$ die Mittelpunktsungleichung. Ist der Planet in der Verlängerung von EP_m in B oder B' , so fällt die Richtung von dem Beobachter aus nach dem scheinbaren Orte des Planeten mit der nach seinem mittleren Orte zusammen, aber die Geschwindigkeit des Planeten ist in beiden Fällen nicht dieselbe. Es sei μ_e die Geschwindigkeit des Planeten im Epizykel, μ_d die des Epizykelmittelpunktes im Deferenten, und geht die Bewegung beider nach wachsenden Längen vor sich, so ist die Geschwindigkeit des Planeten in B gleich $\mu_e + \mu_d$, in B' aber gleich $\mu_d - \mu_e$. Ist der Planet in der Richtung der Tangente an den Epizykel in C oder C' , so ist seine Geschwindigkeit $\mu_e = \mu_d$, also gleich der mittleren des Epizykelmittelpunktes. Ist der Planet aber in P_s z. B., so gibt $\sphericalangle P_sEP_m$ die Abweichung von diesen Werten an. Ist der Betrag dieser Mittelpunktsungleichung ein Minimum, so befindet sich der Planet in B , im Apogäum des Epizykels, oder in B' , im Perigäum des Epizykels, je nachdem die Anomalie des Planeten im Epizykel, $\sphericalangle P_sP_mB$, 0° oder 180° beträgt. Eine Wiederholung dieser Erscheinungen tritt ein, sobald die Anomalie des Planeten im Epizykel um ganzzahlige Vielfache von 2π gewachsen ist. Nehmen wir an, daß der Radius des Epizykels kleiner als der des Deferenten ist, wie es bei den Planeten der Fall ist, so erreicht die Mittelpunktsungleichung ihr Maximum, wenn der Planet in C oder C' ist, oder die Elongation des Planeten von seinem mittleren Orte erreicht ihren größten Wert in der Richtung der Tangenten von E aus an den Epizykel. In C haben wir die größte westliche, in C' die größte östliche Elongation des Planeten, die einen gewissen Wert bei Venus und Merkur nie überschreiten. In der Nähe des Epizykelperigäums B' überwiegt die Anomalie gegenüber der zodiakalen Bewegung des Punktes P_m , und es gibt nun auf beiden Seiten von B' einen Punkt, für den der Planet im Stillstande erscheint, F und F' . Befindet sich der Planet auf dem Bogen $FB'F'$, so ist seine Bewegung rückläufig, befindet er sich auf dem Bogen $F'BF$, so bewegt er sich rechtläufig. Fig 5

Eine sehr schwierige Aufgabe für die Alten war es nun, diese beiden Stillstandspunkte zu bestimmen und so die Länge

des recht- und rückläufigen Bogens festzustellen. Ptolemäus erzählt ¹⁾, daß Apollonius von Pergä eine Regel hierfür aufgestellt habe. Diese erscheint ihm zu kompliziert, und er gibt dafür teilweise einen neuen Beweis. Apollonius zeigte, daß eine Gerade EFT von dem Auge des Beobachters nach dem Epizykel so gezogen, daß

$$\frac{1/2 TF}{FE} = \frac{\mu_d}{\mu_e}$$

sei, notwendig durch den Stillstandspunkt F gehen muß. Um dies zu beweisen, führt Apollonius zunächst eine andere Betrachtung durch.

Fig. 4 In einem Dreiecke ABC ist $BC > CA$. Auf BC nimmt man einen Punkt D' so an, daß $D'C > CA$ ist, dann ist

$$\frac{CD'}{D'B} > \frac{\sphericalangle ABC}{\sphericalangle ACB}.$$

Nun wähle man auf BC den Punkt D so, daß $AC = CD$ ist, vervollständige das Parallelogramm ADCE, verlängere BA und CE bis zum Schnittpunkte F und beschreibe um A mit AC den Kreis, der durch E hindurchgeht und AF in G schneidet.

Es ist nun $\triangle AEF > \text{Sektor AEG}$
 $\triangle ACE < \text{Sektor ACE},$

folglich $\frac{\triangle AEF}{\triangle ACE} > \frac{\text{Sektor AEG}}{\text{Sektor ACE}}.$

Es verhält sich aber

$$\frac{\triangle AEF}{\triangle ACE} = \frac{FE}{CE} = \frac{CD}{DB}$$

$$\frac{\text{Sektor AEG}}{\text{Sektor ACE}} = \frac{\sphericalangle EAG}{\sphericalangle CAE} = \frac{\sphericalangle ABC}{\sphericalangle ACB}.$$

Mithin ist $\frac{CD}{DB} > \frac{\sphericalangle ABC}{\sphericalangle ACB}$

und, wenn die linke Seite dieser Gleichung noch größer genommen wird,

$$\frac{CD'}{D'B} > \frac{\sphericalangle ABC}{\sphericalangle ACB}.$$

Fig. 5 Es sei die Gerade EFT nun so gezogen, daß

$$\frac{1/2 TF}{FE} = \frac{\mu_d}{\mu_e}$$

ist, d. h., daß sich die Hälfte der Sehne TF zu dem äußeren

¹⁾ Vgl. Almag. XII. 1 ff.

Abschnitte der Sekante FE wie die Geschwindigkeit im Deferenten zu der Geschwindigkeit im Epizykel verhalte. Wenn sich nun der Planet in der Nähe des Punktes F auf der Seite des Apogäums befindet, in P z. B., und nach der Zeit t sich vermöge seiner Bewegung in Anomalie in F und vermöge seiner zodiakalen Bewegung in Q befindet, so ist

$$\sphericalangle PEQ = t\mu_d \text{ und } \sphericalangle PP_mF = t\mu_e.$$

In dem Dreiecke TPE ist $ET > TP$ und $FT > TP$.

Daher ist nach dem oben Ausgeführten

$$\frac{TF}{FE} > \frac{\sphericalangle PET}{\sphericalangle ETP}.$$

Nun ist aber

$$\frac{TF}{FE} = 2 \frac{\mu_d}{\mu_e} = 2 \frac{\sphericalangle PEQ}{\sphericalangle PP_mF} = \frac{\sphericalangle PEQ}{\sphericalangle ETP}.$$

Setzt man den letzten Wert ein, so ist, da die Nenner gleich sind, $\sphericalangle PEQ > \sphericalangle PET$.

Ehe der Planet zum Punkte F gelangt, bewegt er sich um den Betrag $\sphericalangle PEQ - \sphericalangle PET$ im Sinne der Zeichen, also rechläufig.

Befindet sich nun der Planet in F und gelangt nach der Zeit t zu dem Punkte P', ohne das Perigäum zu überschreiten, und vermöge seiner zodiakalen Bewegung nach Q', so ist

$$\sphericalangle FEQ' = t\mu_d \text{ und } \sphericalangle FP_mP' = t\mu_e.$$

In dem Dreiecke TP'E, in welchem $ET > TP'$ und $FE > EP'$ ist, besteht die Gleichung:

$$\frac{EF}{ET} > \frac{\sphericalangle ETP'}{\sphericalangle P'ET} \text{ oder}$$

$$\frac{TF}{FE} > \frac{\sphericalangle P'ET}{\sphericalangle ETP'}.$$

Nun ist aber

$$\frac{TF}{FE} = 2 \frac{\mu_d}{\mu_e} = 2 \frac{\sphericalangle FEQ'}{\sphericalangle PP_mF} = \frac{\sphericalangle FEQ'}{\sphericalangle ETP'};$$

den letzten Wert eingesetzt, ergibt:

$$\sphericalangle FEQ' < \sphericalangle FEP'.$$

Der Planet hat sich in der Zeit t um den Betrag $\sphericalangle FEP' - \sphericalangle FEQ'$ gegen die Ordnung der Zeichen, also rückläufig bewegt.

Damit ist der Beweis erbracht, daß die Punkte F und F', der symmetrisch zu F liegt, die Stillstandspunkte sind, d. h. die die recht- und rückläufige Bewegung des Planeten trennen ¹⁾.

5. Die Theorie der Venus.

Zur Erklärung der Unregelmäßigkeiten in der Bahn der Venus bedient sich Ptolemäus zunächst der Theorie des Epizykels.

O sei der Mittelpunkt eines Kreises, des Deferenten, auf dessen Umfang sich der Mittelpunkt B eines zweiten Kreises, des Epizykels, bewegt. Auf dem Umfange dieses letzteren bewegt sich der Planet. Der Mittelpunkt des Epizykels bewegt sich im Sinne der Zeichen, also nach wachsenden Längen. Nun fand Ptolemäus bei der Beobachtung der Bewegung des Planeten auf dem Epizykel, daß er eine weit längere Zeit gebraucht, um von dem Augenblicke seiner schnellsten direkten Bewegung (in der Figur I) zu seiner größten Elongation von dem mittleren Orte (in III und III') zu gelangen, als von dieser zu seiner (langsamsten rückläufigen) Bewegung (in II). Wie die Figur zeigt, ist der Bogen III—II kleiner als der Bogen III—I; weil der Planet sich auf dem Epizykel mit gleichmäßiger Geschwindigkeit fortbewegt, müßte er kürzere Zeit gebrauchen, den Bogen III—II zu durchlaufen, als er nötig hat, um den Bogen III—I zurückzulegen. Weil dies den Beobachtungen widerspricht, macht Ptolemäus die Folgerung, daß der Planet in gleichem Sinne, wie der Epizykelmittelpunkt den Deferenten, den Epizykel durchlaufe (in der Pfeilrichtung). Anders ist es in der Theorie des Mondes. Würde Ptolemäus zur Erklärung dieser Unregelmäßigkeit die Theorie des exzentrischen Kreises verwandt haben, so wären die Erscheinungen entgegen der Erfahrung die umgekehrten gewesen.

Das Zentrum des Epizykels bewegt sich nun auf dem Deferenten mit der mittleren zodiakalen Geschwindigkeit, oder mit anderen Worten, die Richtung von der Erde aus nach diesem Epizykelmittelpunkte fällt stets zusammen mit der Richtung nach der mittleren Sonne, während gleichzeitig der Planet gemäß seiner anomalistischen Bewegung den Epizykel durchläuft. Dann

¹⁾ Eine Darstellung der Epizykeltheorie mit Hilfe der analytischen Geometrie gibt Plassmann in seiner „Himmelskunde“ (2. u. 3. Aufl., Freiburg 1913) S. 142—150.

hätten sich nach jedesmaliger Restitution der Anomalie die Erscheinungen im Epizykel in gleicher Weise immer wiederholen müssen. Nun kann man für die unteren Planeten Merkur und Venus die größten östlichen und westlichen Elongationen des Planeten von seinem mittleren Orte stets direkt beobachten, da fand Ptolemäus, daß diese nicht immer gleich sind. Der Winkel $\angle BOI$ ist verschieden groß, je nach der Lage des mittleren Planetenortes B auf dem Deferenten. Zur Erklärung dieser Ungleichheit bedient sich Ptolemäus der Theorie des exzentrischen Kreises. Er löst den Beobachtungsort (die Erde) los von dem Mittelpunkt des Deferenten und gibt ihm eine exzentrische Lage in E . Nun erscheint der mittlere Planeten-Ort P_m für den Beobachter in E in der Richtung $\odot E$, und es werden die größten Elongationen des Planeten von seinem mittleren Orte, der Winkel $\angle EC$, für verschiedene Lagen des Epizykels auf dem Deferenten sich ändern. Die beiden Richtungen OP_m und $E\odot$ bleiben sich stets parallel, werden also während eines vollen zodiakalen Umlaufes zweimal zusammenfallen, wenn P_m sich in A oder A' befindet. In diesen Punkten werden auch die östlichen und westlichen größten Elongationen gleich groß erscheinen. Ihre Verbindungslinie $AOEA'$ ist die Symmetrieachse des Deferenten d. h. die Elongationen des Planeten erfolgen symmetrisch in bezug auf diese Linie. Fig. 7

Kennt man nun den Winkelabstand dieser Linie von der Richtung nach dem Frühlährungspunkte, ferner die Winkel, unter denen der Epizykel in A und A' dem Beobachter in E erscheinen, so kann man hieraus das Verhältnis der Radien des Deferenten und Epizykels zueinander so wie Größe und Richtung der Strecke OE (Exzentrizität der Erde) berechnen.

Ptolemäus wird also den beschriebenen Unregelmäßigkeiten in der Bahn der Venus durch eine glückliche Kombination der Theorien des Epizykels und des exzentrischen Kreises gerecht.

Ptolemäus unterzieht nun einige andere Punkte des Deferenten noch einer genaueren Prüfung, um zu sehen, wie weit die zu Grunde gelegten Theorien der Beobachtung genügen. Er betrachtet jene Lagen des Epizykels, in denen P_m um 90° von A , dem Apogäum, entfernt ist, indem er annimmt, daß die Abweichungen der Theorie von der Beobachtung, wenn solche vor-

Fig. 8

handen sind, hier am stärksten auftreten. Er findet auch wirklich, daß in diesen Lagen des Epizykels die beobachteten Elongationen, größten östlichen und westlichen, des Planeten von seinem mittleren Orte nicht mit den durch Rechnung gefundenen übereinstimmen. Der größte östliche und westliche Abstand der Venus von dem mittleren Sonnenorte betrug etwa 46° . Hätte Ptolemäus nun, wie in der Sonnentheorie, so auch bei der Venus den Abstand der Erde vom Mittelpunkt des Venus-Deferenten in einer bestimmten Jahreszeit um $\frac{1}{25}$ des mittleren Abstandes ($OA = OA'$) größer, in der entgegengesetzten Jahreszeit um $\frac{1}{25}$ des mittleren Abstandes kleiner angenommen, so mußte der Epizykelhalbmesser im ersten Falle um nahezu $2,4^{\circ}$ kleiner, im zweiten Falle $2,4^{\circ}$ größer als 46° erscheinen. Er fand aber für Venus nur die Hälfte dieses Betrages und sah sich infolgedessen gezwungen, die Theorie der einfachen Exzentrizität, die bei der Erklärung der Sonnenbahn aufgestellt war, fallen zu lassen und für Venus und die oberen Planeten festzulegen, daß der mittlere Planetenort sich um einen Punkt bewege, der in der Mitte zwischen der exzentrisch gelegenen Erde E und dem sogenannten punctum aequans D befindet. Von diesem letzteren Punkte aus erscheint die zodiakale Bewegung des Epizykelmittelpunktes gleichförmig zu erfolgen. Diese Anordnung der drei Punkte E, O und D, die Theorie der „Zweiteilung der Exzentrizität“, ist die zweite Großtat des Ptolemäus; sie ist eigentlich nichts anderes als eine bereits genähert richtige Darstellung der Bewegungsform in der Ellipse, wie sie später Kepler fand; die Punkte E und D, die symmetrisch zum Punkte O, dem Mittelpunkte des Deferenten liegen, stellen eigentlich die beiden Brennpunkte der elliptischen Bahn dar ¹⁾.

6. Die Theorie des Merkur.

Die Behandlung der Bahn des Merkur ist die gleiche, wie bei der Bahn der Venus, bis zur Einführung der Zweiteilung der Exzentrizität. Nach dieser Theorie müßte der Epizykelmittelpunkt im Apogäum A am weitesten von der Erde entfernt sein und im Perigäum A' ihr am nächsten kommen, es müßte daher die Summe der größten östlichen und westlichen Elongationen in A

¹⁾ Vgl. Boelk, a. a. O., S. 40; Foerster, Ptolemäus u. Kepler, Weltall III, S. 5.

ein Minimum, in A' ein Maximum werden. Dagegen beobachtete Ptolemäus, daß es in der Bahn des Merkur zwei Punkte zu beiden Seiten des Perigäums gab (in dem Bogenabstand 120° vom Apogäum), in denen der Epizykelmittelpunkt der Erde näher ist als im Perigäum A' , weil in diesen Punkten die Summe der größten östlichen und westlichen Elongationen einen größeren Wert annimmt, als im Punkte A' . Um dies zu erklären, nimmt Ptolemäus an, daß der Punkt O , der Mittelpunkt des Deferenten, nicht eine feste Lage, wie bei der Venus, sondern einen mittleren Ort O_m habe, in dem er sich nie befindet, um den sich in einem kleinen Kreise der wahre Mittelpunkt (mit dem Uhrzeiger) gleichmäßig bewege derart, daß stets **Fig. 9**

$$\sphericalangle O_1 O_m O' = \sphericalangle A E \odot \text{ und } O_m O' + O' P_m = O_m O_1 + O_1 A = O_m O_2 + O_2 A' \text{ ist.}$$

Die Folge davon ist, daß die Bahn, welche der Epizykelmittelpunkt des Merkur beschreibt, nicht mehr ein Kreis ist, sondern eine längliche geschlossene Kurve; sie ist seitlich abgeplattet, aber keine Ellipse, denn sie besitzt nur eine Symmetrieachse $A A'$. Zwei Punkte der Bahn G und G' haben die mittlere Entfernung von der Erde E und teilen die Kurve in zwei Hälften, in deren oberen nur Entfernungen vorkommen, die größer sind als die mittlere, während in der unteren nur solche auftreten, die kleiner als die mittlere sind. In der unteren Hälfte gibt es nun zwei Punkte, P_m und P'_m , in denen die Entfernung von der Erde E am kleinsten ist, während sie im Perigäum A' schon wieder etwas gewachsen ist.

Die aus der Ptolemäischen Theorie des Merkur resultierende Kurve **Fig. 14** scheint zuerst von Arzachel (1080 in Toledo) ausgezogen worden zu sein. Sie findet sich in einer durch die Gelehrten des Königs Alfons X. von Castilien ins Spanische übersetzten Schrift des Arzachel in den „Libros del saber de astronomia del Rey D. Alfonso X. de Castilla ect. por D. Rico y Sinobas, Madrid 1863—1867“. Diese Figur ist mit den richtigen Zahlenverhältnissen gezeichnet, wodurch die Kurve einer Ellipse sehr ähnlich wird. Sie ist leider vielfach nicht richtig ausgelegt worden, namentlich von Mädler (Gesch. der Himmelskunde), Wolf (Geschichte der Astron.) und Herz (Geschichte der Bahnbest. II.), welche den kleinen Kreis um O_m für das Sonnenzeichen \odot halten¹⁾.

Diese Häufung von Unregelmäßigkeiten in der Bahn des Merkur im Gegensatz zur Bahn der Venus rührt offenbar von der großen Elliptizität seiner Bahn her. Um dies deutlicher zu veranschaulichen, sei S die Sonne, P die **Fig. 10**

¹⁾ Vgl. A. Wegener, Die Alfonsinischen Tafeln für den Gebrauch eines modernen Rechners. Berlin 1905. Die astronomischen Werke Alfons X. in Bibliotheca Mathem. 3. VI. 1905.

nahezu kreisförmige Bahn der Venus, E die elliptische Erdbahn, dann müssen die größten östlichen und westlichen Elongationen der Venus vom wahren Sonnenort immer wieder gleich sein für dieselben Punkte der Bahn; in A erscheint das Maximum, in B das Minimum der größten Elongationen, in E und E' sind sie gleich. Die Richtung des Apogäums gilt für die Erdbahn, die Exzentrizität ist diejenige der Erdbahn. Ist die Bahn des Planeten nun auch elliptisch, jedoch nur gering, so werden, wie die Figur zeigt, und wie es bei der Venus der Fall ist, die Erscheinungen nahezu dieselben sein. Anders

Fig. 11 jedoch wird es beim Merkur, dessen Bahn stark elliptisch ist. S sei die Sonne, die innere Ellipse die Bahn des Merkur, ACBD sei die kreisförmig angenommene Erdbahn. Ist die Erde in B, so wird die größte Elongation des Merkur vom wahren Sonnenorte α ein Minimum; ist die Erde in A, so wird die größte Elongation des Planeten nicht immer ein Maximum, denn es können auch größere Elongationen φ auf der einen Seite mit kleinerem ε auf der anderen Seite auftreten, so daß nicht immer $\beta > \frac{\varepsilon + \varphi}{2}$ ist. In der Richtung AB werden sich die östlichen und westlichen Elongationen vom wahren Sonnenorte als gleich ergeben, und in gleichen Abständen von AB z. B. in C und C' werden wechselweise die östlichen und westlichen Elongationen (γ oder δ) einander gleich sein. Würde man aber auch noch die Erdbahn elliptisch darstellen, so würde die Sache noch komplizierter werden.

Für Merkur sind, wenn die Richtung AS nach Widder, BS nach Wage, CS nach Wassermann, C'S nach Zwillinge und DS nach Krebs zeigt, die Werte der Elongationen: $\alpha = 19^\circ 3'$; $\beta = 23^\circ 15'$; $\gamma = 21^\circ 15'$, $\delta = 26^\circ 30'$; $\varepsilon = 20^\circ 15'$; $\varphi 26^\circ 15'$ ¹⁾.

7. Die Bahnelemente der Venus.

Zur Bestimmung des Apogäums der Bahn bedient sich Ptolemäus folgenden Satzes: Wenn in zwei Beobachtungen die größten Elongationen des Planeten von seinem mittleren Orte entgegengesetzt gleich sind, so geht die Linie, welche den von den Richtungen nach den mittleren Orten gebildeten Winkel halbiert, entweder durch das Apogäum oder durch das Perigäum. Hierbei standen ihm geeignete ältere Beobachtungen der Venus nicht zur Verfügung, er stützt sich bei diesen Rechnungen darum ganz auf eigene Beobachtungen und einige, die der zu seiner Zeit lebende Mathematiker Theon angestellt hatte.

Im 16. Jahre Hadrians (879 Nabonassar), am Abend des 21. bis zum 22. Pharmuthi = + 132 März 7, abends 7^h beobachtete Theon die Venus in ihrer größten Elongation vom mittleren Sonnenorte. Die Länge der Venus war in Stier $1^\circ 30'$, die

¹⁾ Vgl. Valentiner, Handwörterbuch der Astronomie I. S. 41.

mittlere Sonne im Fische $14^{\circ}15'$, die größte östliche Elongation betrug also $47^{\circ}15'$.

Ptolemäus rechnete die Tage astronomisch von Mittag zu Mittag, nicht wie die Ägypter, die den Tag mit Sonnenaufgang beginnen ließen (Ideler, *Chronol.* I. S. 100f., Ginzl, *Chronol.* I. Seite 161). Andere rechneten den Tag vom Morgen ab (Wolf, *Gesch. d. Astron.* S. 5f.) und teilten Tag und Nacht je in 12 Stunden von ungleicher, also wechselnder Länge. Ptolemäus unterscheidet deshalb Äquinoktialstunden (den unseren entsprechend) und „bürgerliche Stunden“. Diese sind die 12 Intervalle des Tages und der Nacht, unbekümmert um die jeweilige Länge des Tages und der Nacht. Will man sie miteinander vergleichen, muß man sie erst in Äquinoktialstunden verwandeln. Aber auch diese sind noch von ungleicher Dauer, da Ptolemäus den wahren Sonnentag bei seinen Beobachtungen und Rechnungen zu Grunde legt. Es wäre also noch die Zeitgleichung zu berücksichtigen gewesen, um ein wirklich gleichförmiges Maß zu erhalten, aber diese Korrektion erschien ihm zu unbedeutend, als daß er sie in Betracht ziehen sollte. Nur bei seiner Mondtheorie macht er hiervon eine Ausnahme¹⁾.

Da für die Berechnungen des Ptolemäus nach den Tafeln als Epoche der Mittag des 1. Thot des 1. Jahres Nabonassar feststeht, so muß der astronomische Tag bei Ptolemäus durch ein doppeltes Datum angegeben werden. Vom ersten Datum umfaßt der astronomische Tag die 6 bürgerlichen Stunden von Mittag bis Sonnenuntergang und die 12 bürgerlichen Stunden der Nacht bis Sonnenaufgang, vom zweiten Datum nur die 6 bürgerlichen Stunden von Sonnenaufgang bis Mittag. Daß die beiden Daten nicht durch die Mitternachtsstunde geschieden werden, hat Böckh²⁾ nachgewiesen. Nicht immer wendet Ptolemäus das Doppeldatum an, oft auch das eintägige. Aber für Planetenbeobachtungen, die kurz vor Sonnenaufgang angestellt werden, genügt die Angabe des eintägigen Datums nicht. Da Planetenbeobachtungen stets mit einer Berechnung des jeweiligen Sonnenortes verbunden sind, so wird zur Bestimmung ihrer Zeit in der Regel der astronomische Doppeltag angewendet, welcher keinen Zweifel darüber läßt, daß die Beobachtung in die Morgendämmerung des zweiten Datums fällt. Hieraus ist zu schließen, daß die Zeit der Morgendämmerung grundsätzlich zum Anfang des beginnenden, nicht zum Schlusse des verflossenen Tages gerechnet wird³⁾.

Im 4. Jahre Antonins (888 Nabonassar) am 11. bis zum 12. Thot = + 140 Juli 30, morgens $4^h 30^m$ beobachtete Ptolemäus die Venus in ihrer größten Elongation vom mittleren Sonnenorte. Verglichen mit dem mittelsten Knie (ζ) der Zwillinge, von dem sie um eine halbe Vollmondsbreite nordöstlich entfernt war, war die Länge der Venus in Zwillinge $18^{\circ}30'$, der mittlere

¹⁾ Vgl. P. Kempf, Untersuchungen über die ptolemäische Theorie der Mondbewegung. Berlin 1878. S. 8.

²⁾ Vgl. Böckh, Sonnenkreise der Alten. 1863. S. 303 ff.

³⁾ Vgl. Manitius, Ptolemäus Handbuch der Astronomie I. S. 431.

Sonnenort Löwe $5^{\circ} 45'$, also betrug die größte Elongation als Morgenstern $47^{\circ} 15'$.

Diese beiden Beobachtungen der Venus ergeben als Richtung des Apogäums $\frac{31^{\circ} 30' + 78^{\circ} 30'}{2} = 25^{\circ}$ Stier.

Im 12. Jahre Hadrians (875 Nabonassar) am 21. bis zum 22. Athyr = + 127 Oktober 11, morgens $6^h 30^m$ beobachtete Theon die Venus in ihrer größten Elongation vom mittleren Sonnenorte, der in Wage $17^{\circ} 52'$ war. Venus blieb um die Länge der Pleias (d. i. $1^{\circ} 30'$) oder um ihre eigene Größe (d. i. $5'$), also um höchstens $1^{\circ} 25'$ hinter dem Stern (β) an dem Ende des linken Flügels der Jungfrau östlich zurück, während ihr Vorübergang an dem Stern um Mondbreite weiter nördlich zu erwarten stand [der zeitliche Unterschied zwischen den beiden Beobachtungen beträgt rund 13 Jahre, auf welche genau genommen $0^{\circ} 7' 30''$ Präzession entfallen. Der Sternkatalog gibt die Länge von β Virg. nur $5'$ weiter östlich mit Löwe 29° an]. Die Länge der Venus betrug also ohne wesentlichen Fehler Jungfrau $0^{\circ} 20'$; ihre größte Elongation als Morgenstern war darum $47^{\circ} 32'$.

Im 21. Jahre Hadrians (884 Nabonassar) am 9. bis zum 10. Mechir = + 136 Dezember 25, abends $6^h 30'$ beobachtete Ptolemäus die Venus in ihrer größten Elongation von der mittleren Sonne. Sie stand damals $24'$ westlich von dem Fixstern φ , dessen Ort Wassermann 20° ist, also in Wassermann $19^{\circ} 36'$, die mittlere Sonne in Steinbock $2^{\circ} 4'$, darum betrug ihre größte Elongation als Abendstern $47^{\circ} 32'$.

Diese beiden Beobachtungen der Venus ergeben als Richtung des Perigäums $\frac{150^{\circ} 20' + 319^{\circ} 36'}{2} = 24^{\circ} 58'$ Skorpion, also rund 25° Skorpion.

Zur Bestätigung dieses Ergebnisses bzw. zur definitiven Feststellung, in welchem Punkte das Apogäum und Perigäum liegt, wählt Ptolemäus nur zwei Beobachtungen, eine eigene und eine von Theon, aus, in denen die Venus in ihrer größten Elongation von dem mittleren Orte der Sonne in 25° Stier bzw. 25° Skorpion beobachtet war.

Im 13. Jahre Hadrians (876 Nabonassar) am 2. bis zum 3. Epiphi = + 129 Mai 20, morgens 5^h beobachtete Theon Ve-

nus in ihrer größten Elongation von der mittleren Sonne, die in Stier $25^{\circ} 24'$ war, während die Länge der Venus in Widder $10^{\circ} 36'$ betrug. Ihre größte Elongation als Morgenstern betrug $44^{\circ} 48'$.

Im 21. Jahre Hadrians (885 Nabonassar) am 2. bis zum 3. Tybi = + 136 November 18, abends 5^h ergab sich der scheinbare Ort der Venus in Steinbock $12^{\circ} 50'$, während der mittlere Ort der Sonne in Skorpion $25^{\circ} 30'$, so daß ihre größte Elongation vom mittleren Orte $47^{\circ} 20'$ betrug.

Hieraus folgert Ptolemäus, da letzterer Winkel der größere ist, daß das Apogäum in 25° Stier, das Perigäum in 25° Skorpion ist.

Diese Ergebnisse zieht Ptolemäus nun heran, um die Exzentrizität und das Verhältnis des Epizykelhalbmessers zum Deferentenhalbmesser festzustellen. Es sei O der Mittelpunkt des Fig. 15 Deferenten, E die Erde, A das Apogäum, A' das Perigäum, $OA = OA' = r_d = 1$ bzw. 60^p . P_1 bzw. P_2 der Ort der Venus in ihrer größten Elongation von dem mittleren Orte der Sonne im Apogäum bzw. Perigäum, $AP = A'P = r_e$. Es ist

$$\sphericalangle P_1EA = a = 44^{\circ} 48',$$

$$\sphericalangle P_2EA' = b = 47^{\circ} 20'.$$

Bezeichne ich OE mit e so ist $r_e = (r_d + e) \sin a = (r_d - e) \sin b$.

Hieraus folgt

$$e = \frac{\operatorname{tg} \frac{b-a}{2}}{\operatorname{tg} \frac{b+a}{2}} r_d;$$

Mit Einsetzung der Werte erhalten wir

$$\log e = 8.32844, \quad e = 0,02130 = 1^p 16'.7;$$

$$\log r_e = 9.85712, \quad r_e = 0,71965 = 43^p 10'.7$$

$$\text{für } r_d = 1 = 60^p.$$

Ptolemäus findet $e = 1^p 15'$ und $r_e = 43^p 10'$.

Um den Punkt zu bestimmen, um den die gleichförmige Bewegung der Venus mit zodiakaler Geschwindigkeit erfolgt, benutzt Ptolemäus zwei selbst angestellte Beobachtungen des Planeten.

Im 18. Jahre Hadrians (881 Nabonassar) am 2. bis zum 3. Pharmuthi = + 134 Februar 18 morgens 6^h war der scheinbare Ort der Venus verglichen mit dem Antares Steinbock $11^{\circ} 55'$,

der mittlere Ort der Sonne Wassermann $25^{\circ} 30'$. Die größte Elongation vom mittleren Orte betrug $43^{\circ} 35'$.

Im 3. Jahre Antonins (887 Nabonassar) am 4. bis zum 5. Pharmuthi = + 140 Februar 18, abends $5^h 30^m$ stand Venus in Widder $13^{\circ} 50'$ mit Bezug auf den Aldebaran, während der mittlere Ort der Sonne wieder in Wassermann $25^{\circ} 30'$ war. Die größte Elongation vom mittleren Orte betrug nun $48^{\circ} 20'$. Diese beiden Beobachtungen der Venus, bei denen die mittlere Entfernung des Epizykelmittelpunktes vom Apogäum des Deferenten 90° beträgt, benutzt Ptolemäus, um nachzuweisen, daß die Differenz zwischen den entgegengesetzten größten Elongationen in dieser Lage des Epizykels dem Doppelten des Maximums der auf die Ekliptik bezogenen Anomalie gleichkommt.

Fig. 15 Die den Epizykel herumführende Leitlinie DP_m soll bis zum Apogäum in Stier 25 noch einen Quadranten zurückzulegen haben, d. h. die Richtung nach P_m bzw. der mittleren Sonne zeige nach Wassermann $25^{\circ} 30'$. Dieser Punkt ist für ein Auge in E und D wegen der großen Entfernung der Ekliptik und der geringen Exzentrizität unterschiedslos, die Parallelen $E\odot$ und DP_m schneiden sich in der Unendlichkeit in Wassermann $25^{\circ} 30'$.

Die entgegengesetzten größten Elongationen des Planeten von der mittleren Sonne sind in P_{δ} und P_w . Für das Auge des Beobachters in E liegt der Epizykelmittelpunkt P_m in genauberechneter Länge um den Scheitelwinkel des $\sphericalangle EP_mD$ d. h. um das Maximum der Anomaliedifferenz in der Ekliptik weiter vorwärts in P_s . Dort liegt auch scheinbar das genaue Apogäum des Epizykels, von dem gemessen die beiden Elongationen, also $\overline{P_sP}$ und $\overline{P_sP_w}$ gleichgroß sind. Von dem mittleren Apogäum m des Epizykels oder dem mittleren Sonnenort \odot aus gemessen erhält die östliche Elongation auf der Abendseite des Epizykels einen Zusatz, nämlich $\sphericalangle EP_mD = \overline{P_sP_m}$, während die westliche Elongation auf der Morgenseite einen ebensogroßen Abzug erleidet. Mithin wird die östliche Elongation um das Doppelte dieses Winkels oder dieses Bogens = der Anomaliedifferenz größer als die westliche. Folglich beträgt das Maximum der Anomaliedifferenz die Hälfte der zwischen den beiden Elongationen festgestellten Differenz.

Bezeichne ich $\sphericalangle P_wEP_m$ mit a, $\sphericalangle P_{\delta}EP_m$ mit b und ADP_m mit M, so ist

$$\begin{aligned}
 P_m E &= \frac{r_e}{\sin \frac{a+b}{2}} \\
 D P_m E &= \frac{b-a}{2} \\
 E D &= \frac{P_m E \sin D P_m E}{\sin M} \text{ oder} \\
 E D &= \frac{r_e}{\sin M} \cdot \frac{\sin \frac{b-a}{2}}{\sin \frac{b+a}{2}}.
 \end{aligned}$$

Die beobachteten Werte in diese Formel eingesetzt, ergibt

$$\log ED = 8.61790, \quad ED = 0.04149 = 2^p 29'.4.$$

Ptolemäus nimmt $ED = 2 EO = 2^p 30' = 2e$.

$\frac{a+b}{2}$ ist nie größer als die größte Elongation im Perigäum A' und nie kleiner als die größte Elongation im Apogäum A ; hieraus schließt Ptolemäus, daß der Mittelpunkt O des Deferenten unbeweglich ist im Gegensatz zum Deferenten des Merkur¹⁾.

8. Berechnung des Ortes der Venus zu gegebener Zeit.

Die Hauptaufgabe, welche für die Anwendung der Theorie in Betracht kommt, besteht darin, den wahren Ort der Venus in Länge zu bestimmen, wenn die Entfernung μ_d des mittleren Sonnenortes von der Apsidenlinie des Deferenten und die Größe der Anomalie μ_e , gezählt von dem augenblicklichen Apogäum des Epizykels, gegeben sind.

$$\begin{aligned}
 \text{In Fig. 16 ist} \quad A D P_m &= \mu_d, \\
 I I P_m P &= \mu_e.
 \end{aligned}$$

Aus diesen beiden Werten läßt sich die Größe des Epizykelhalbmessers bezogen auf den Halbmesser des Deferenten als Einheit berechnen nach den Formeln:

$$P_m D = \sqrt{r_d^2 - e^2 \sin^2 \mu_d} - e \cos \mu_d.$$

Ferner wenn der Winkel, um welchen der Epizykelmittelpunkt von E aus gesehen gegen die Apsidenlinie des Deferenten geneigt ist, also $A E P_m$ mit α bezeichnet wird,

¹⁾ Vgl. auch: Kempf, Paul, Untersuchungen über die ptolemäische Theorie der Mondbewegung. Berlin 1878; Manitius, Karl, Hipparch's Theorie des Mondes nach Ptolemaeus. „Weltall“ VIII, 1, 26, 45.

$$\begin{aligned}
EP_m \sin \alpha &= P_m D \sin \mu_d \\
EP_m \cos \alpha &= P_m D \cos \mu_d + 2e \\
DP_mE &= \mu_d - \alpha \\
PP_mE &= 180^\circ - \mu_e - DP_mE \\
P_mE P &= \text{Beobachtete Länge} - (\text{Länge des Apogäums} + \alpha) \\
P_m P &= P_mE \frac{\sin P_mE P}{\sin (PP_mE + P_mE P)}.
\end{aligned}$$

Man kann EP_m auch berechnen nach den Formeln:

$$\begin{aligned}
\sin DP_m O &= \frac{e}{r_d} \cdot \sin \mu_d \\
AOP_m &= \mu_d - DP_m O \\
EP_m \sin \alpha &= r_d \cdot \sin (\mu_d - DP_m O) \\
EP_m \cos \alpha &= r_d \cdot \cos (\mu_d - DP_m O) + e.
\end{aligned}$$

Aus den Werten e , $2e$, r_e , r_d läßt sich die Prosthaphäresis, d. i.

$AEP - ADP_m$ berechnen nach den Formeln:

$$\begin{aligned}
P_mD &= \sqrt{r_d^2 - e^2 \sin^2 \mu_d} - e \cdot \cos \mu_d \\
\left. \begin{aligned} EP_m \sin \alpha &= P_mD \sin \mu_d \\ EP_m \cos \alpha &= 2e + P_mD \cdot \cos \mu_d \end{aligned} \right\} \\
\operatorname{tg} P_mE P &= \frac{r_e \sin (\mu_e + \mu_d - \alpha)}{EP_m + r_e \cos (\mu_e + \mu_d - \alpha)}.
\end{aligned}$$

Mit dem Argumente μ_d kann man die Werte für EP_m und $\mu_d - \alpha$ tabulieren.

Da die Epoche für die mittlere zodiakale Bewegung der Venus mit der der mittleren Sonne identisch ist, so läßt sich zu einer gegebenen Zeit der Ort des Planeten in Länge unmittelbar aus Tafeln auffinden, wenn noch eine Epoche für die anomalistische Bewegung bekannt ist. Um diese aufzufinden und zugleich die von Hipparch überlieferte mittlere anomalistische Bewegung zu verbessern, verwendet Ptolemäus zwei Beobachtungen der Venus, eine eigene und eine weit zurückliegende.

1. Im 2. Jahre Antonins (885 Nabonassar) $^3/_{45}$ h. früh am $^{29}/_{30}$ Tybi = 138, Dezember 16 n. Chr. befand sich die Venus nach ihrer größten Elongation als Morgenstern verglichen mit Spika auf Skorpion $6^\circ 30'$. Der mittlere Sonnenort war zur Zeit der Beobachtung im Schützen $22^\circ 9'$. Auch verglichen mit dem genauen Orte des Mondes zur angegebenen Zeit ergab sich der scheinbare Ort der Venus in Skorpion $6^\circ 30'$, ihre nördliche Breite zu $2^\circ 40'$.

Da zur Zeit der Beobachtung das Apogäum des Deferenten auf Stier 25^0 und sein Perigäum auf Skorpion 25^0 fällt, so ist

$$\mu_d = 207^0 9' \quad \beta = 216^0 30'.$$

Zur Berechnung der Anomalie μ_e bei gegebenem μ_d und β kann man sich folgender Formeln bedienen: (Fig. 16)

$$\sin DP_m O = \frac{e \sin \mu_d}{r_d}$$

$$\sphericalangle A' O P_m = \mu_d + DP_m O$$

$$DP_m = \frac{r_d \sin A' O P_m}{\sin \mu_d}$$

$$\sin DP_m E = \sin (\mu_d - \alpha) = \frac{2e \cos \mu_d \cdot \operatorname{tg} \mu_d}{DP_m - 2e \cos \mu_d}$$

$$\alpha = \mu_d + DP_m E$$

$$EP_m = \frac{DP_m \sin \mu_d}{\sin \alpha}$$

$$P_m EP = A' EP + \alpha$$

$$\sin P_m PE = \frac{EP_m \sin P_m EP}{r_e}$$

$$P_m P = P_m PE + P_m EP; \quad \mu_e = P_m P - (\mu_d - \alpha).$$

Es ist $r_d = 1$; $r_e = 0,71965$; $e = 0,021303$; $2e = 0,04149$;

$$A' DP_m = 27^0 9'; \quad A' EP = 18^0 30'.$$

$$\log 0,021303 = 8.32844 - 10$$

$$+ \log \sin 27^0 9' = 9.65927 - 10$$

$$\hline 7.98771 - 10$$

$$DP_m O = 0^0 33' 25''$$

$$A' O P_m = 27^0 42' 25''$$

$$\log \sin 27^0 42' 25'' = 9.66741 - 10$$

$$\log \sin 27^0 9' = 9.65927 - 10$$

$$\hline 0.00814$$

$$DP_m = 1,0189$$

$$\log 0,04149 = 8.61790 - 10$$

$$\log \cos 27^0 9' = 9.94930 - 10$$

$$\log \operatorname{tg} 27^0 9' = 9.70997 - 10$$

$$\hline 8.27717 - 10$$

$$\hline 9.99210 - 10$$

$$\hline 8.28507 - 10$$

3*

$$\begin{aligned}
DP_m\ddot{E} &= 1^0 6' 17'' \\
\alpha &= 28^0 15' 17'' \\
\log 1,0189 &= 0.00814 \\
\log \sin 27^0 9' &= 9.65927 - 10 \\
&\quad 9.66741 - 10 \\
\log \sin 28^0 15' 17'' &= 9.67521 - 10 \\
&\quad 9.99220 - 10 \\
EP_m &= 0.9822 \\
P_m EP &= 18^0 30' \\
&\quad + 28^0 15' 17'' \\
&\quad 46^0 45' 17'' \\
\log 0,9822 &= 9.99220 - 10 \\
- \log 0,71965 &= 9.85712 - 10 \\
&\quad 0.13508 \\
+ \log \sin 46^0 45' 17'' &= 9.86238 - 10 \\
&\quad 9.99746 - 10 \\
HP_m P &= (83^0 48' 34'' + 46^0 45' 17'') = 130^0 33' 51'' \\
\mu_e &= [130^0 33' 51'' - 1^0 6' 17'' = 129^0 27' 34''] \\
\mu_e &= 360^0 - 129^0 27' 34'' = 230^0 32' 26''. \\
\text{Ptolemäus findet } 230^0 32' &\text{ (für } P_m EP \text{ } 46^0 45'), \\
\text{Herz } &\text{,, } 228^0 34',_8 \text{ (,, } \text{,, } 46^0 43',_{11}).
\end{aligned}$$

2. Von den alten Beobachtungen wählt Ptolemäus eine aus, die Timocharis aufgezeichnet hat. Im 13. Jahre des Philadelphus (regierte von 285—247 v. Chr., 476 Nabonassar) am 17/18. Mesore in der 12. Nachtstunde = 272, Oktober 12. v. Chr. 6^h früh war der Ort der Venus verglichen mit η Virg., mit dem sie in Konjunktion war, in Jungfrau $4^0 10'$. Das Perigäum des Deferenten war mit Rücksicht auf die Präzession in Skorpion $20^0 55'$. Der mittlere Ort der Sonne war in Wage $17^0 3'$, die Venus hat also ihre größte Elongation als Morgenstern schon hinter sich. Es ist

$$\mu_d = 197^0 3' \quad \beta = 154^0 10'.$$

Zur Berechnung von μ_e kann man sich nach Fig. 17 der oben erwähnten Formeln bedienen oder auch mit Hilfe des Dreiecks DFE den Winkel DP_mE berechnen.

$$\text{Es ist } A'DP_m = 33^0 52', AEP = 76^0 45'.$$

$$\begin{aligned}\log 0,021303 &= 8.32844 - 10 \\ \log \sin 33^\circ 52' &= 9.74605 - 10 \\ \hline &8.07449 - 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}DP_m O &= 0^\circ 40' 48'' \\ A'OP_m &= 34^\circ 32' 48'' \\ \log \sin 34^\circ 32' 48'' &= 9.75364 - 10 \\ \log \sin 33^\circ 52' &= 9.74605 - 10 \\ \hline &0.00759\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}DP_m &= 1,0176 \\ \log 0,04149 &= 8.61790 - 10 \\ \log \cos 33^\circ 52' &= 9.91925 - 10 \\ \log \operatorname{tang} 33^\circ 52' &= 9.82681 - 10 \\ \hline &8.36396 - 10 \\ &- 9.99261 - 10 \\ \hline &8.37135\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}DP_mE &= 1^\circ 20' 51'' \\ \alpha &= 35^\circ 12' 51'' \\ \log 1,0176 &= 0.00759 \\ \log \sin 33^\circ 52' &= 9.74605 - 10 \\ \hline &9.75364 - 10 \\ \log \sin 35^\circ 12' 51'' &= 9.76090 - 10 \\ \hline &9.99274 - 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}EP_m &= 0,98342 \\ P_mE P &= 76^\circ 45' - 35^\circ 12' 51'' = 41^\circ 32' 8'' \\ \log 0,98342 &= 9.99274 - 10 \\ - \log 0,71965 &= 9.85712 - 10 \\ \hline &0.13562 \\ + \log \sin 41^\circ 32' 8'' &= 9.82157 - 10 \\ \hline &9.95719 - 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P_m P E &= 64^\circ 58' 30'' \\ IIP_m P &= (64^\circ 58' 30'' + 41^\circ 32' 8'') = 106^\circ 30' 38'' \\ \mu_e &= [106^\circ 30' 38'' - 1^\circ 20' 51'' = 105^\circ 9' 47''] \\ \mu_e &= 360^\circ - 105^\circ 9' 47'' = 254^\circ 50' 13''.\end{aligned}$$

Ptolemäus findet $252^\circ 7'$ (für $P_mE P$ $41^\circ 31'$).
Herz „ $254^\circ 42'$, „ „ $41^\circ 34'$.

Ptolemäus teilt noch eine dritte Beobachtung mit, die vier Tage nach der zweiten stattgefunden hat, Ort der Venus in Jungfrau $8^{\circ}50'$, mittlerer Ort der Sonne in Wage $20^{\circ}59'$. Er verwendet diese Beobachtung nicht. Sie ergibt eine Anomalie von $254^{\circ}18',8$, und da die Bewegung in vier Tagen $2^{\circ}28'$ beträgt, so ergäbe sie für die zweite Beobachtung eine Anomalie von $251^{\circ}51'$, die nur um $16'$ von dem von Ptolemäus gefundenen Werte abweicht. Eine Korrektur der Werte gibt er nicht. Da sich aus den größten Elongationen die Epoche der Anomalie und die Verbesserung der mittleren anomalistischen Bewegung nicht mit Sicherheit finden läßt, weil die Venus sich dann in der Richtung auf die Erde zu bewegt, so mußte Ptolemäus Beobachtungen auswählen, die möglichst weit von den größten Elongationen entfernt waren, bevor aber die Sichtbarkeit des Planeten durch die Sonne beeinträchtigt wurde. Darum wäre es besser gewesen, wenn Ptolemäus die dritte Beobachtung an Stelle der zweiten benutzt hätte.

Zwischen der zweiten und ersten Beobachtung waren verflossen 409 ägyptische Jahre + 167 Tage, und diese umfassen 255 ganze Umläufe ohne wesentliche Fehler. (5 Umläufe vollziehen sich in 8 Sonnenjahren weniger $2\frac{1}{3}$ Tag = $2919\frac{2}{3}^d$; 8 ägyptische Jahre sind 2920^d , also um $\frac{1}{3}^d$ länger, das ergibt einen Überschuß von $0^{\circ}12'19''$.)

408 (= 51×8) ägyptische Jahre umfassen 255 (= 51×5) Umläufe. Der übrig bleibende Teil des Jahres mit 167^d umfassen keinen vollen Umlauf mehr, es bleibt ein Überschuß von $338^{\circ}25'$. Das ist der Betrag, um welchen der aus der ersten Beobachtung gefundene Ort ($230^{\circ}32'$) dem aus der zweiten gefundenen ($252^{\circ}7'$) voraus ist.

Diese Berechnung benutzt nun Ptolemäus, um den ihm von Hipparch überlieferten Betrag der mittleren anomalistischen Bewegung der Venus zu verbessern.

Die zweite Beobachtung benutzt Ptolemäus auch, um die Angaben für die Epoche — den Mittag des 1. Thot des ersten Jahres der Regierung Nabonassars zu machen. Zwischen diesem Zeitpunkt und dem $\frac{17}{18}$ Mesore 6^h früh 476 Nabonassar liegen 475 ägyptische Jahre $346\frac{3}{4}^d$. Das ergibt einen Überschuß der mittleren Bewegung von rund 181° ($180^{\circ}58'31''$). Dies von den gefundenen $252^{\circ}7'$ abgezogen ergibt für den 1. Toth 1. Nabonassar:

1. vom Apogäum des Epizykels in
Anomalie $\mu_e^0 = 71^0 7'$,
 2. μ_d^0 (wie bei der Sonne) $= 0^0 45$ Fische,
 3. Apogäum des Deferenten
 $\pi_o = 16^0 10^0$ Stier.
- (Auf 476 Jahre rund fallen $4^0 45'$ Präzession.)

9. Die Bahnelemente des Merkurs.

Ptolemäus bestimmt zunächst auch hier die Lage des Apogäums. Es erscheinen ihm für diesen Zweck wenige Beobachtungen geeignet, weil, wie er sagt, die betreffende Syzygie nur selten mit der erforderlichen Schärfe der Beobachtung zugänglich ist. Unter Syzygie sind die paarweise zusammengehörigen größten Elongationen zu verstehen, in denen der Merkur, von dem mittleren Sonnenort auf entgegengesetzten Seiten des Apogäums gleichweit entfernt, einerseits als Abendstern, anderseits als Morgenstern erscheint. Derartige Beobachtungen sind nun folgende:

Im 16. Jahre Hadrians (879 Nabonassar) am Abend des 16. bis zum 17. Phamenoth $= + 132$, Februar 2, beobachtete er den Merkur mit Hilfe des Astrolabiums in seiner größten Elongation vom mittleren Sonnenorte. Der scheinbare Ort des Planeten, verglichen mit dem Aldebaran, war Fische 1^0 , der mittlere Sonnenort Wassermann $9^0 45'$, die größte westliche Elongation des Merkur betrug also $21^0 15'$.

Im 18. Jahre Hadrians (881 Nabonassar) morgens am 18. bis zum 19. Epiphi $= + 134$, Juni 4, war verglichen mit dem Aldebaran der scheinbare Ort des Merkur im Stier $18^0 45'$ beobachtet, der mittlere Sonnenort war zur selben Zeit in Zwillinge 10^0 , daher betrug die größte östliche Elongation $21^0 15'$.

Diese beiden Beobachtungen ergeben als Perigäum der Bahn des Merkur die Richtung nach Widder $9^0 52' 30''$.

Zwei weitere Beobachtungen ergeben nahezu dasselbe Resultat.

Im 1. Jahre Antonins (885 Nabonassar) abends am 20. bis zum 21. Epiphi $= + 138$, Juni 4, war der scheinbare Ort des Merkurs gemessen am Regulus in Krebs 7^0 , der mittlere Sonnenort in Zwillinge $10^0 30'$, also betrug die größte westliche Elongation $26^0 30'$.

Im 4. Jahre Antonins (888 Nabonassar) frühmorgens am 18. bis zum 19. Phamenoth = + 141, Februar 2, war der scheinbare Ort des Planeten verglichen mit dem Antares in Steinbock $13^{\circ}30'$, der mittlere Sonnenort in Wassermann 10° , also die größte östliche Elongation $26^{\circ}30'$.

Diese beiden Beobachtungen ergeben als Richtung nach dem Apogäum Wage $10^{\circ}15'$. Ptolemäus nimmt als Mittelwert für die Lage des Perigäums in seiner Zeit Widder 10° und des Apogäums Wage 10° an.

Er zieht nun sechs ältere Beobachtungen zum Vergleich heran, um so eine Bewegung des Apogäums im Laufe der Jahrhunderte zu ermitteln.

I. Im 23. Jahre nach Dionysius, am Morgen des 21. ¹⁾ Hydron = 486 Nabonassar 17.—18. Choiak = — 261, Februar 12, scheinbarer Ort des Merkur Steinbock $22^{\circ}20'$, der mittlere Sonnenort Wassermann $18^{\circ}10'$; größte östliche Elongation $25^{\circ}50'$.

II. Im 23. Jahre nach Dionysius, am Abend des 4. Tauron = 486 Nabonassar 30. Mechir — 1. Phamenoth = — 261, April 25, scheinbarer Ort des Merkur Stier $23^{\circ}40'$, mittlerer Sonnenort Widder $29^{\circ}30'$; größte westliche Elongation $24^{\circ}10'$.

III. Im 28. Jahre nach Dionysius, am Abend des 7. Didymon = 491 Nabonassar 5.—6. Pharmouthi = — 256, Mai 28, scheinbarer Ort des Merkur Zwillinge $29^{\circ}20'$, mittlerer Sonnenort Zwillinge $2^{\circ}50'$; größte westliche Elongation $26^{\circ}30'$.

IV. Im 24. Jahre nach Dionysius, am Abend des 28. Leonton = 486 Nabonassar 30. Payni = — 261, August 23, scheinbarer Ort des Merkur Jungfrau $19^{\circ}30'$, mittlerer Sonnenort Löwe $27^{\circ}50'$, größte westliche Elongation $21^{\circ}40'$.

V. Im 75. Jahre der Chaldäer, am Morgen des 14. Dios = 512 Nabonassar 9.—10. Thot = — 236, Oktober 29, scheinbarer Ort des Merkur Wage $14^{\circ}10'$, mittlerer Sonnenort Skorpion $5^{\circ}10'$, größte östliche Elongation 21° .

VI. Im 67. Jahre der Chaldäer, am Morgen des 5. Apellaios = 504 ²⁾ Nabonassar, 27.—28. Thot = — 244, November 19

¹⁾ Die Zahl 21 wird der 29 von Manitius und auch von Böckh, Sonnenkreise der Alten, S. 295, vorgezogen.

²⁾ Delambre und Herz setzen gemäß einigen Ptolemäus-Ausgaben diese letzte Beobachtung in das Jahr 564 Nabonassar und kommen infolgedessen zu ganz unbegründeten Vorwürfen gegenüber dem Ptolemäus, dem sie an dieser Stelle und bei dieser Gelegenheit gar Fälschung zur Last legen möchten.

scheinbarer Ort des Merkur Skorpion $2^{\circ}20'$, mittlerer Sonnenort Skorpion $24^{\circ}50'$; größte Elongation $22^{\circ}30'$.

Diese angegebenen sechs Beobachtungen enthalten nun keine, in denen die größten östlichen und westlichen Elongationen des Planeten vom mittleren Sonnenorte gleich sind, sie lassen deshalb die Lage des Apogäums der Merkurbahn für das Jahr 500 Nabonassar nicht klar erkennen. Ptolemäus wendet deshalb Interpolation an und setzt voraus, daß für benachbarte mittlere Orte sich die größten Elongationen nahezu proportional ändern.

In der ersten Beobachtung beträgt die größte östliche Elongation $25^{\circ}50'$, die gleiche westliche aber liegt zwischen $24^{\circ}10'$ und $26^{\circ}30'$ der dritten Beobachtung.

$$\begin{array}{rcl} 24^{\circ}10' & \text{entsprechen} & 29^{\circ}30' \text{ Widder} \\ 26^{\circ}30' & \text{„} & 2^{\circ}50' \text{ Zwillinge} \\ \hline 25^{\circ}50' & \text{„} & 29^{\circ}30' + 23^{\circ}48'. \end{array}$$

Den letzten Wert erhöht Ptolemäus auf 24° und erhält für die größte westliche Elongation von $25^{\circ}50'$ den mittleren Sonnenort Stier $23^{\circ}30'$; die gleiche östliche Elongation war bei dem mittleren Sonnenorte Wassermann $18^{\circ}10'$ eingetreten, die Richtung nach dem Perigäum zeigte nach Widder $5^{\circ}50'$.

Nach der 5. und 6. Beobachtung folgt:

$$\begin{array}{rcl} 21^{\circ} & \text{entsprechen} & 5^{\circ}10' \text{ Skorpion} \\ 22^{\circ}30' & \text{„} & 24^{\circ}50' \text{ „} \\ \hline 21^{\circ}40' & \text{„} & 5^{\circ}10' + 8^{\circ}44'. \end{array}$$

Diese Interpolation ist nur genähert richtig, Ptolemäus nimmt statt $8^{\circ}44'$ den Betrag von rund 9° und erhält als mittleren Sonnenort Skorpion $14^{\circ}10'$ und als Richtung nach dem Apogäum $\frac{1}{2}(224^{\circ}10' + 147^{\circ}50') = 6^{\circ}$ Wage.

Um das Jahr 500 Nabonassar ist das Perigäum in 6° Widder, das Apogäum in 6° Wage, und um das Jahr 900 Nabonassar in 10° Widder bzw. 10° Wage; so hat Ptolemäus eine Bewegung des Apogäums im Sinne der Zeichen von 1° in hundert Jahren gefunden.

Zur Bestimmung der Größe des Epizykelhalbmessers und der Exzentrizität der Merkurbahn benutzt Ptolemäus zwei Beobachtungen, in denen der mittlere Ort des Planeten nahezu in 10° Widder und 10° Wage ist.

I. Im 19. Jahre Hadrians (882 Nabonassar) morgens am 14. bis zum 15. Athyr = + 134, Oktober 3, war der scheinbare

Ort des Merkur mit Bezug auf Regulus in Jungfrau $20^{\circ}12'$, der mittlere Sonnenort Wage $9^{\circ}15'$, die größte östliche Elongation $19^{\circ}3'$.

II. Im 19. Jahre Hadrians (882 Nabonassar) am Abend des 19. Pachon = + 135, April 5, war der scheinbare Ort des Merkur verglichen mit Aldebaran in Stier $4^{\circ}20'$, der mittlere Sonnenort Widder $11^{\circ}5'$, die größte Elongation $23^{\circ}15'$.

Fig. 12 Es sei E die Erde, A das Apogäum in Wage 10° , A' das Perigäum in Widder 10° , O der Mittelpunkt des Deferenten. Zieht man von E aus an die Epizykel um A und A' die Tangenten EP_1 und EP_2 , so ist .

$$\sphericalangle AEP_1 = a = 19^{\circ}3'$$

$$\sphericalangle AEP_2 = b = 23^{\circ}15'$$

Wird über $AE = 120^p$ als Durchmesser der Kreis beschrieben, so beträgt der zur Sehne $AP_1 = r_e$ gehörige Zentriwinkel $38^{\circ}6'$ und nach den ptolemäischen Sehnentafeln ist $r_e = 39^p 10' 1''$, Ptolemäus nimmt für die weiteren Rechnungen $r_e = 39^p 9'$.

In gleicher Weise ist $A'P_2 = r_e = 47^p 22' 9''$, nach Ptolemäus $47^p 22'$ der Teile, von denen A'E 120 enthält. Bezogen auf $AE = 120^p$, ist $A'E = \frac{39^p 9'}{47^p 22^p} \cdot 120^p = 99^p 11' 1''$, Ptolemäus hat $99^{\circ}9'$.

Mithin ist

$$AE = 120^p; r_e = 39^p 9'; EA' = 99^p 9'; AA' = 219^p 9';$$

$$AO = A'O = 109^p 34'; e = OE = 10^p 25'.$$

Bezeichnet man $AO = A'O = r_d = 1$, so ist

$$r_e = (r_d + e) \sin a = (r_d - e) \sin b,$$

$$e = \frac{\operatorname{tg}^{1/2} (b - a)}{\operatorname{tg}^{1/2} (b + a)} r_d.$$

$$e = \frac{\operatorname{tg} 2^{\circ} 6'}{\operatorname{tg} 21^{\circ} 9'}; \log e = 8.97672; e = 0.09478.$$

$$\log r_e = 9.55306; r_e = 0.35733.$$

Bezogen auf $r_d + e = 120^p$,

$$e = 10^p 23',4; r_e = 39^{\circ} 10'; A'E = 99^p 13',3;$$

$$AA' = 219^p 13',3; AO = 109^p 36',6.$$

Die Abweichungen übersteigen nicht $4',5$, sind somit von der Ordnung der Beobachtungsfehler.

Wenn nun der Punkt O festläge, dann dürfte die Summe der östlichen und westlichen Elongationen für denselben mittleren

Sonnenort den Wert von $46^{\circ}30'$ nicht überschreiten und nicht unter $38^{\circ}6'$ herabgehen. Wenn man aber die zuerst erwähnten vier Beobachtungen näher betrachtet, findet man, daß die Summe der größten Elongationen für den mittleren Sonnenort in 10° Zwillinge bzw. 10° Wassermann $47^{\circ}45'$ beträgt. Dieses Ergebnis deutet an, daß für diesen mittleren Sonnenort (in 10° Zwillinge und 10° Wassermann) der Epizykelmittelpunkt des Merkur der Erde näher steht, als wenn der mittlere Sonnenort sich im Perigäum befindet. Um dieser Tatsache gerecht zu werden, nimmt Ptolemäus an, daß der Mittelpunkt O des Deferenten beweglich ist, sich stets auf der dem Epizykelmittelpunkte entgegengesetzten Seite der Richtung AA' befindet. Und weil nun einmal alle Ungleichheiten durch Kreisbewegungen erklärt werden sollen, so nimmt er auch für diese Bewegung des Deferentenmittelpunktes einen Kreis an, den der Deferentenmittelpunkt gleichmäßig in einem Jahre entgegen dem Sinne der Zeichen, also mit dem Uhrzeiger durchläuft.

Um nun den Punkt der Geraden AA' zu bestimmen, um den die gleichförmige Bewegung des Epizykelmittelpunktes im Sinne der Zeichen erfolgt, wählt Ptolemäus zwei Beobachtungen aus, für welche der mittlere Sonnenort in 10° Krebs fällt, also vom Apogäum 270° entfernt ist.

I. Im 14. Jahre Hadrians (877 Nabonassar) am Abend des 18. Mesore = + 130, Juli 4, beobachtete Theon den Merkur, bezogen auf Regulus, in Löwe $6^{\circ}20'$; der mittlere Sonnenort war in Krebs $10^{\circ}5'$, also die größte westliche Elongation $26^{\circ}15'$.

II. Im 2. Jahre Antonins (886 Nabonassar) morgens am 24. Mesore = + 139, Juli 8, beobachtete Ptolemäus mit Hilfe des Astrolabiums den Planeten, gemessen an dem Orte des Aldebaran, in Zwillinge $20^{\circ}5'$; der mittlere Sonnenort war in Krebs $10^{\circ}20'$, also betrug die größte östliche Elongation $20^{\circ}15'$.

Es sei E die Erde, A das Apogäum, A' das Perigäum der Fig. 13 Merkurbahn, F das punctum aequans, O' der Mittelpunkt des Deferenten für den mittleren Sonnenort in Krebs 10° . Dann ist

$$\sphericalangle AE\odot = \sphericalangle AFP_m = \sphericalangle O_1OO' = 270^{\circ};$$

nach den Beobachtungen ist

$$\sphericalangle \odot EP = 26^{\circ}15', \sphericalangle \odot EP' = 20^{\circ}15', \text{ also}$$

$$\sphericalangle P_m EP' = 23^{\circ}15'.$$

$$\sphericalangle EP_m F = \sphericalangle P_m E\odot = \sphericalangle P_m EP' - \sphericalangle \odot EP' = 3^{\circ}.$$

$$P_mE = \frac{r_e}{\sin 23^\circ 15'}; EF = x = P_mE \sin 3^\circ;$$

$$x = r_e \frac{\sin 3^\circ}{\sin 23^\circ 15'}.$$

$$\begin{array}{rcl} \log \sin 3^\circ & = & 8.71880 \\ - \log \sin 23^\circ 15' & = & 9.59632 \\ \hline & & 9.12248 \\ + \log r_e & = & 9.55306 \\ \hline \log x & = & 9.67554 \end{array}$$

$$x = 0.04737. \text{ Es sei } OO_1 = OO' = \varrho.$$

Nehmen wir $EA = r_d + \varrho + e = 1$, so wird

$$\begin{aligned} x &= 0.04327 \text{ d. h. wenn wir } EA = 60^p \text{ annehmen,} \\ x &= 2^p 35'_{,8}. \end{aligned}$$

EF ist also nahezu gleich $\frac{1}{2} OE$, darum nimmt Ptolemäus
 $OF = EF$.

Da $\angle OFP_m = 90^\circ$ angenommen ist, so ist

$$OP_m = EP_m.$$

Da ferner $OF = \varrho$ relativ sehr klein ist, so nimmt Ptolemäus

$$P_mO' = P_mE + OO'.$$

Für $r_d + \varrho = 1$, ist $P_mE + \varrho = r_d$.

$$\begin{array}{rcl} & & 1 = r_d + \varrho \\ & & 2\varrho = 1 - P_mE. \\ \log r_e & = & 9.55306 \\ - \log \sin 23^\circ 15' & = & 9.59632 \\ \hline \log P_mE & = & 9.95674 \\ P_mE & = & 0.9052 \\ \varrho & = & 0.0474 \\ \log \varrho & = & 8.67578 \end{array}$$

Es ist also auch ϱ nahezu gleich $\frac{1}{2} OE = OF = EF$.

Es wird, wenn $EA = 1 = 60^p$ angenommen wird,

$$r_d = 0.9526$$

$$\log r_d = 9.97891.$$

Nimmt man nun $r_d = 1 = 60^p$, so hat man:

Ptolemäus findet:

$$\begin{aligned} r_d = 1 &= 60^p; & \log r_d &= 0.00000; & r_d &= 60^p; \\ r_e = 0.3751 &= 22^p,5063; & \log r_e &= 9.57415; & r_e &= 22^p30'; \\ e = 0.09956 &= 5^p,9738; & \log e &= 8.99808; & e &= 6^p; \\ \varrho = 0.04978 &= 2^p,9869; & \log \varrho &= 8.69705; & \varrho &= 3^p. \end{aligned}$$

Die Einführung des beweglichen Deferenten in der Theorie des Merkur dient nicht nur dazu, die Theorie so zu verfeinern, daß sie die größten Elongationen des Planeten von dem mittleren Sonnenorte 10^0 Krebs und 10^0 Steinbock genau darstellt, sondern auch dazu, für die Stellungen 120^0 vom Apogäum den Epizykel der Erde näher zu bringen, als es für den mittleren Ort 10^0 Widder der Fall ist. Wenn sich der mittlere Planet 120^0 vom Apogäum in 10^0 Wassermann und in 10^0 Zwillinge befindet, so erschien dem Ptolemäus der Epizykel des Merkur unter einem Winkel von $47\frac{3}{4}^0$.

Es sei $\sphericalangle AEO = \sphericalangle O_1FP_m = \sphericalangle O_1OO' = 240^0$.

Fig. 18

Dann ist nach den Ergebnissen des Ptolemäus

$$r_d = 60^p \quad r_e = 22\frac{1}{2}^p \quad \varrho = 3^p.$$

Da $\sphericalangle OFO' = \sphericalangle P_mFE = 60^0$, so liegen die Punkte O' , F , P_m in gerader Linie. Wenn man nun von E auf P_mF das Lot EG fällt, so ist

$$\begin{array}{lll} O'P_m = 60^p & O'F = 3^p & FP_m = 57^p \\ FG = 1^p 30' & EG = 2^p 36' & GP_m = 55^p 30' \\ P_mE = 55^p 34' & PP_m = 22^p 30' & \sphericalangle PEP_1 = 47^0 46'. \end{array}$$

Der Unterschied zwischen Rechnung und Beobachtung beträgt $1'$.

9a. Beispiel einer ptolemäischen Rechnung.

Es ist von Interesse, die Wege kennen zu lernen, die Ptolemäus zur Auflösung ebener und sphärischer Dreiecke einschlägt. Er berechnete für sich auf Grund des nach ihm genannten Satzes vom Sehnenviereck eine Sehnentafel.

Durch die sectio aurea ergaben sich die Seiten des dem Kreise einbeschriebenen Fünf- und Zehneckes, also die Sehnen zu den Winkeln von 72^0 und 36^0 . Ferner fand man durch Messungen und mathematische Deutung, daß die Länge des Halbmessers sich von der Länge des 6. Teiles des Umfanges des Kreises nur ungefähr um den 21. Teil des Halbmessers unterscheidet. So konnte man näherungsweise den Halbmesser gleich dem 6. Teile des Kreisumfanges setzen, hatte also so die Sehne des Winkels von 60^0 erhalten. Es werden dann mit Hilfe des Satzes vom Sehnenviereck die Sehnen der halben Winkel, der Summen und Differenzen zweier Winkel gefunden.

In Almagest ist eine Sehnen (Chorden) -Tafel¹⁾ gegeben, bei der

¹⁾ Vgl. F. Hultsch, Die Sehnentafeln der griechischen Astronomen. Weltall II, S. 49 ff. — Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik I² S. 388 ff. — Zeuthen, Geschichte der Mathematik S. 230 ff. — Ideler, Über die Trigonometrie der Alten in Zachs Monatl. Korrespondenz zur Beförderung der Erd- und Himmelskunde. Bd. XXVI. S. 3 ff. — Hultsch weist nach, daß Almag. I. c. 10 lediglich eine zusammenfassende Darstellung der Hauptergebnisse aus zwei umfänglichen Werken des Hipparch und Menelaos darstellt.

das Argument von halbem zu halbem Grade fortschreitet, während die Sehnen in Teilen (partes = *μοῖραι*) ausgedrückt sind, von denen 60 auf den Halbmesser, 120 auf den Durchmesser gehen. Die Bruchteile werden nach dem Sexagesimalsystem gebildet. Der 60. Teil eines Grades heißt minuta prima, der 60. Teil dieser Einheit heißt minuta secunda usw. Man schreibt diese von links nach rechts derart, daß die Zahlen der minuta prima mit einem Strich, die der minuta secunda mit zwei Strichen usw. versehen wurden. So ist nach dieser Sehnentafel (Almag. lib. I. c. 11) für den Winkel $43^{\circ} 0'$ die Sehne

$$43^{\circ} 58' 49'' = \frac{43}{60} + \frac{58}{60^2} + \frac{49}{60^3}.$$

In Teilen des Halbmessers ist daher die halbe Sehne (oder der Sinus von $21^{\circ} 30'$) gleich

$$\frac{1}{2} \left(\frac{43}{60} + \frac{58}{60^2} + \frac{49}{60^3} \right) = 0.3665.$$

Die alten Griechen pflegten alle Dreiecksaufgaben (alle trigonometrischen Aufgaben) auf Auflösungen rechtwinkliger Dreiecke zurückzuführen. Die Hypotenuse betrachteten sie als Durchmesser eines Kreises, so daß die drei Seiten Sehnen darstellten, die Bögen aber, zu denen diese gehören, sind doppelt so groß, als die ursprünglichen Dreieckswinkel. Dies berücksichtigten sie dadurch, daß sie in ihren Rechnungen einen Unterschied machten zwischen solchen Graden, von denen 360 vier Rechte, und solchen, von denen 360 nur zwei Rechte ausmachen.

Das Beispiel einer ptolemäischen Rechnung ist entnommen dem Almagest, lib. IX. c. 8. 9.

Ptolemäus benutzt zur Ermittlung der Größe der Exzentrizität und des Epizykelhalbmessers des Merkur, wie oben gezeigt, zwei Beobachtungen des Planeten.

I. + 134, Oktober 3, größte Elongation des Merkur $19^{\circ} 3'$;

II. + 135, April 5, „ „ „ „ $23^{\circ} 15'$.

Das Apogäum war in Wage 10° .

Es ist (Fig. 1*)

$\angle ABD = 19^{\circ} 3'$, von denen $360 = 4$ R sind,
 $= 38^{\circ} 6'$, „ „ $360 = 2$ R „

$\widehat{AD} = 38^{\circ} 6'$, von denen 360° , die der dem Dreieck ABD umschriebene Kreis enthält.

AD = $39^{\circ} 9'$ von den Teilen, von welchen die Hypotenuse BA 120 enthält.

Es ist $\angle GBE = 23^{\circ} 15'$, von denen $360^{\circ} = 4$ R sind,
 $= 46^{\circ} 30'$, „ „ $360^{\circ} = 2$ R sind.

$\widehat{GE} = 46^{\circ} 30'$ von den 360° , die der dem Dreieck GBE umschriebene Kreis enthält.

GE = $47^{\circ} 22'$ von den Teilen, von welchen die Hypotenuse BG 120 enthält.

Nun ist GE = AD = $39^{\circ} 9'$ von den Teilen, von welchen die Hypotenuse BA 120 enthält, also

$$BZ = 10^{\circ} 25'.$$

II. + 139, Juli 8, " " " " 20⁰ 15'.

187

$ZM (= \varrho) = BH = HZ = 3^p$ und der Epizykelhalbmesser
 $re = 22^p 30'$ von den Teilen, von welchen NM 60 enthält.

Man sieht, daß Ptolemäus auf diese Weise zu Ergebnissen gelangt, die von den früher angegebenen nur gering abweichen.

Um den Beweis zu führen, daß bei den für die Elemente der Bahn festgestellten Werten die Summe zweier größter Elongationen des Planeten $47^0 45'$ beträgt, macht er (in Fig. 4*)

$$\left. \begin{aligned} \angle ABH &= 120^0 = \angle AGL \\ \angle GBH &= 60^0 = \angle DGL \end{aligned} \right\} \text{ von denen } 360^0 = 4 \text{ R sind.}$$

Es ist also $\triangle BGH$ ein gleichschenkliges und gleichseitiges.

Es ist HGZ eine gerade Linie, ferner $DL \perp GZ$.

Es ist $HZ = 60^p$, von denen $GH = GD = 3^p$ ist, also
 $GZ = 57^p$.

Da $\angle DGL = 60^0$ ist, von denen $360^0 = 4 \text{ R}$ sind,
 $= 120^0$ „ „ „ „ $360^0 = 2 \text{ R}$ „ „ , so ist

$\widehat{DL} = 120^p$ von den Teilen, von welchen der Umkreis des
 $\widehat{GL} = 60^p$ Dreiecks DGL 360 enthält.

$\widehat{DL} = 103^p 55'$ von den Teilen, von welchen die Hypotenuse
 DG 120 enthält.

$GL = 60^p$. Es war aber

$DG = 3^p$, darum

$GZ = 57^p$

$DL = 2^p 36'$

$GL = 1^p 30'$

$\left. \begin{aligned} & \\ & \\ & \end{aligned} \right\} \text{ von den Teilen, von welchen der Epizykel-} \\ \text{halbmesser } 22^p 30' \text{ enthält.}$

Es ist $LZ = 55^p 30'$; es ist $LZ^2 + DL^2 = DZ^2$,

$DZ = 55^p 34'$ von den Teilen, von welchen der Epizykelhalb-
 messer $22^p 30'$ enthält.

Nehmen wir nun $DZ = 120^p$, den Epizykelhalbmesser entsprechend zu
 $48^p 35'$, dann ist

$ZDK = ZDT = 47^0 46'$, von welchen $360^0 = 2 \text{ R}$ sind, also

$KDT = 47^0 46'$, „ „ $360^0 = 4 \text{ R}$ sind.

10. Berechnung des Ortes des Merkur zu gegebener Zeit.

Um den wahren Ort des Merkur in Länge zu bestimmen,
 wenn μ_d und μ_e gegeben sind, betrachte man Fig. 19. Es ist

$$AE\odot = AFP_m = AOO' = \mu_d$$

$$BP_mP = \mu_e$$

$$AFO' = \frac{\mu_d}{2}, O'FP_m = \frac{3\mu_d}{2}, \text{ mithin}$$

$$\begin{aligned}
O'F &= 2 \varrho \cos \frac{\mu_d}{2} \\
\sin O'P_mF &= \frac{2 \varrho}{r_d} \cdot \cos \frac{\mu_d}{2} \sin \frac{3 \mu_d}{2} \\
P_mF &= r_d \frac{\sin \left(\frac{3 \mu_d}{2} + \sphericalangle O'P_mF \right)}{\sin \frac{3 \mu_d}{2}}.
\end{aligned}$$

Es sei $AEP_m = \alpha$, dann bestehen die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
EP_m \cos \alpha &= FP_m \cos \mu_d + \varrho \\
EP_m \sin \alpha &= FP_m \sin \mu_d.
\end{aligned}$$

Hiermit läßt sich EP_m und α berechnen.

Es sei $P_mE = \beta$, dann bestehen die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
PE \cdot \cos \beta &= P_mE \cos \alpha + r_e \cos (\mu_d + \mu_e) \\
PE \cdot \sin \beta &= P_mE \sin \alpha + r_e \sin (\mu_d + \mu_e).
\end{aligned}$$

$$P_mPE = \mu_d + \mu_e - \beta.$$

Ist dieser Winkel gleich 90° , so haben wir die größte westliche Elongation des Merkur, ist er gleich 270° , die größte östliche.

Die Epoche für die mittlere zodiakale Bewegung des Merkur ist identisch mit der der mittleren Sonne; es läßt sich also die verlangte Rechnung ausführen, wenn die Epoche für die anomalistische Bewegung bekannt ist. Um diese zu finden und zugleich den ihm von Hipparch überlieferten Betrag der mittleren anomalistischen Bewegung zu verbessern, gibt Ptolemäus zwei Beobachtungen an, eine selbst angestellte, eine aus alter Zeit überlieferte.

1. Im 2. Jahre Antonins (886 Nabonassar) am $\frac{2}{3}$ Epiphi $4\frac{1}{2}$ Äquinoktialstunden vor Mitternacht = 139 Mai 17 n. Chr. $7^h 30^m$ abends war Merkur von seiner größten westlichen Elongation, verglichen mit Regulus und dem Mondmittelpunkte, in Zwillinge $17^\circ 30'$. Der mittlere Sonnenort war zur Zeit der Beobachtung in Stier $22^\circ 34'$.

Das Apogäum des Deferenten ist in Wage 10° ; es ist also

$$\mu_d = 222^\circ 34' \quad \beta = 247^\circ 30'.$$

Um μ_e bei gegebenem μ_d und β zu berechnen, kann man die oben angegebenen Gleichungen verwenden. Es ist dann weiter

$$r_e \cdot \sin (\mu_d + \mu_e - \beta) = P_m E \sin (\beta - \alpha)$$

$$r_e \sin (\mu_d + \mu_e - \beta) = P_m F \sin (\beta - \mu_d) + q \sin \beta.$$

Man erhält zwei Werte für $\mu_d + \mu_e - \beta$, von denen der eine für die Stellung des Merkur vor der größten Elongation, der andere für dieselbe nach der größten Elongation gilt.

$$\text{Es ist } r_d = 1, r_e = 0,3751, q = 0,04978.$$

$$\text{Es ist } \frac{\mu_d}{2} = 180^\circ - 68^\circ 43'$$

$$\frac{3\mu_d}{2} = 360^\circ - 26^\circ 9'$$

$$\log \left(- \cos \frac{\mu_d}{2} \right) = 9.55988 - 10$$

$$\log \left(- \sin \frac{3\mu_d}{2} \right) = 9.64417 - 10$$

$$\log \frac{2q}{r_d} = 8.99808 - 10$$

$$\hline 8.20213 - 10$$

$$O'P_m F = 0^\circ 54' 45''$$

$$\frac{3\mu_d}{2} + O'P_m F = 360^\circ - 25^\circ 14' 15''$$

$$\log \left(- \sin \left[\frac{3\mu_d}{2} + \sphericalangle O'P_m F \right] \right) = 9.62979 - 10$$

$$\log 1 \quad \quad \quad \hline = 0.00000$$

$$\log \left(- P_m F \sin \frac{3\mu_d}{2} \right) = 9.62979 - 10$$

$$\log \left(- \sin \frac{3\mu_d}{2} \right) = 9.64417 - 10$$

$$\log P_m F = 9.98562 - 10$$

$$\log \sin 24^\circ 56' = 9.62486 - 10$$

$$\hline 9.61048 - 10$$

$$P_m F \sin 24^\circ 56' = 0,40783$$

$$\log 0,04978 = 8.69705 - 10$$

$$\log (- \sin \beta) = 9.96562 - 10$$

$$\hline 8.66267 - 10$$

$$- q \cdot \sin \beta = 0,04599.$$

$$P_m F \sin (\beta - \mu_d) = 0,40783$$

$$+ q \sin \beta = 0,04599$$

$$\hline 0,36184$$

$$\begin{aligned}
\log 0,36145 &= 9.55852 - 10 \\
\log 0,3751 &= 9.57415 - 10 \\
\log \sin (\mu_d + \mu_e - \beta) &= 9.98437 \\
\mu_d + \mu_e - \beta &= 74^\circ 43' 14'' \\
\beta - \mu_d &= 24^\circ 56' \\
\mu_e &= 99^\circ 39' 14''
\end{aligned}$$

Ptolemäus findet $\mu_e = 99^\circ 27'$,

Herz „ $\mu_e = 99^\circ 53'$ (Seite 139, wahrscheinlich ein Versehen),

Boelk „ $\mu_e = 99^\circ 33' 38'',_3$ (Seite 27).

2. Im 21. Jahre der Zeitrechnung nach Dionysius (484 Nabonassar) am 18/19. Thoth morgens = 264 November 15 v. Chr. war Merkur vor seiner größten östlichen Elongation, verglichen an β und δ Skorpionis, in Skorpion $3^\circ 20'$, der mittlere Sonnenort in Skorpion $20^\circ 50'$.

$$\begin{aligned}
\text{Es ist } \mu_d &= 44^\circ 50' & \beta &= 27^\circ 20' \\
\frac{\mu_d}{2} &= 22^\circ 25' & \frac{3\mu_d}{2} &= 67^\circ 15'
\end{aligned}$$

$$\log \cos \frac{\mu_d}{2} = 9.96587 - 10$$

$$\log \sin \frac{3\mu_d}{2} = 9.96483 - 10$$

$$\log \frac{2\rho}{r_d} = 8.99808 - 10$$

$$\log \sin O'P_mF = 8.92878 - 10$$

$$O'P_mF = 4^\circ 52' 8''$$

$$\frac{3\mu_d}{2} + O'P_mF = 72^\circ 7' 8''$$

$$\log \sin 72^\circ 7' 8'' = 9.97849 - 10$$

$$\log r_d = 0.00000$$

$$9.97849 - 10$$

$$\log \sin \frac{3\mu_d}{2} = 9.96483 - 10$$

$$\log P_mF = 0.01366$$

$$P_mF = 1,0319$$

$$\log 1,3606 = 0.01366$$

$$\log (-\sin (\beta - \mu_d)) = 9.47814 - 10 = \log (-\sin 17^\circ 30')$$

$$\log (-P_mF \sin (\beta - \mu_d)) = 9.49180 - 10$$

$$-P_mF \sin (\beta - \mu_d) = 0,31032$$

4*

$$\begin{aligned}
\log \varrho &= 8.69705 - 10 \\
\log \sin \beta &= 9.66197 - 10 \\
\log \varrho \sin \beta &= 8.35902 - 10 \\
\varrho \cdot \sin \beta &= 0.022857 \\
r_d \cdot \sin (\mu_d + \mu_e - \beta) &= 0.28746 \\
\log (-r_d \sin (\mu_d + \mu_e - \beta)) &= 9.45858 - 10 \\
\log r_e &= 9.57415 - 10 \\
\log (-\sin (\mu_d + \mu_e - \beta)) &= 9.88443 - 10 \\
\mu_d + \mu_e - \beta - 180^\circ &= 50^\circ 1' 40'' \\
\mu_d + \mu_e - \beta &= 230^\circ 1' 40'' \\
\mu_d - \beta &= 17^\circ 30' \\
\mu_e &= 212^\circ 31' 40''.
\end{aligned}$$

Ptolemäus findet $\mu_e = 212^\circ 34'$

Herz „ $\mu_e = 212^\circ 31',_2$ (Seite 139)

Boelk „ $\mu_e = 212^\circ 31' 56'',_7$ (Seite 29).

Die zwischen den beiden Beobachtungen (19. Thoth 6^h früh 484 Nabonassar bis 2. Epiphi 7^h 30^m abends 886 Nabonassar) verflossene Zeit umfaßt nahezu 402 ägyptische Jahre, 283 Tage und 13¹/₂ Äquinoktialstunden. In 46 Sonnenjahren und einem Tage d. i. 16802¹/₂ Tagen vollendet Merkur 145 Wiederkehren der Anomalie. Die auf 20 ägyptische Jahre oder 7300 Tage entfallenden Umläufe findet man nach der Proportion 16802¹/₂:

$$7300 = 145 : x$$

$$x = 62 \cdot \frac{16745}{16803}; \text{ es fehlen also an 63 Umläufen auf dem Epi-}$$

$$\text{zykel } \frac{58}{16803} = \frac{1}{290} \text{ Umlauf} = 1\frac{1}{4}^\circ.$$

Der Merkur führt also, da er in 20 ägyptischen Jahren nahezu 63 Umläufe ausführt, in 400 Jahren 1260 Wiederkehren der Anomalie aus. Die übrigen 2 Jahre und die überschießenden Tage ergeben 8 Umläufe. Der Merkur hat also in der ganzen Zwischenzeit 1268 Umläufe vollendet und noch 246° 53' zurückgelegt (246° 53' 36'').

Auf Grund dieser Ergebnisse verbessert Ptolemäus den ihm von Hipparch überlieferten Betrag der mittleren anomalistischen Bewegung des Merkur.

Die Beobachtung am 19. Thot 6^h früh 484 Nabonassar benutzt er nun noch, um die Größe der Anomalie zur Zeit der

Epoche am Mittag des 1. Thoth 1 Nabonassar zu bestimmen. Die Zwischenzeit beträgt 483 ägyptische Jahre, 17 Tage, 18 Stunden. Der Überschuß der mittleren anomalistischen Bewegung über die vollen Umläufe ist $190^{\circ} 39'$ ($190^{\circ} 39' 4''$). Dieser Betrag, abgezogen von $212^{\circ} 34'$, ergibt für den Mittag des 1. Thot 1. Nabonassar die Anomalie

$$\mu_e^0 = 21^{\circ} 55'$$

$$\mu_d^0 = \text{Fische } 0^{\circ} 45'$$

$$\pi_0 = \text{Wage } 1^{\circ} 10'$$

(unter Berücksichtigung von $4^{\circ} 50'$ Präzession in den verflossenen 483 Jahren).

11. Tafeln für die Bewegung von Venus und Merkur in Länge.

Es seien ω_{dt} und ω_{et} die nach Abtrennung der vollen Umläufe aus den Tafeln für die mittlere zodiakale und anomalistische Bewegung für einen Zeitraum von 18 ägyptischen Jahren, einem Monat, einem Tag und einer Stunde gefundenen Werte, πt sei die Drehung des Apogäums im Deferenten bzw. die wegen Präzession korrigierte Länge des Apogäums. Nun läßt sich μ_d und μ_e für jede Beobachtungszeit angeben; es ist

$$\mu_d = \mu_d^0 + \omega_{dt} - \pi_0 - \pi t.$$

$$\mu_e = \mu_e^0 + \omega_{et}.$$

Um nun aus dem mittleren Orte des Planeten den wahren zu finden, gibt Ptolemäus für die einzelnen Planeten je eine Tafel von 8 Spalten. Die beiden ersten Spalten enthalten das Argument, die dritte Spalte gibt die Prosthaphäresis, berechnet unter der Voraussetzung, daß sich der Epizykelmittelpunkt auf einem Kreise bewege, der mit der mittleren Entfernung als Halbmesser um den Punkt der gleichmäßigen Winkelbewegung beschrieben ist; die vierte Spalte gibt ein Korrektionsglied für Spalte drei, weil der Mittelpunkt des Epizykels sich in Wirklichkeit nicht auf dem vorbenannten Kreise bewegt.

In Fig. 20 sei $y = \beta - \alpha$ die von der Erde aus betrachtete Elongation des Planeten von dem Epizykelmittelpunkte P_m in einer beliebigen Entfernung vom Apogäum des Deferenten.

Ferner sei y' die zugehörige größte Elongation, E' das von der Erde gesehene scheinbare Apogäum des Epizykels, dann ist $\sphericalangle EP_mP = \mu_d + \mu_e - \alpha$, mithin ist

$$PE \cdot \cos y = r_e \cdot \cos (\mu_d + \mu_e - \alpha) + P_m E$$

$$PE \cdot \sin y = r_e \sin (\mu_d + \mu_e - \alpha)$$

$$P_m E \sin y' = r_e$$

Betrachtet man $\mu_d + \mu_e - \alpha$ als konstant, so ist y eine Funktion von $P_m E$; y ist um so kleiner, je größer $P_m E$ ist. In Fig. 21 sei für Merkur y_1 der kleinste Wert für $P_{m1} E$, y_2 der mittlere Wert für $P_{m2} E = r_d = 1 = 60^p$, y_3 der größte Wert für $P_{m3} E$, was nahezu für einen Abstand von 120^0 vom Apogäum des Deferenten zutrifft. y'_1, y'_2, y'_3 sind die Werte für die entsprechenden größten Elongationen. Nun ist

$$\operatorname{tg} y_1 = \frac{r_e \sin (\mu_d + \mu_e - \alpha)}{r_e \cos (\mu_d + \mu_e - \alpha) + P_{m1} E}; P_{m1} E \sin y'_1 = r_e;$$

$$\operatorname{tg} y_2 = \frac{r_e \cdot \sin (\mu_d + \mu_e - \alpha)}{r_e \cos (\mu_d + \mu_e - \alpha) + r_d}; r_d \cdot \sin y'_2 = r_e;$$

$$\operatorname{tg} y_3 = \frac{r_e \sin (\mu_d + \mu_e - \alpha)}{r_e \cos (\mu_d + \mu_e - \alpha) + P_{m3} E}; P_{m3} E \sin y'_3 = r_e.$$

Ist $y' \leq y'_2$, so besteht die Proportion

$$\frac{y_2 - y}{y_2 - y_1} = \frac{y'_2 - y'}{y'_2 - y'_1}; \text{ setzt man}$$

$$\lambda = - \frac{y'_2 - y'}{y'_2 - y'_1}, \text{ so ist}$$

$$y = y_2 + \lambda (y_2 - y_1).$$

Ist $y' \geq y'_2$, so ist

$$\frac{y - y_2}{y_3 - y_2} = \frac{y' - y'_2}{y'_3 - y'_2},$$

$$\lambda = \frac{y' - y'_2}{y'_3 - y'_2}, \text{ mithin}$$

$$y = y_2 + \lambda (y_3 - y_2).$$

Die fünfte Spalte enthält $y_2 - y_1$, die sechste y_2 , die siebente $y_3 - y_2$ und die achte λ (die Sechzigstel). (Vgl. Tafel I, II.)

Merkur ist nun (vgl. Fig. 14)¹⁾ der einzige Planet, bei welchem für das Perigäum die Sechzigstel nicht 60, sondern 40 betragen; dies ist in den Merkurstafeln der einzige Umstand, der die Berücksichtigung der Kreisbewegung des Deferentenmittelpunkts verrät, sonst ist die Merkurstafel genau so angelegt, wie die der übrigen Planeten.

¹⁾ Diese Figur gibt Reinhold in den „Theoricae novae planetarum Purbachii, ab Erasmo Reinholdo Salveldensi pluribus figuris auctae etc.“ 1542. Vgl. auch S. 27.

Ist λ negativ, so ist $y = y_2 + \lambda (y_2 - y_1)$ zu nehmen;
ist λ positiv, so ist $y = y_2 + \lambda (y_3 - y_2)$ zu nehmen.

Zur sechsten Spalte ist noch zu bemerken, daß der Wert der Prosthaphäresis negativ ist, wenn $\mu_d + \mu_e - \alpha \geq 180^\circ$ ist.

Die wahre Länge des Planeten, bezogen auf das Apogäum des Deferenten, ist

$$\beta = \mu_d - (\mu - \alpha) + y.$$

Es soll der Ort der Venus am 16. Dezember 138 n. Chr. $3/4 5^h$ früh berechnet werden. Die seit der Epoche verflossene Zeit beträgt $885^a 28^d 16^{3/4} h$. Nach den Tafeln der mittleren Bewegung ergibt sich der mittlere Ort der Sonne zu Schütze $22^\circ 9'$, die mittlere Anomalie zu $230^\circ 31'$. Es ist also, da das Apogäum des Deferenten Stier 25° war,

$$\mu_d = 207^\circ \quad \mu_e = 230^\circ 31'.$$

Für das Argument $207^\circ 9'$, ist nach Spalte 3 und 4

$$\mu_e - \alpha = 1^\circ 7' - 0^\circ 2' = 1^\circ 5'$$

$$\mu_d + \mu_e - \alpha = 207^\circ 9' + 1^\circ 5' = 208^\circ 14' \text{ (Länge)}$$

$$\mu_e - (\mu_e - \alpha) = 230^\circ 31' - 1^\circ 5' = 229^\circ 26' \text{ (Anomalie)}.$$

Mit dem letzten Wert als Argument ergibt Spalte 6: $-45^\circ 43'$.

Zu $207^\circ 9'$ als Argument gibt Spalte 8: $\lambda = \frac{52}{60}$. Dies multipliziert mit $1^\circ 10'$ aus Spalte 7 gibt $+\lambda (y_3 - y_2) = 1^\circ 1'$. Dies addiert zu $y_2 = -45^\circ 43'$ ergibt $46^\circ 44'$. Dies subtrahieren wir von der gefundenen Länge $208^\circ 14'$ und erhalten $161^\circ 30'$. Die Rechnung war also

$$\begin{array}{r} \mu_d = 207^\circ 9' \\ + \mu_e - \alpha = 1^\circ 5' \\ - y = -46^\circ 44' \\ \hline \beta = 161^\circ 30'. \end{array}$$

Der Ort der Venus war also Skorpion $6^\circ 30'$.

Für Merkur soll sein Ort in Länge am 15. November 264 v. Chr. 7^h früh berechnet werden. Die seit der Epoche verflossene Zeit beträgt $483^a 17^d 19^h$. Nach den Tafeln der mittleren Bewegung ergibt sich der mittlere Sonnenort in Skorpion $20^\circ 51'$, die mittlere Anomalie zu $212^\circ 41'$. Es ist also, da das Apogäum des Deferenten in Wage 6° sich befindet,

$$\mu_d = 44^\circ 51' \quad \mu_e = 212^\circ 41'.$$

Für das Argument $44^\circ 51'$ ergibt Spalte 3 und 4:

$$\mu_e - \alpha = 1^0 53'$$

$$\mu_d - (\mu_e - \alpha) = 44^0 51' - 1^0 53' = 42^0 58' \text{ (Länge)}$$

$$\mu_e + (\mu_e - \alpha) = 212^0 41' + 1^0 53' = 214^0 34' \text{ (Anomalie).}$$

Mit dem letzten Wert als Argument ergibt Spalte 6

$$y_2 = -17^0 3', \text{ und Spalte 5 ergibt } y_2 - y_1 = 2^0 54'.$$

Das Argument $44^0 51'$ ergibt aus Spalte 8: $\lambda = \frac{29}{60}$. Dies multipliziert mit $2^0 54'$ ergibt $\lambda \cdot (y_2 - y_1) = 1^0 25'$. Dies subtrahiert von y_2 ergibt $15^0 38'$. Dieser Wert wird von $42^0 58'$ subtrahiert, und man erhält $\beta = 27^0 20'$. Die Rechnung war also:

$$\begin{array}{r} \mu_d = 44^0 51' \\ - (\mu_e - \alpha) = 1^0 53' \\ \hline y = -15^0 38' \\ \hline \beta = 27^0 20'. \end{array}$$

Der Ort des Merkur war also Skorpion $3^0 20'$.

Man sieht also, daß Ptolemäus in einfacher und sinnreicher Weise mit Hilfe der Tafeln die Aufgabe löst, zu einer gegebenen Zeit den Ort der Planeten in Länge zu berechnen.

12. Die Stillstände des Merkur und der Venus¹⁾.

Im 1. Kapitel des 12. Buches des Almagest beginnt Ptolemäus mit der Betrachtung der Rückläufigkeitsstrecken der Planeten und zeigt, daß auch die zahlenmäßigen Beträge dieser Bewegungen sich aus seinen Hypothesen in ausreichender Übereinstimmung mit den Beobachtungsergebnissen ableiten lassen. In Fig. 22 seien S und S' die Stillstandspunkte des Planeten, wenn sich der Epizykelmittelpunkt P_m in der mittleren Entfernung r_d von der Erde befindet, und T und T' die Punkte, welche die gleiche Länge haben. Nach dem Lehrsatz des Apollonius von Perga bestehen folgende Gleichungen:

$$\frac{1}{2} \frac{TS}{ES} = \frac{\omega_d}{\omega_e} \qquad \frac{1}{2} \frac{T'S'}{ES'} = \frac{\omega_d}{\omega_e}.$$

ω_d bezeichnet die zodiakele, ω_e die anomalistische Geschwindigkeit.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{2} TS}{\frac{1}{2} TS + ES} &= \frac{\omega_d}{\omega_d + \omega_e} \\ \frac{ES}{\frac{1}{2} TS + ES} &= \frac{\omega_e}{\omega_d + \omega_e}. \end{aligned}$$

¹⁾ Vgl. Seite 21—24.

Bezeichnet man $\angle P_mES$ mit μ , so ist

$$\frac{1}{2} TS + ES = r_d \cdot \cos \mu, \text{ mithin}$$

$$\frac{1}{2} TS = \frac{\omega_d}{\omega_d + \omega_e} \cdot r_d \cos \mu$$

$$ES = \frac{\omega_e}{\omega_d + \omega_e} r_d \cdot \cos \mu.$$

Da aber $ES (ES + ET) = r_d^2 - r_e^2$ ist, so erhält man

$$\cos^2 \mu = \frac{(r_d^2 - r_e^2) (\omega_d + \omega_e)^2}{r_d^2 \omega_e (2 \omega_d + \omega_e)}.$$

Es treten also Stationen nur ein, wenn $\cos^2 \mu < 1$ oder wenn $\frac{\omega_d}{\omega_e} < \frac{r_e}{r_d - r_e}$ ist. Es sei v der Bogenabstand des Punktes S vom Perigäum des Epizykels, $v = B'P_mS$, dann ist

$$\sin (\mu + v) = \frac{r_d}{r_e} \sin \mu.$$

Die Zeit t für die Dauer einer halben Retrogradation beträgt $t = \frac{SP_mB'}{\omega_e} = \frac{v}{\omega_e}$, und die Größe des halben retrograden Bogens $B = \mu - t\omega_d$, wenn man bedenkt, daß P_m in der Zeit t sich um den Bogen $t\omega_d$ bewegt hat.

Für Merkur ist $r_d = 60^p$, $r_e = 22\frac{1}{2}^p$

„ Venus „ $r_d = 60^p$, $r_e = 43\frac{1}{6}^p$.

Bei der mittleren Entfernung findet Ptolemäus für Merkur als Zeit der Retrogradation $2t = 22\frac{1}{2}$ Tage, die Größe des retrograden Bogens $2B = 12^\circ 17' 10''$ und $2v = 34^\circ 27' 10''$.

Ist $r_{d1} = 68^p 36'$, also bei der größten Entfernung findet er $2t_1 = 21$ Tage, $2B_1 = 7^\circ 54' 22''$ und $2v_1 = 65^\circ 44' 52''$.

Ist $r_{d2} = 55^p 34'$, also bei der geringsten Entfernung findet er $2t_1 = 23$ Tage, $2B_2 = 15^\circ 12' 46''$ und $2v = 71^\circ 0' 30''$.

Bei der mittleren Entfernung findet Ptolemäus für Venus als Zeit der Retrogradation $2t = 41\frac{2}{3}$ Tage, die Größe des retrograden Bogens $B = 15^\circ 17' 34''$ und $2v = 25^\circ 44' 48''$.

Ist $r_d = 61^p 10'$, also bei der größten Entfernung findet er $2t = 43$ Tage, $2B = 16^\circ 25' 26''$, $2v = 28^\circ 7' 34''$.

Ist $r_d = 58^p 50'$, also bei der geringsten Entfernung findet er $2t = 40\frac{2}{3}$ Tage, $2B = 14^\circ 4' 38''$ und $2v = 23^\circ 28' 48''$.

Um für eine beliebige Lage des Epizykelmittelpunktes die Stillstandspunkte angeben zu können, stellt Ptolemäus eine Tafel auf, die für die mittlere Länge als Argument die Anomalie der

Stationen angibt. (Vgl. Tafel III.) Für ein gegebenes Argument sei die zugehörige Entfernung des Epizykelmittelpunktes von der Erde r_d' und es bestehe die Gleichung

$$r_d \leq r_d' \leq r_{d1},$$

dann gilt für das entsprechende v' die Proportion:

$$\frac{v' - v}{v_1 - v} = \frac{r_d' - r_d}{r_{d1} - r_d}.$$

Ist aber $r_{d2} \leq r_d' \leq r_d$, so verhält sich

$$\frac{v' - v}{v_2 - v} = \frac{r_d' - r_d}{r_{d2} - r_d}.$$

Ptolemäus gibt im 7. Kapitel des 12. Buches für alle Planeten bei einer mittleren Länge von 30° die Stillstandspunkte als Beispiel an. Er findet durch Rechnung und nach der Tafel III für Merkur: Länge 30° , $r_d' = 66^p 35'$, Stillstandspunkte $146^\circ 39'$ und $213^\circ 21'$; für Venus: Länge 30° , $r_d' = 61^p 6'$, Stillstandspunkte $166^\circ 0'$ und $194^\circ 0'$.

13. Die Schwankungen des Merkur und der Venus in Breite ¹⁾).

Alle Ausführungen des Ptolemäus über die Bewegungen der Planeten in Breite sind im XIII. Buche des Almagest enthalten. Das Wort „Breite“ bei Ptolemäus bedeutet sowohl das, was wir heute darunter verstehen, als auch unser „Argument der Breite“. Im XIII. Buche des Almagest ist mit „Breite“ der senkrechte Abstand des Planeten von der Ekliptik gemeint. Während für die oberen Planeten der Deferent eine konstante Neigung zur Ekliptik und die Knotenlinie eine konstante Lage hat, treten für Merkur und Venus neue Komplikationen auf. Zwar ist bei beiden Planeten die Apsidenlinie senkrecht zur Knotenlinie des Deferenten, so daß Apogäum und Perigäum des Deferenten die größten Breiten haben. Die Knotenlinie ist **Fig. 23** auch bei ihnen unbeweglich, dagegen ist die Neigung der Deferentenebene zur Ekliptik variabel. Als die mittlere Lage der Deferentenebene kann man die Ekliptik bezeichnen, um diese mittlere Lage führt sie eine Schaukelbewegung aus, deren Periode mit einem Umlauf im Deferenten zusammenfällt. Befindet

¹⁾ Vgl. Manitius, Ptolemäus' Handbuch der Astronomie. II. S. 325 ff., S. 421 ff. Die Ausführungen von Herz, Gesch. d. Bahnbest. S. 143 ff. und Boelk, Darstellung und Prüfung der Merkurtheorie des Ptolemäus, S. 37, zu diesem Teile der Theorie sind sehr dürftig ausgefallen.

sich der Epizykelmittelpunkt in einem der beiden Knoten, so nimmt die Deferentenebene ihre mittlere Lage ein, fällt mit der Ekliptik zusammen. Befindet er sich in C oder C', so hat der Neigungswinkel des Deferenten ein Maximum erreicht. Die Folge davon ist, daß der Epizykelmittelpunkt niemals auf die andere Seite der Ekliptik gelangt, sondern sie nur in den Knoten berührt. Der hierdurch entstehende Teil der Breite ist für Venus stets nördlich, bei Merkur stets südlich, mag der Epizykelmittelpunkt im Apogäum oder Perigäum des Deferenten stehen. Die Figur gilt für Venus, bei Merkur vollzieht sich die Bewegung der Deferentenhälfte unterhalb d. i. südlich der Ekliptikebene.

Bei Merkur und Venus bleibt sich der Epizykel während seines ganzen Umlaufes parallel, hat also eine konstante Neigung gegen die Deferentenebene. Die beiden Figuren 24 und 25 sind vom nördlichen Pol der Bahnebene gesehen zu denken. Der Deferent erscheint kreisförmig, die Epizykel perspektivisch verkürzt. Befindet sich der Epizykelmittelpunkt im Apogäum C und bewegt sich der Planet vom Epizykelapogäum π vorwärts, so geht er bei der Venus nach Norden, bei Merkur nach Süden.

Einen frei herumgetragenen Epizykel, der eine sich selbst parallel bleibende Lage beibehält, konnten die Alten sich nicht gut vorstellen. Sie beurteilten die Stellung des Epizykels nach seiner Neigung zum Visionsradius. Diese zerlegten sie in zwei Neigungen; nämlich die Neigung zweier bevorzugter, auf einander senkrechter Durchmesser des Epizykels. Der eine liegt im Visionsradius, geht durch die scheinbaren Apogäen des Epizykels; ihn kann man bezeichnen als den radialen Durchmesser oder kurz den Durchmesser des Epizykels, der andere ist auf diesem senkrecht, bringt die größten Elongationen hervor; ihn kann man als tangentialen Durchmesser oder kurz den Quermesser des Epizykels bezeichnen. Beide Durchmesser besitzen eine variable Neigung gegen die Deferentenebene. So zeigt Fig. 24 für die Venus, daß die Neigung des Durchmessers in C und C' verschwindet, in den Knoten ein Maximum erreicht, dagegen die Neigung des Quermessers gerade in den Knoten verschwindet, dagegen in C und C' den größten Betrag erreicht. Die Fig. 25 zeigt die entsprechenden Verhältnisse für Merkur. Sie sind anders, wie bei der Venus, was vor allem in den Vorzeichen zur Geltung kommt. Den Neigungswinkel des Durchmessers nennt Ptolemäus $\epsilon\gamma\kappa\lambda\iota\sigma\iota\varsigma$ = Neigungswinkel des Epizykels, den Neigungs-

winkel des Quermessers nennt er $\lambda\acute{o}\xi\omega\sigma\iota\varsigma$ = Winkel des Schiefstandes.

Die Figuren 26 und 27¹⁾ geben nun eine Vorstellung von der Lage und dem Verlauf dieser Neigungen bei Venus bzw. Merkur. Die Epizykeln sind in den Apogäen C und Perigäen C', die mit den Grenzpunkten der Breite zusammenfallen, und in den Knoten Ω und \mathfrak{O} der Bahn dargestellt. Die Planeten sind in die Apogäen A und Perigäen P ihrer Epizykeln, sowie in die Berührungspunkte der Tangenten an die Epizykeln gesetzt, in denen für den Beobachter in E die größten Elongationen eintreten. Die genau berechneten Anomalien für diese Punkte sind bei Venus 138° und 222° , bei Merkur 111° und 249° . In den Figuren ließ sich dies nicht perspektivisch genau darstellen. In den Figuren ist der Ausgangspunkt der bei beiden Planeten zunächst nach Norden gerichteten Hebung des radialen Durchmessers, und zwar das in Frage kommende Perigäum des Epizykels mit P* bezeichnet. Ebenso ist der Ausgangspunkt der Hebung des tangentialen Durchmessers über seine punktiert gezeichnete Normallage, und zwar der auf der Abendseite des Epizykels liegende Endpunkt a des Quermessers, mit a* bezeichnet. Auch diese Hebung ist bei beiden Planeten zunächst nördlich gerichtet.

Für Venus verleiht der Neigungswinkel des Deferenten sowohl in der Erdferne wie in der Erdnähe dem im Apogäum oder Perigäum seines Epizykels stehenden Planeten eine nördliche Breite von $\frac{1}{6}^{\circ}$. Während der Epizykel sich bis zu den Knoten bewegt, nimmt dieser Winkel ab, bis er in den Knoten gleich Null wird, um von dort aus wieder bis zu seinem Maximum anzuwachsen.

Der Neigungswinkel des Epizykels ist im Apogäum und Perigäum des Deferenten gleich Null, nimmt dann zu bis zu seinem Maximum von $2\frac{1}{2}^{\circ}$ in den Knoten. Befindet sich der Planet im Perigäum seines Epizykels, wenn der Epizykelmittelpunkt sich in den Knoten des Deferenten befindet, so erscheint dem Beobachter in E die größte nördliche und südliche Breite in Ω und \mathfrak{O} , hervorgerufen durch Hebung des radialen Durchmessers, unter einem Winkel von $6^{\circ}22'$. Befindet er sich aber im Apogäum seines Epizykels, so erscheint die

¹⁾ Vgl. Manitius, Ptolemäus' Handbuch d. A. II. Seite 421 ff.

nördliche Breite in \varnothing und die südliche Breite in \odot unter einem Winkel von $1^{\circ}2'$.

Der Winkel des Schiefstandes erreicht im Mittel ein Maximum von $3\frac{1}{2}^{\circ}$ und ist in den Knoten gleich Null. Wenn der Planet in seinen größten Elongationen von der mittleren Sonne sich befindet, so erhält durch dieses Maximum des Schiefstandes die Breite des Planeten im Apogäum des Deferenten für einen Beobachter in E einen Abzug (auf der Abendseite a) oder Zusatz (auf der Morgenseite m) von $2^{\circ}27'$, im Perigäum des Deferenten aber einen Abzug (auf der Morgenseite m) oder Zusatz (auf der Abendseite a) von $2^{\circ}34'$.

Für Merkur verleiht der Neigungswinkel des Deferenten dem im Apogäum oder Perigäum des Epizykels befindlichen Planeten sowohl in Erdferne wie Erdnähe eine südliche Breite von $\frac{3}{4}^{\circ}$. Dieser Winkel wird in den Knoten gleich Null.

Das Maximum des Neigungswinkels des Epizykels ist $6\frac{1}{4}^{\circ}$. Die Breite des Planeten erscheint dem Beobachter in E unter einem Winkel von $4^{\circ}5'$, wenn der Planet sich im Perigäum seines Epizykels befindet, von $1^{\circ}46'$, wenn er sich im Apogäum desselben befindet.

Der Winkel des Schiefstandes hat im Mittel ein Maximum von 7° . Die dadurch bedingte Breite erscheint dem Auge in E in der Erdferne unter einem Winkel von $2^{\circ}17'$, in der Erdnähe von $2^{\circ}46'$.

Bei der Tabulierung¹⁾ verfährt Ptolemäus nun folgendermaßen:

In den Knoten der Bahn hängt die Breite offenbar nur von dem Winkel im Epizykel ab. Der durch die Pole des Epizykels gezogene Kreis dient zum Messen der Neigungswinkel des Epizykels. Dieser ist von derselben Größe wie der Epizykel selbst. Der Winkel, unter welchem der von dem Neigungswinkel unterspannte Bogen dieses Kreises dem Beobachter in E erscheint, ist gleich der Prosthaphäresis der Anomalie, welche einen gleichgroßen Abstand des Planeten von dem genauen Apogäum oder Perigäum des Epizykels mißt. Man kann also die Anomalietabellen in der sechsten Spalte benutzen, welche die Prosthaphäresis der Anomalie in der mittleren Entfernung bietet. Nach dieser Spalte in der Tabelle der Venus erscheint ein Epizykelbogen von 6° am

¹⁾ Vgl. Tafel IV.

Apogäum des Epizykels dem Beobachter unter einem Winkel von $2^{\circ}30'$, sodaß auf einen Grad $0^{\circ}25'$ entfallen; mithin wird ein Bogen des Meßkreises, der am Apogäum des Epizykels den Neigungswinkel von $2\frac{1}{2}^{\circ}$ überspannt, dem Beobachter unter einem Winkel von $(0^{\circ}25' \times 2\frac{1}{2}) = 1^{\circ}2'30''$ erscheinen.

Am Perigäum des Epizykels erscheint ein Epizykelbogen von 3° dem Beobachter unter einem Winkel $7^{\circ}38'$, so daß auf einen Grad $2^{\circ}33'$ kommen; mithin ergibt sich für einen Bogen des Meßkreises, der am Perigäum des Epizykels den Neigungswinkel von $2\frac{1}{2}^{\circ}$ überspannt, beim Beobachter ein Winkel von $(2^{\circ}33' \times 2\frac{1}{2}) = 6^{\circ}22'$.

Für Merkur kommen nach der sechsten Spalte der Anomalietabelle auf einen Grad am Apogäum des Epizykels $(98' : 6 =)$ rund $0^{\circ}17'$, mithin erscheint der am Apogäum den Neigungswinkel von $6\frac{1}{4}^{\circ}$ überspannende Bogen des Meßkreises dem Beobachter unter einem Winkel von $(0^{\circ}17' \times 6\frac{1}{4}) = 1^{\circ}46'$. Ptolemäus setzt $1^{\circ}45'$. Auf einen Grad am Perigäum kommen $0^{\circ}36'$, der Bogen des Meßkreises erscheint entsprechend unter einem Winkel von $(0^{\circ}36' \times 6\frac{1}{4}) = 3^{\circ}45'$. Ptolemäus hat $4^{\circ}5'$, er hat also auf einen Grad am Perigäum statt $0^{\circ}36'$ vielmehr $0^{\circ}39'$ in Anrechnung gebracht.

Für die Tabulierung der Schiefstände nimmt Ptolemäus das Maximum zu $2^{\circ}30'$ als Mittel für beide Planeten. Die Differenz dieses Mittelwertes gegenüber den im Apogäum und Perigäum gefundenen Werten erscheint ihm bei Venus so gering, daß er sie vernachlässigt. Es rührt diese Differenz her von der geringen Exzentrizität der Venusbahn, so daß für sie ohne großen Fehler die Erde im Mittelpunkt des Deferenten angenommen werden konnte. Bei Merkur aber macht sich die große Exzentrizität bemerkbar. Im Apogäum bleibt der Wert des Schiefstandes ($2^{\circ}17'$) hinter dem Mittelwert ($2^{\circ}30'$) um $13'$, also nahezu um $\frac{1}{10}$ des ganzen Betrages zurück, im Perigäum übertrifft der Wert des Schiefstandes ($2^{\circ}46'$) den Mittelwert ($2^{\circ}30'$) um $16'$, also wieder nahezu um $\frac{1}{10}$ des ganzen Betrages. Zwischen größter und mittlerer Entfernung ist der Mittelwert um $\frac{1}{10}$ zu verkleinern, zwischen mittlerer und kleinster Entfernung um $\frac{1}{10}$ zu vergrößern. (Dies trifft in der vierten Spalte der Tafel des Merkur für die ersten 15 Zeilen bzw. die darunterstehenden zu).

Die in den Tafeln angegebenen Werte für die beiden Neigungen gelten nur für den Fall, daß sich der Epizykel der Pla-

neten in den erwähnten ausgezeichneten Punkten der Bahn befindet. Für eine beliebige Lage des Epizykels setzt sich also die Breite aus einem Bruchteil der Neigung des Epizykels und einem solchen der Neigung des Schiefstandes zusammen. Zur Ermittlung dieser Bruchteile dient die fünfte Spalte der Tafeln, überschrieben „Sechzigstel“, die mit dem Winkel im Deferenten entnommen werden. Die zahlenmäßigen Beträge der Neigungswinkel und Schiefstände sind nun nicht weit entfernt von dem Betrage (5^0), der bei dem schiefen Kreise des Mondes in Betracht kommt, und auch die Einzelbeträge der unter so kleinen Neigungswinkeln eintretenden Abweichungen (in Breite) stehen nahezu wieder in entsprechendem Verhältnis zu den wechselnden Breiten des Mondes. Ptolemäus hat darum (Almagest, 13. Buch. 4. Kapitel [Schluß]) die Ansätze der Breite in den Tafeln für den Mond mit 12 multipliziert d. h. die dort für die Breite des Mondes angesetzten Fünftel des Maximums von 5^0 sind für die Tabellen der Planeten in Sechzigstel eines mit 60 angenommenen Maximums verwandelt worden. So wird z. B. der zur Argumentzahl 30 gesetzte Bruchteil $4\frac{1}{3}$ von 5^0 der Breite des Mondes für die Planetentabellen nach dem Verhältnis $4\frac{1}{3} : 5 = X : 60$ mit $X = 4\frac{1}{3} \times 12$ das ist mit $52'$ gefunden.

Bei der Nachprüfung dieser Multiplikation fand Manitius für eine Reihe von Argumentzahlen einen Rechnungsfehler, der merkwürdigerweise stets auf ein Minus von $12''$ hinausläuft, eine Differenz, die auf das schließliche Ergebnis der Berechnung der Breite natürlich keinen wesentlichen Einfluß haben kann.

Die Multiplikation mit 12 ergibt:

12 ⁰ u. 168 ⁰	aus 4 ⁰ 54'	nicht 58' 36''	sondern 58' 48''
24 ⁰ „ 156 ⁰	„ 4 ⁰ 34'	„ 54' 36''	„ 54' 48''
36 ⁰ „ 144 ⁰	„ 4 ⁰ 3'	„ 48' 24''	„ 48' 36''
42 ⁰ „ 138 ⁰	„ 3 ⁰ 43'	„ 44' 24''	„ 44' 36''
72 ⁰ „ 108 ⁰	„ 1 ⁰ 33'	„ 18' 24''	„ 18' 36''
78 ⁰ „ 102 ⁰	„ 1 ⁰ 3'	„ 12' 24''	„ 12' 36''

Hierüber bei den Argumentzahlen

99 ⁰	aus 0 ⁰ 48'	nicht 9' 24''	sondern 9' 36''
111 ⁰	„ 1 ⁰ 48'	„ 21' 24''	„ 21' 36''
135 ⁰	„ 3 ⁰ 32'	„ 42' 12''	„ 42' 24''
153 ⁰	„ 4 ⁰ 27'	„ 53' 12''	„ 53' 24''
165 ⁰	„ 4 ⁰ 50'	„ 57' 48''	„ 58' 0''

(Ptolemäus, Handbuch d. A. II. Seite 428.)

Diese Sechzigstel in der fünften Spalte ergeben nun auch in sehr einfacher Weise noch die Neigung des Deferenten, den dritten und letzten Faktor der Breite. Dieser

Neigungswinkel, der im Mittelpunkt des Deferenten gebildet ist, beträgt für Venus z. B. im Maximum $\frac{1}{6}^{\circ}$ und entfällt stets auf nördliche Breite. Er wird nun, während der Epizykel vom nördlichen Grenzpunkt zum Knoten läuft, nicht nur dadurch kleiner, daß der Epizykelmittelpunkt sich immer mehr der Ekliptik nähert, sondern auch dadurch, daß sich gleichzeitig die Ebene des Deferenten zur Ebene der Ekliptik herabsenkt (Fig. 23), bis sie, wenn der Epizykelmittelpunkt in den Knoten anlangt, mit ihr zusammenfällt. Die Sechzigstel, nach denen man die Verkleinerung oder Vergrößerung dieses Neigungswinkels vorzunehmen hat, sind stets die der fünften Spalte, welche auf die Abnahme oder Zunahme des Schiefstandes entfallen: abnehmende, wenn die Länge im ersten und dritten Quadranten liegt, zunehmende, wenn im zweiten und vierten.

Für den Gebrauch der Breitentabellen gibt Ptolemäus folgende Anordnung: Zuerst gehen wir mit der genau berechneten Zahl der Anomalie in die Argumentzahlen ein und notieren uns die in der dritten und vierten Spalte der Breite stehenden Beträge getrennt, und zwar die aus den dritten Spalten ohne weiteres, dagegen den Betrag aus der vierten Spalte des Merkur mit Abzug von $\frac{1}{10}$ des Betrages, wenn die genau berechnete Länge in den ersten 15 Zeilen steht, und mit Zusatz von $\frac{1}{10}$, wenn in den darunter stehenden Zeilen.

Die Argumentzahlen sind von den Apogäen aus gerechnet. Für die Breite, die dem Epizykel aus der Neigung des Deferenten entsteht, sind aber die Zahlen der genau berechneten Länge maßgebend, die von den Grenzpunkten der größten Breite ab gezählt werden. Diese fallen nur bei Venus und Merkur genau mit dem Apogäum des Deferenten zusammen. Bei der Berechnung der scheinbaren Örter in Länge nimmt Ptolemäus Rücksicht auf das derzeitige Apogäum, nicht aber bei der Berechnung der Breite, und doch wäre gerade bei Venus und Merkur eine solche Rücksicht notwendig gewesen; denn je schneller ein Planet sich bewegt, um so mehr macht sich eine Veränderung in Breite bei ihm bemerkbar, und um so leichter und größer kann ein Fehler in der Berechnung auftreten, die für weit zurückliegende Jahrhunderte gemacht wird.

Über die von Ptolemäus geforderten Zusätze (vgl. S. 66) zur genau berechneten Länge bei der Venus und Merkur sagt Manitius II. Seite 426: Ist bei der Venus die genau berechnete Länge unter 90° d. h. steht der Epizykel zwischen dem nördlichen Grenzpunkt des erdfernen Halbkreises des Deferenten und dem Knoten am Ende des ersten Quadranten, so führt der Zusatz von 90° zu der Reihe der zunehmenden Sechzigstel des zweiten Quadranten, die von dem notierten Betrag des Neigungswinkels des Epizykels genommen werden sollen. Denn im ersten Quadranten des Deferenten d. i. vom Apogäum

bis zum Knoten, nimmt die südliche Breite des Planeten, welche der Neigungswinkel des Epizykels verleiht, von 0° bis $6^\circ 22'$ zu. Fällt die genau berechnete Länge aber in den zweiten Quadranten, in welchem die südliche Breite des Planeten mit dem Neigungswinkel bis zum Perigäum wieder abnimmt, so führt der Zusatz von 90° zu der Reihe der abnehmenden Sechzigstel des dritten Quadranten, die von dem notierten Betrag des Neigungswinkels genommen werden sollen. Daß durch denselben Zusatz der entsprechende Erfolg erreicht wird, wenn die genau berechnete Länge in den dritten und vierten Quadranten des Deferenten fällt, ist ohne weiteres klar (vgl. Manilius II. S. 427).

Bei dem Merkur wird als Zusatz zur genau berechneten Länge ein Halbkreis mehr als bei der Venus, d. s. 270° , vorgeschrieben, weil bei ihm dem Neigungswinkel entsprechend die südliche Breite im dritten Quadranten, d. i. vom Perigäum ab bis zum Knoten zunimmt und im vierten Quadranten bis zum Apogäum wieder abnimmt. Fällt z. B. die Länge des Epizykels mit 183° in den dritten Quadranten, zu welchem in der Tabelle abnehmende Sechzigstel angesetzt sind, so führt der Zusatz 270° zu der Argumentzahl ($183^\circ + 270^\circ - 360^\circ = 93^\circ$) d. i. in die Reihe der zunehmenden Sechzigstel, zu welcher bei dem entsprechenden Stande des Epizykels der Venus in dem ersten Quadranten der Zusatz 90° führte. Dasselbe Ergebnis würde für den Merkur auch durch Abzug von 90° erreicht werden; in beiden Fällen wird die Argumentzahl der Länge in den vorhergehenden Quadranten verlegt, welcher die der Zunahme oder Abnahme des Neigungswinkels entsprechenden Sechzigstel enthält.

Keines Zusatzes bedarf es bei der Venus zur genau berechneten Länge um die Sechzigstel zu erhalten, welche die durch den Schiefstand verursachte Breite betreffen; denn da die nach Norden gehobene Abendseite des Epizykels im ersten Quadranten d. i. vom Apogäum zum Knoten, sich zur Ebene der Ekliptik herabsenkt, worauf sich im zweiten Quadranten bis zum Perigäum die Morgenseite wieder nach Norden emporhebt, so führen die gegebenen Grade der Länge ohne weiteres zu den erforderlichen ab- oder zunehmenden Sechzigsteln.

Bei dem Merkur vollzieht sich der entsprechende Verlauf des Schiefstandes im dritten und vierten Quadranten des Deferenten d. i. vom Perigäum bis zum Apogäum, mithin gleichfalls einen Halbkreis weiter vorwärts als bei der Venus. Nun stehen aber bei den genau berechneten Längen, welche in diese Quadranten fallen, d. h. bei den Argumentzahlen der zweiten Spalte von unten nach oben, dem Verlauf des Schiefstandes durchaus entsprechend, im dritten Quadranten abnehmende und im vierten Quadranten zunehmende Sechzigstel; die gegebene Länge führt also geradeso gut wie bei der Venus ohne weiteres zu den dem Verlaufe des Schiefstandes entsprechenden Sechzigsteln. Der Zusatz von 180° , der die Argumentzahlen der zweiten Spalte zu den ebenfalls erst abnehmenden, dann zunehmenden Sechzigsteln des ersten und zweiten Quadranten führt, ist demnach in dieser Hinsicht belanglos, wird aber maßgebend für die Erzielung derjenigen Länge, von welcher der Ausfall nördlicher oder südlicher Breite des Schiefstandes abhängt. So führt z. B. die Länge von 20° ebenso gut wie die um 180° vermehrte Länge von 200° zu $58\frac{1}{60}$, während nur letztere bei der unter 180° bleibenden Anomalienzahl 108 zu der erforderlichen südlichen Breite führt.

I. Alsdann addieren wir zur genau berechneten Länge jedesmal bei der Venus 90^0 , bei dem Merkur 270^0 , ziehen, wenn es geht, 360^0 Grad ab, und gehen mit dem Ergebnis in dieselben Argumentzahlen ein. So viel Sechzigstel, als in der fünften Spalte bei der Argumentzahl stehen, nehmen wir nun von den aus der dritten Spalte notierten Beträgen und stellen das Ergebnis fest. Dieses gibt 1. wenn die mit dem angegebenen Zusatze versehene Länge in den ersten 15 Zeilen steht, südliche Breite, wenn die genau berechnete Anomalie in den ersten 15 Zeilen steht, sonst nördliche Breite; 2. wenn die mit dem angegebenen Zusatze versehene Länge unter die ersten 15 Zeilen fällt, nördliche Breite, wenn die genau berechnete Anomalie in den ersten 15 Zeilen steht, sonst südliche Breite.

II. Nun gehen wir mit der genau berechneten Länge bei Venus ohne weiteres, bei Merkur unter Zusatz von 180^0 in dieselben Argumentzahlen ein, nehmen soviel Sechzigstel, als in der fünften Spalte dabei stehen, von den aus der vierten Spalte notierten Beträgen und stellen das Ergebnis fest. Dieses gibt an: 1. wenn die Länge in die ersten 15 Zeilen fiel, nördliche Breite, wenn die genau berechnete Anomalie bis 180^0 geht, südliche Breite, wenn sie über 180^0 geht; 2. wenn die Länge unter die ersten 12 Zeilen fällt, südliche Breite, wenn die genau berechnete Anomalie bis 180^0 geht, nördliche Breite, wenn sie über 180^0 hinausgeht.

III. Schließlich nehmen wir von den bei II. gebrauchten Sechzigsteln denselben Bruchteil und bringen von dem Ergebnis bei Venus $\frac{1}{6}$, was stets auf nördliche, und beim Merkur $\frac{3}{4}$ davon, was stets auf südliche Breite entfällt, noch in Ansatz.

Beispiel einer Breitenberechnung für Venus.

Es soll berechnet werden, welche Breite Venus am 29./30. Tybi (16. Dezember) 138 n. Chr. $\frac{3}{4}5^h$ früh hatte. Die Länge war mit $208^014'$, die Anomalie mit $229^026'$ festgestellt. Zu letzterem Werte entnehmen wir aus der dritten Spalte $1^033'$ (Neigung des Epizykels) und aus der vierten Spalte $2^029'$ (Neigung des Schiefstandes).

Berechnet ist die Breite von $1^033'$ unter der Voraussetzung, daß der Epizykel in einem der Knoten sich befindet und der Planet auf dem Epizykel rund 50^0 über das Perigäum hinaus ist, mithin die größte Elongation als Morgenstern bereits einige Grade hinter sich hat. Bei einer Länge von 208^0 würde die

Breite von $1^{\circ}33'$ erst im zweiten Knoten, das ist bei 270° Länge eintreten, denn im Perigäum, bei einer Länge von 180° , also im Anfange des dritten Quadranten ist die Breite wie der Neigungswinkel gleich Null. Während der Epizykelmittelpunkt von 180° bis 208° fortschreitet, wächst der Neigungswinkel des Epizykels und wird der Planet in Breite gehoben, und zwar im Betrage der zunehmenden Sechzigstel, zu welchen die um 90° vermehrte Länge führt.

$208^{\circ} + 90^{\circ} = 298^{\circ}$, dazu gehören aus der fünften Spalte $\frac{28}{60}$; dies ist von dem Höchstbetrag der Breite $1^{\circ}33'$, den der Planet in dem gegebenen Epizykelgrad erst im Knoten erreicht, abzuziehen. Wir erhalten als Breite $0^{\circ}43'$ und zwar nördliche Breite.

Auch die durch den Schiefstand hervorgerufene Breite von $2^{\circ}29'$ gilt nur für die Annahme, daß der Epizykel in einem der Knoten stehe und der Planet auf dem Epizykel den Berührungspunkt der Tangente auf der nach Norden gehobenen Morgenseite überschritten hat. $2^{\circ}29'$ ist die Breite, die erst am Ende des zweiten Quadranten, das ist im Perigäum eintritt, wenn bei einer Länge von 180° der Planet durch das Maximum des Schiefstandes gehoben erscheint. Schreitet der Epizykel um 28° weiter fort, so muß der Winkel, unter dem der Schiefstand erscheint, kleiner werden und zwar entsprechend den abnehmenden Sechzigsteln der fünften Spalte, welche den Längen zwischen 180° und 270° entsprechen. 208° Länge entsprechen $\frac{52}{60}$, diese multipliziert mit $2^{\circ}29'$ ergeben eine Breite von $2^{\circ}9'$, und zwar nördliche Breite.

Für den dritten Faktor der Breite, die Neigung des Deferenten, müssen wir in Ansatz bringen $\frac{52}{60}$ von $\frac{1}{6}^{\circ}$, also $\frac{52}{60}$ von $0^{\circ}10'$, das gibt $0^{\circ}8'40''$, davon sind wiederum $\frac{52}{60}$ in Ansatz zu bringen, das ergibt $0^{\circ}7'30'' = \frac{1}{8}^{\circ}$ als die durch die Neigung des Deferenten verursachte nördliche Breite des Planeten.

Die Berechnung konnte auch in folgender Form geführt werden:

$$\frac{52}{60} \times \frac{52}{60} \times \frac{1^{\circ}}{6} = \frac{2704}{3600} \times \frac{1^{\circ}}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{1^{\circ}}{6} = \frac{1^{\circ}}{8} = 0^{\circ}7'30''.$$

Den Grund siehe Seite 60.

Somit setzt sich der Gesamtbetrag der nördlichen Breite der Venus aus den drei Teilbeträgen zusammen, nämlich

$$0^{\circ}43' + 2^{\circ}9' + 0^{\circ}7'30'' = 2^{\circ}59'30'',$$

wogegen Ptolemäus nur $2^{\circ}40'$ findet.

5*

Beispiel einer Breitenberechnung für Merkur.

Es soll die Breite berechnet werden, welche Merkur am 18./19. Thoth (15. November) 265 v. Chr. 7^h früh hatte. Die Länge war mit 42° 58', die Anomalie mit 212° 41' festgestellt. Zu dieser Anomalie liefert die dritte Spalte 2° 57', die vierte Spalte 1° 53' als Breite. Von 1° 53' müssen, weil die Länge auf den erdfernen Halbkreis des Deferenten entfällt, $\frac{1}{10} = 0° 11'$ abgezogen werden. Zu der um 270° vermehrten Länge (42° 58' + 270° =) 312° 58' gibt die fünfte Spalte $\frac{41}{60}$; diese, multipliziert mit 2° 57', ergeben 2° 1' nördliche Breite. Die um 180° vermehrte Länge (42° 58' + 180° =) 223° ergeben in der fünften Spalte $\frac{43}{60}$; diese, multipliziert mit (1° 53' — 0° 11' =) 1° 42', ergeben 1° 12' nördlicher Breite. Endlich haben wir

$$\frac{43}{60} \times \frac{43}{60} \times \frac{3^0}{4} = \frac{1849}{3600} \times \frac{3^0}{4} = \frac{3^0}{8} = 0^0 23'$$

südlicher Breite. Das Endergebnis ist (2° 1' + 1° 12' — 0° 23' =) 2° 50' nördlicher Breite, welches die Angabe der Breite bei Ptolemäus nur um ein geringes überschreitet.

Schluß.

Was nun die Genauigkeit der Beobachtungen und Rechnungen des Ptolemäus in seinen Ausführungen über Merkur und Venus angeht, so haben sich in unserer Darstellung öfters Abweichungen von den ptolemäischen Werten ergeben. Das ist in verschiedenen Umständen begründet. So sind nicht alle Beobachtungen und Rechnungen auf dieselbe Epoche und denselben Beobachtungsort (Meridian von Alexandrien) reduziert ¹⁾. Ferner gibt Ptolemäus die Stellung der Planeten oft in der Entfernung von einem Fixstern an und benutzt als Entfernungsmaß den Mondhalb- bzw. Durchmesser, variiert aber diese Einheit; ferner gibt er die Zeit der Beobachtung bisweilen mit, bisweilen ohne die Berücksichtigung der Zeitgleichung. In seinen Rechnungen liebt er kleine Zahlen in den Nennern der vorkommenden Brüche und rundet einmal schon während der Rechenoperation ab, einmal erst im Endergebnis. In früheren Zeiten hat man dem Ptolemäus wohl den Vorwurf gemacht, er habe seine Beobachtungen nicht selbst gemacht, sondern sie seinem

¹⁾ Vgl. de la Lande's zweites Memoire sur la théorie de Mercure, Paris 1766.

System entsprechend erfunden. Vor allem hat Delambre heftige und ungerechtfertigte Vorwürfe gegen den großen Alexandriner erhoben. So findet er es unter anderem sonderbar, daß Ptolemäus die Elongationen vom mittleren anstatt vom wahren Sonnenorte rechnet, und daß er die Symmetrieachse in ihrer Lage falsch bestimmt. Er meint, in der Merkurtheorie habe Ptolemäus die Erdbahn als kreisförmig und nur die Merkursbahn als exzentrisch angesehen. Das ist nicht richtig.

Aber in der Theorie des Ptolemäus lassen sich die Ungleichheiten, welche durch die Exzentrizität der Erdbahn und welche aus der Exzentrizität der Merkursbahn entstehen, nicht trennen. Darum ist auch eine analytische Fassung der Theorie z. B. des Merkur, wie sie Ptolemäus gibt, oder eine Darstellung der Ungleichheiten bei Ptolemäus in Reihenentwicklung ein sehr schwieriges Unternehmen. Auch alle Versuche, die Größe der Exzentrizität der Merkursbahn aus den ptolemäischen Konstanten bestimmen zu wollen, scheitern. Wenn man die Elongationen des Merkur unter Berücksichtigung der Exzentrizitäten und der Neigungen der großen Achsen berechnet, erkennt man den Grund, aus welchem Ptolemäus die Elongationen auf den mittleren und nicht auf den wahren Sonnenort bezieht¹⁾. Die Tafel V gibt die größten Elongationen vom mittleren und wahren Sonnenorte für Merkur, berechnet unter Zugrundelegung der von Newcomb für 1905 gegebenen Merkurelemente, ebenso die Elongationen nach Ptolemäus. Es zeigt sich in der Tafel, daß die größten Elongationen des Merkur von dem mittleren Orte sich in dem Intervalle von 19^0 bis 26^0 bewegen, dagegen von dem wahren Sonnenorte in dem größeren Intervalle von 17^0 bis 28^0 .

Ferner zeigt die Tafel V, daß die Differenz zwischen dem kopernikanischen und ptolemäischen Systeme $\frac{1}{2}^0$ nicht übersteigt. Gerade die Komplikationen in der Planetentheorie, besonders des Merkur, die Zweiteilung der Exzentrizität, die Einführung der variablen Exzentrizität legt uns den Gedanken nahe, daß Ptolemäus seine Theorien den Beobachtungen anpaßte, nicht umgekehrt. Vielleicht hat er aus der Fülle der ihm zu Gebote stehenden Beobachtungen eine Auswahl als Grundlage für seine Theorien getroffen. In diesem Sinne weisen Encke und Mädler²⁾

¹⁾ Vgl. Boelk, a. a. O. Seite 38 ff.

²⁾ Vgl. Mädler, Gesch. d. Astr., Seite 74, 78.

die Vorwürfe Delambres gegen Ptolemäus zurück, da man von einem „Lehrbuch der Astronomie“ nicht jenen Grad der Genauigkeit in all seinen Angaben fordern dürfe, den man selbstverständlich bei dem „Beobachtungstagebuch einer Sternwarte“ stets voraussetzen müsse. Unerklärlich bleibt nur der Umstand, daß er durch seine Beobachtungen nicht die Entdeckung gemacht hat, daß der von Hipparch gefundene Präzessionswert zu klein sei, obschon er ¹⁾ seine grundlegende Beobachtung des Regulus mit einer Gründlichkeit beschreibt, daß man sie als ein Musterbeispiel für die Handhabung des Astrolabs bezeichnen kann. Hipparch hatte die Präzession der Nachtgleichen zu mindestens 1° in 100 Jahren oder $36''$ in einem Jahre gefunden. Auf Grund von Beobachtungen durch Timocharis, Hipparch, Menelaus fand Ptolemäus auch 1° Präzession in 100 Jahren und ließ sich nun verleiten, die $36''$ nicht als untere Grenze, sondern als wirklichen Betrag der jährlichen Präzession anzusehen und zur Reduktion der Sternpositionen auf eine andere Epoche zu empfehlen. Zu weit würde man gehen, wenn man behaupten wollte, Ptolemäus habe seinen Sternkatalog nun einfach mit Hilfe der angenommenen Präzession aus dem Hipparchschen abgeleitet und dann in unredlicher Weise als auf neuen Beobachtungen beruhend ausgegeben. Man würde also dem Verfasser des *Almagest* unrecht tun, wenn man ihn, gegenüber dem alten ehrlichen Hipparchus nunquam satis laudatus (Plinius Nat. Hist. II. 95), als einen simplen „Kompilator und Plagiarius“ bezeichnen wollte ²⁾.

Eine gerechtere Würdigung der Verdienste des Ptolemäus würde die richtige Mitte zu halten haben zwischen den beiden Extremen; man kann zugeben, daß durch den Wunsch, auch als Beobachter zu glänzen, einiges Unlautere in seine Berichterstattung hineingekommen sein mag, aber darf nicht vergessen, daß dieser kleine Schatten durch die unbestrittenen Verdienste hundertfach aufgewogen wird. Sein ganzes Werk erfüllt den Leser mit Staunen über den Fleiß, die Gelehrsamkeit und den

¹⁾ Vgl. Manitius, Handbuch II., S. 14.

²⁾ Gegen Ptolemäus sind z. B.: K. Manitius, Fixsternbeobachtungen des Altertums. Weltall 5. Jahrg. S. 406; F. Hultsch, Die Messungen der Größe und Entfernung der Sonne im Altertum. Weltall 1. Jahrg. S. 221; F. Hultsch, Die Sehnentafeln der griechischen Astronomen. Weltall 2. Jahrg. S. 54; A. A. Björnbo, Biblioth. mathemat. 1901. S. 196 ff. — Für ihn: W. Foerster, Zur Ehrenrettung des Ptolemäus. Weltall 2. Jahrg. S. 16 ff.; C. H. Peters, Astron. Nachr. Nr. 2803.

Scharfsinn seines Verfassers, und er begreift, daß dasselbe von jeher den höchsten wissenschaftlichen Leistungen des Altertums beigezählt wurde, ja im Mittelalter wie ein astronomisches Evangelium verehrt werden konnte, von dem abzuweichen beinahe ein Verbrechen war ¹⁾.

Einer Befangenheit macht sich Ptolemäus aber auch in seiner Theorie der unteren Planeten schuldig ²⁾. Nachdem feststand, daß der Epizykelmittelpunkt von Merkur und Venus in der Richtung von der Erde zur Sonne liege, mußte er sich fragen, ob dieser Punkt diesseits oder jenseits der Sonne zu legen sei oder in die Sonne. Alle drei Beantwortungen hatten schon vor ihm ihre Vertreter. Das sogenannte „ägyptische System“ bestand schon vor ihm, wenn er es auch garnicht erwähnt. Man sollte auch glauben, daß er, der uns das ganze Wissen der alexandrinischen Astronomen überliefert hat, es gekannt, wenigstens berührt die Ansicht Bailly's in seiner *Histoire de l'astronomie*, die ägyptischen Priester hätten diese Kenntnis allein gehabt und sie vor den Fachastronomen geheim gehalten, sehr eigentümlich, besonders da wir über die Lebensumstände und -verhältnisse des Ptolemäus nichts Genaueres wissen. Hätte Ptolemäus die Bahnen der beiden unteren Planeten gezwungenerweise um die Sonne gelegt und mit den drei oberen einen ähnlichen Versuch gewagt, so hätte er ein System gehabt, das die Beobachtungen seiner Zeit genau wiedergab, und es hätte nicht eines Tycho Brahe (1546—1601) in späterer Zeit bedurft, um dem „ägyptischen System“ wieder Ansehen zu verschaffen. Aber die Sonne als Angelpunkt eines Systems schien das Schreckgespenst zu sein, vor dem er zurückschreckte ³⁾. Und doch war das so ängstlich festgehaltene Grundprinzip der Zentralstellung der Erde schon durch die Einführung des exzentrischen Kreises durchbrochen worden — unbewußt war er durch die Strömung der Tatsachen ergriffen und von der Kreisbewegung gegen die elliptische Bewegung hingetrieben worden ⁴⁾. Nun ist die Bewegung im Deferenten keine gleichmäßige mehr, was sie nach dem Grundprinzip sein soll; vielleicht hat er dies nicht bemerkt,

¹⁾ Vgl. Wolf, *Handbuch der Astronomie*. 1890. I. S. 532.

²⁾ Vgl. Delambre II., S. 315; Herz I., S. 107.

³⁾ Vgl. J. G. Hagen, *Das ptolemäische Sonnensystem*. (Stimmen aus Maria-Laach. 43. Bd. S. 252. 255.)

⁴⁾ Vgl. Wolff, *Geschichte der Astronomie*, München 1877. S. 47.

sonst hätte diese Erkenntnis ihm ein Anlaß sein müssen, auch das Vorurteil der Zentralstellung der ruhenden Erde aufzugeben.

Die Theorie des Merkur und der Venus im *Almagest* ist ganz das Verdienst des Ptolemäus. Hipparch hat keine Planetentheorien aufgestellt; wenn er vielleicht auch in dieser Frage mehr geleistet hat, als uns Ptolemäus mitteilt. So mag er schon die Apogäen der Planeten bestimmt haben und zwar zu den Werten, die uns Plinius ¹⁾ (23—79 n. Chr.) übermittelt. Auch hatte Apollonius schon die Anwendung der Epizykeltheorie wenigstens theoretisch auf die Planeten versucht. Mithin ist die Kombination der Theorien des exzentrischen Kreises und der Epizykeln sowie die Zweiteilung der Exzentrizität ureigenste Leistung des Scharfsinnes des Ptolemäus. Auch der Versuch der Babylonier, der alten „Chaldäer“, z. B. den anomalistischen Lauf des Merkur darzustellen, war nach F. X. Kuglers Meinung verfrüht. Wenn man aber den Wert einer Planetentheorie danach beurteilt ²⁾, ob es mit ihrer Hilfe möglich ist, Tafeln aufzustellen, aus denen man für lange Zeiträume die Örter der Planeten möglichst genau berechnen kann, so ist die Theorie der unteren Planeten, Merkur und Venus, in dem Gesamtsystem des Ptolemäus eine gute und für seine Zeit eine hohe wissenschaftliche Leistung. Wenn ein Vergleich seiner Tafeln mit neueren Planetentafeln ³⁾ für das Jahr 130 n. Chr. beim Merkur einen Unterschied bis fast zu 7⁰, wie ihn schon J. J. von Littrow früher gefunden hat ⁴⁾, und für Venus einen etwas geringeren Unterschied ergab, so trägt hieran nicht die komplizierte Theorie der unteren Planeten allein die Schuld. Nicht die Unzulänglichkeit der Theorie, sondern vornehmlich der Umstand, daß Ptolemäus die absolute Größe der Präzession nicht mit genügender Sicherheit feststellen konnte, wie dies bei den einfachen Beobachtungsmitteln durchaus erklärlich ist, ist der Grund für die gefundene Tafel-Differenz. Darum wagten auch die arabischen Astronomen in den späteren Jahrhunderten nicht an der Theorie des Ptolemäus zu rütteln, sondern suchten nur den jährlichen Wert der

¹⁾ Plinius, *Historia naturalis* II. Kap. 16.

²⁾ Vgl. Würdigung der Epizykeltheorie in Whewell, *Geschichte der induktiven Wissenschaften*. I. Stuttgart. 1840. S. 150 ff.

³⁾ P. V. Neugebauer, *Tafeln zur astronomischen Chronologie II.; Tafeln für Sonne, Planeten und Mond*. Leipzig 1914.

⁴⁾ Littrow, *Wunder des Himmels*. Berlin 1897. S. 313.

Präzession genauer festzustellen (Al Batani [um 890 n. Chr.] 55'', Nassir-Eddin [1201—1274] 51'') und dann an eine Neubestimmung der astronomischen Konstanten auf Grund neuer Beobachtungen heranzugehen. Unter Zugrundelegung dieser Konstanten legten sie dann ganz im Sinne und Geiste des Ptolemäus, also unter Beibehaltung seines unveränderten Systems, neue Planetentafeln an. So sind die Toledanischen und Alfonsinischen Tafeln (13. Jhdt.) entstanden; so findet sich die unveränderte ptolemäische Planetentheorie noch in Peurbachs (1423—1461) „*Theoricae novae planetarum*“ und in den darauf beruhenden Ephemeriden Regiomontans (Johann Müller 1436—1476) vor. In mehr als einem Jahrtausend wußten also die Astronomen nichts Besseres an die Stelle der ptolemäischen Theorien zu setzen.

I. Tafel für die Bewegung der Venus in Länge.

Apogäum $8\ 16^0\ 10'$.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Argument- zahlen		Prostha- phäresis der Länge	Korrek- tion	Differenz der Abnahme	Prosthaphä- resis der Anomalie	Differenz der Zunahme	Sechzigstel
6 ⁰	354 ⁰	0 ⁰ 14'	+ 0 ⁰ 1'	0 ⁰ 1'	2 ⁰ 31'	0 ⁰ 2'	— 59' 10"
12	348	0 28	+ 0 1	0 3	5 1	0 4	— 57 55
18	342	0 42	+ 0 1	0 5	7 31	0 6	— 56 40
24	336	0 56	+ 0 2	0 7	10 1	0 8	— 55 0
30	330	1 9	+ 0 2	0 9	12 30	0 10	— 52 55
36	324	1 21	+ 0 2	0 11	14 58	0 12	— 49 35
42	318	1 32	+ 0 3	0 13	17 25	0 14	— 45 50
48	312	1 43	+ 0 3	0 15	19 51	0 16	— 42 5
54	306	1 53	+ 0 3	0 18	22 15	0 18	— 37 5
60	300	2 1	+ 0 2	0 20	24 38	0 20	— 31 40
66	294	2 8	+ 0 2	0 22	26 37	0 23	— 26 15
72	288	2 14	+ 0 2	0 24	29 14	0 25	— 20 25
78	282	2 18	+ 0 1	0 27	31 27	0 28	— 14 35
84	276	2 21	+ 0 1	0 29	33 38	0 30	— 8 20
90	270	2 23	+ 0 1	0 31	35 44	0 33	— 1 40
93	267	2 23	— 0 0	0 33	36 40	0 36	+ 1 31
96	264	2 23	— 0 1	0 35	37 43	0 38	+ 4 42
99	261	2 22	— 0 1	0 38	38 40	0 40	+ 7 39
102	258	2 21	— 0 1	0 40	39 35	0 43	+ 10 35
105	255	2 20	— 0 1	0 42	40 29	0 45	+ 13 32
108	252	2 18	— 0 1	0 45	41 20	0 47	+ 16 28
111	249	2 16	— 0 1	0 47	42 9	0 50	+ 19 25
114	246	2 13	— 0 2	0 49	42 54	0 52	+ 22 21
117	243	2 10	— 0 2	0 52	43 35	0 55	+ 25 18
120	240	2 6	— 0 2	0 54	44 12	0 58	+ 28 14
123	237	2 2	— 0 2	0 57	44 45	1 1	+ 31 0
126	234	1 58	— 0 2	1 0	45 15	1 4	+ 33 44
129	231	1 54	— 0 2	1 3	45 36	1 8	+ 36 18
132	228	1 49	— 0 3	1 6	45 51	1 11	+ 38 50
135	225	1 44	— 0 3	1 10	45 55	1 14	+ 41 11
138	222	1 39	— 0 3	1 14	45 57	1 18	+ 43 32
141	219	1 33	— 0 3	1 19	45 45	1 22	+ 45 42
144	216	1 27	— 0 2	1 24	45 20	1 27	+ 47 51
147	213	1 21	— 0 2	1 29	44 40	1 33	+ 49 37
150	210	1 14	— 0 2	1 33	43 39	1 38	+ 51 23
153	207	1 7	— 0 2	1 37	42 18	1 43	+ 52 46
156	204	1 0	— 0 2	1 39	40 28	1 48	+ 54 8
159	201	0 53	— 0 2	1 41	38 7	1 51	+ 55 18
162	198	0 46	— 0 1	1 42	35 7	1 52	+ 56 26
165	195	0 39	— 0 1	1 38	31 24	1 50	+ 57 28
168	192	0 32	— 0 1	1 31	26 46	1 43	+ 58 26
171	189	0 24	— 0 1	1 19	21 15	1 27	+ 59 1
174	186	0 16	— 0 1	0 58	17 47	1 5	+ 59 36
177	183	0 8	— 0 1	0 31	7 38	0 35	+ 59 58
180	180	0 0	— 0 0	0 0	0 0	0 0	+ 60 0

II. Tafel für die Bewegung des Merkurs in Länge.

Apogäum $\approx 1^{\circ} 10'$.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
Argument- zahlen		Prostha- phäresis in Länge	Korre- ktion	Differenz der Abnahme	Prosthaphä- resis der Anomalie	Differenz der Zunahme	Sechzigstel
60	3540	00 18'	— 00 1'	00 10'	10 38'	00 5'	— 59' 20"
12	348	0 34	— 0 2	0 20	3 16	0 11	— 57 20
18	342	0 51	— 0 4	0 24	4 53	0 17	— 54 40
24	336	1 7	— 0 5	0 39	6 29	0 23	— 50 40
30	330	1 22	— 0 5	0 49	8 4	0 28	— 45 40
36	324	1 37	— 0 4	0 59	9 36	0 34	— 39 40
42	318	1 51	— 0 4	1 8	11 6	0 40	— 33 0
48	312	2 4	— 0 3	1 18	12 33	0 45	— 25 40
54	306	2 15	— 0 1	1 28	13 58	0 50	— 18 0
60	300	2 25	0 0	1 39	15 18	0 56	— 10 20
66	294	2 34	+ 0 2	1 49	16 33	1 4	— 2 20
72	288	2 41	+ 0 4	1 59	17 43	1 11	+ 9 14
78	282	2 46	+ 0 6	2 9	18 47	1 17	+ 20 0
84	276	2 50	+ 0 7	2 19	19 44	1 23	+ 29 44
90	270	2 52	+ 0 9	2 29	20 33	1 29	+ 39 28
93	267	2 52	+ 0 10	2 34	20 54	1 32	+ 43 31
96	264	2 52	+ 0 10	2 39	21 14	1 35	+ 47 34
99	261	2 51	+ 0 11	2 44	21 29	1 38	+ 50 0
102	258	2 50	+ 0 10	2 48	21 42	1 41	+ 52 26
105	255	2 48	+ 0 10	2 53	21 52	1 44	+ 54 52
108	252	2 46	+ 0 10	2 58	21 59	1 46	+ 57 18
111	249	2 44	+ 0 9	3 2	22 2	1 49	+ 58 23
114	246	2 41	+ 0 9	3 4	22 1	1 52	+ 59 28
117	243	2 37	+ 0 9	3 6	21 56	1 55	+ 59 44
120	240	2 33	+ 0 8	3 8	21 47	1 57	+ 60 0
123	237	2 28	+ 0 7	3 9	21 33	1 59	+ 59 44
126	234	2 23	+ 0 7	3 10	21 15	2 0	+ 59 23
129	231	2 18	+ 0 6	3 12	20 53	2 0	+ 58 39
132	228	2 12	+ 0 6	3 12	20 25	2 1	+ 57 50
135	225	2 6	+ 0 5	3 9	19 50	2 1	+ 56 46
138	222	2 0	+ 0 4	3 6	19 10	2 0	+ 55 41
141	219	1 53	+ 0 4	3 2	18 24	2 0	+ 54 3
144	216	1 46	+ 0 3	2 57	17 32	1 58	+ 52 26
147	213	1 38	+ 0 3	2 51	16 35	1 53	+ 50 48
150	210	1 30	+ 0 3	2 42	15 31	1 47	+ 49 11
153	207	1 22	+ 0 2	2 32	14 20	1 41	+ 47 34
156	204	1 13	+ 0 2	2 21	13 3	1 34	+ 45 57
159	201	1 5	+ 0 1	2 9	11 41	1 26	+ 44 36
162	198	0 56	+ 0 1	1 55	10 13	1 17	+ 43 15
165	195	0 46	+ 0 1	1 38	8 40	1 7	+ 42 26
168	192	0 38	0 0	1 19	7 1	0 56	+ 41 37
171	189	0 28	0 0	1 1	5 19	0 43	+ 40 48
174	186	0 19	0 0	0 42	3 35	0 28	+ 40 0
177	183	0 9	0 0	0 21	1 48	0 14	+ 39 44
180	180	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	+ 39 28

III. Tafel für die Stillstände.

Argument- zahlen		Venus		Merkur	
		1. Still- stand	2. Still- stand	1. Still- stand	2. Still- stand
0	360	165° 51'	194° 9'	147° 14'	212° 46'
6	354	165 52	194 8	147 13	212 47
12	348	165 53	194 7	147 8	212 52
18	342	165 55	194 5	147 1	212 59
24	336	165 57	194 3	146 51	213 9
30	330	166 0	194 0	146 39	213 21
36	324	166 4	193 56	146 25	213 35
42	318	166 9	193 51	146 11	213 49
48	312	166 15	193 45	145 55	214 5
54	306	166 22	193 38	145 39	214 21
60	300	166 29	193 31	145 23	214 37
66	294	166 35	193 25	145 8	214 52
72	288	166 42	193 18	144 58	215 2
78	282	166 50	193 10	144 52	215 8
84	276	166 58	193 2	144 46	215 14
90	270	167 7	192 53	144 40	215 20
96	264	167 14	192 46	144 36	215 24
102	258	167 21	192 39	144 33	215 27
108	252	167 28	192 32	144 30	215 30
114	246	167 35	192 25	144 30	215 30
120	240	167 43	192 17	144 29	215 31
126	234	167 50	192 10	144 29	215 31
132	228	167 56	192 4	144 30	215 30
138	222	168 1	191 59	144 31	215 29
144	216	168 6	191 54	144 33	215 27
150	210	168 10	191 50	144 35	215 25
156	204	168 14	191 46	144 37	215 23
162	198	168 17	191 43	144 38	215 22
168	192	168 19	191 41	144 39	215 21
174	186	168 20	191 40	144 40	215 20
180	180	168 21	191 39	144 40	215 20

IV. Breittabellen.

Argument- zahlen vom Apogäum		Venus			Merkur		
		Neigungs- winkel	Schief- stand	Sech- zigstel	Neigungs- winkel	Schief- stand	Sech- zigstel
6 ⁰	354 ⁰	1 [°] 2'	0 ⁰ 8'	59' 36"	1 ⁰ 45'	0 ⁰ 11'	59' 36"
12	348	1 1	0 16	58 36	1 44	0 22	58 36
18	342	1 0	0 25	57 0	1 43	0 33	57 0
24	336	0 59	0 33	54 36	1 40	0 44	54 36
30	330	0 57	0 41	52 0	1 36	0 55	52 0
36	324	0 55	0 49	48 24	1 30	1 6	48 24
42	318	0 51	0 57	44 24	1 23	1 16	44 24
48	312	0 46	1 5	40 0	1 16	1 26	40 0
54	306	0 41	1 13	35 12	1 08	1 35	35 12
60	300	0 35	1 20	30 0	0 59	1 44	30 0
66	294	0 29	1 28	24 24	0 49	1 52	24 24
72	288	0 23	1 35	18 24	0 38	2 0	18 24
78	282	0 16	1 42	12 24	0 26	2 7	12 24
84	276	0 8	1 50	6 24	0 16	2 14	6 24
90	270	0 0	1 57	0 0	0 0	2 20	0 0
93	267	0 5	2 0	3 12	0 8	2 23	3 12
96	264	0 10	2 3	6 24	0 15	2 25	6 24
99	261	0 15	2 6	9 24	0 23	2 27	9 24
102	258	0 20	2 9	12 24	0 31	2 28	12 24
105	255	0 26	2 12	15 24	0 40	2 29	15 24
108	252	0 32	2 15	18 24	0 48	2 29	18 24
111	249	0 38	2 17	21 24	0 57	2 30	21 24
114	246	0 44	2 20	24 24	1 6	2 30	24 24
117	243	0 50	2 22	27 12	1 16	2 30	27 12
120	240	0 59	2 24	30 0	1 25	2 29	30 0
123	237	1 8	2 26	32 36	1 35	2 28	32 36
126	234	1 18	2 27	35 12	1 45	2 26	35 12
129	231	1 28	2 29	37 36	1 55	2 23	37 36
132	228	1 38	2 30	40 0	2 6	2 20	40 0
135	225	1 48	2 30	42 12	2 16	2 16	42 12
138	222	1 59	2 30	44 24	2 27	2 11	44 24
141	219	2 11	2 29	46 36	2 37	2 6	46 36
144	216	2 23	2 28	48 24	2 47	2 0	48 24
147	213	2 43	2 26	50 12	2 57	1 53	50 12
150	210	3 3	2 22	52 0	3 7	1 46	52 0
153	207	3 23	2 18	53 12	3 17	1 38	53 12
156	204	3 44	2 12	54 36	3 26	1 29	54 36
159	201	4 5	2 4	56 0	3 34	1 20	56 0
162	198	4 26	1 55	57 0	3 42	1 10	57 0
165	195	4 49	1 42	57 48	3 48	0 59	57 48
168	192	5 13	1 27	58 36	3 54	0 48	58 36
171	189	5 36	1 9	59 12	3 58	0 36	59 12
174	186	5 52	0 48	59 36	4 2	0 24	59 36
177	183	6 7	0 25	59 48	4 4	0 12	59 48
180	180	6 22	0 0	60 0	4 5	0 0	60 0

V.

Apogäum 317° 55'.

Argument- zahlen	Westl. Elongat. nach Ptolemäus	Westl. Elongat. vom mittleren Sonnen- orte	Diffe- renz	Westl. Elongat. vom wahren Sonnen- orte	östl. Elongat. nach Ptolemäus	östl. Elongat. vom mittleren Sonnen- orte	Diffe- renz	östl. Elongat. vom wahren Sonnen- orte
0	20° 49'	20° 43'	— 6'	22° 1'	20° 49'	20° 53'	+ 4'	19° 35'
10	20 22	20 15	— 7	21 19	21 19	21 16	— 3	20 14
20	20 0	19 51	— 9	20 35	21 51	21 41	— 10	20 57
30	19 41	19 32	— 9	19 56	22 25	22 8	— 17	21 44
40	19 28	19 18	— 10	19 22	22 59	22 37	— 22	22 33
50	19 19	19 10	— 9	18 54	23 33	23 7	— 26	23 23
60	19 15	19 7	— 8	18 31	24 6	23 37	— 29	24 13
70	19 16	19 8	— 8	18 13	24 36	24 6	— 30	25 1
80	19 23	19 14	— 9	18 3	25 1	24 34	— 27	25 45
90	19 34	19 25	— 9	17 59	25 22	24 58	— 24	26 24
100	19 50	19 40	— 10	18 2	25 37	25 18	— 19	26 56
110	20 11	19 59	— 12	18 2	25 45	25 32	— 13	27 17
120	20 36	20 22	— 14	18 29	25 46	25 40	— 6	27 33
130	21 4	20 48	— 16	18 53	25 40	25 41	+ 1	27 36
140	21 35	21 18	— 17	19 24	25 28	25 34	+ 6	27 28
150	22 7	21 51	— 16	20 2	25 10	25 19	+ 9	27 8
160	22 41	22 26	— 15	20 45	24 47	24 57	+ 10	26 38
170	23 15	23 3	— 12	21 33	24 19	24 28	+ 9	25 58
180	23 48	23 40	— 8	22 24	23 48	23 54	+ 6	25 10
190	24 19	24 17	— 2	23 17	23 15	23 18	+ 3	24 18
200	24 47	24 54	+ 7	24 11	22 41	22 42	+ 1	23 25
210	25 10	25 21	+ 11	24 57	22 7	22 3	— 4	22 27
220	25 28	25 45	+ 17	25 40	21 35	21 28	— 7	21 33
230	25 40	26 1	+ 21	26 17	21 4	20 58	— 6	20 42
240	25 46	26 10	+ 24	26 45	20 36	20 31	— 5	19 56
250	25 45	26 10	+ 25	27 3	20 11	20 10	— 1	19 17
260	25 37	26 2	+ 25	27 12	19 50	19 54	+ 4	18 44
270	25 22	25 46	+ 24	27 11	19 34	19 43	+ 9	18 18
280	25 1	25 23	+ 22	27 0	19 23	19 36	+ 13	17 59
290	24 36	24 55	+ 19	26 41	19 16	19 34	+ 18	17 48
300	24 6	24 21	+ 15	26 14	19 15	19 36	+ 21	17 43
310	23 33	23 45	+ 12	25 40	19 19	19 41	+ 22	17 46
320	22 59	23 7	+ 8	25 1	19 28	19 49	+ 21	17 55
330	22 25	22 28	+ 3	24 18	19 41	20 1	+ 20	18 11
340	21 51	21 51	0	23 30	20 0	20 15	+ 15	18 33
350	21 19	21 15	— 6	22 47	20 22	20 33	+ 11	19 1
360	20 49	20 43	— 6	22 1	20 49	20 53	+ 4	19 35

Lebenslauf.

Am 25. Dezember 1874 bin ich, Carl, Heinrich, Josef Schumacher, katholischen Glaubens, in Minden (Westfalen) geboren. Ich besuchte bis Ostern 1889 die Volksschule in Bünde (Westfalen), darauf das Gymnasium in Bochum, das ich Ostern 1894 mit dem Zeugnis der Reife verließ. Dann studierte ich in Paderborn und Bonn Theologie und wurde am 16. April 1898 in Paderborn zum Priester geweiht. Nach einjähriger Tätigkeit in der Seelsorge wurde ich im Schuldienst beschäftigt, bezog aber Ostern 1901 die Universität Berlin zu mathematischen und naturwissenschaftlichen Studien, die ich in Münster fortsetzte. Ich hörte in Astronomie, Mathematik und Physik die Vorlesungen der Herren

in Berlin:

von Bezold (†), Bauschinger, Blasius, Gehrke, Foerster, Frobenius, Helmert, Hensel, Hettner, Landau, Lehman-Filhés (†), Marcuse, Planck, Pringsheim, Scheiner (†), H. A. Schwartz, Warburg;

in Münster:

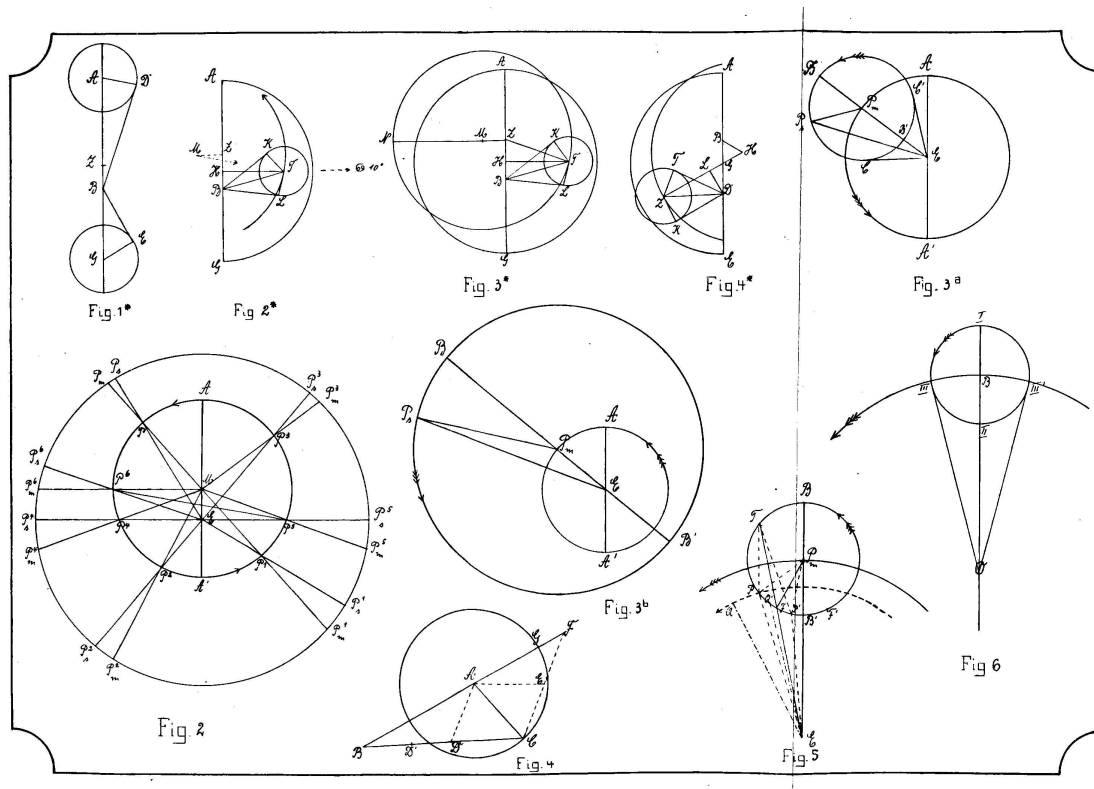
Killing, von Lilienthal, Reinganum, Plassmann.

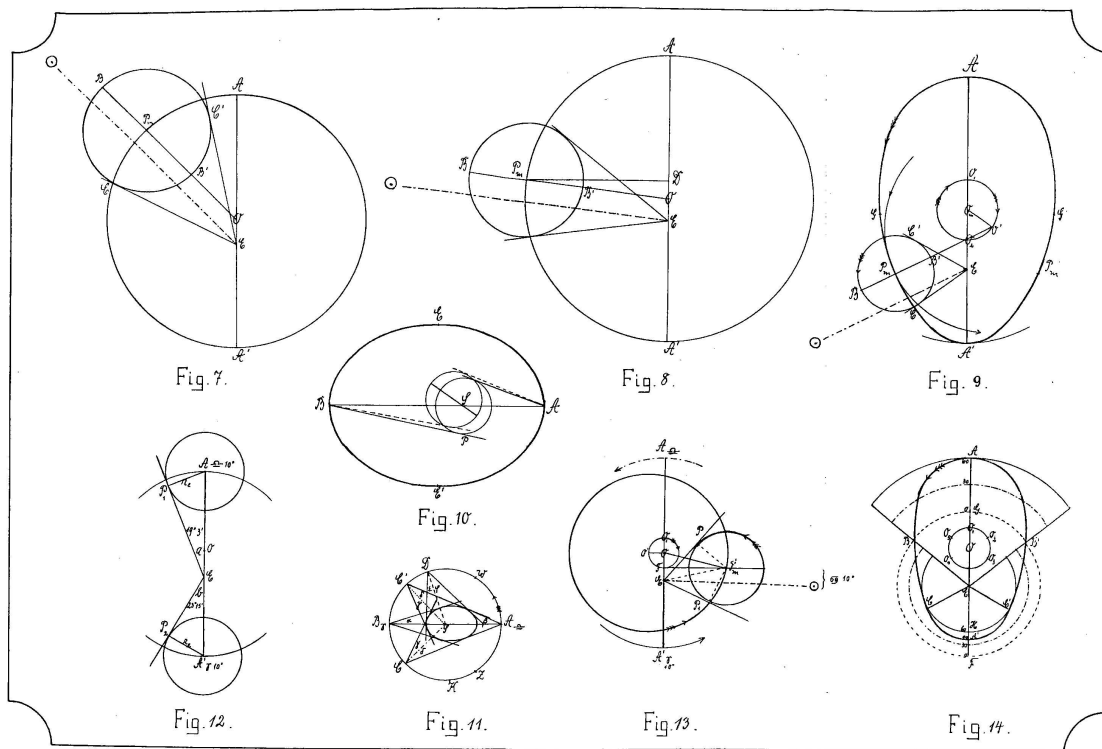
Den Herren Professoren Bauschinger und Foerster bin ich zu ganz besonderem Danke für ihr gütiges förderndes Wohlwollen verpflichtet.

In Münster bestand ich am 27. März 1900 die Prüfung als Rektor an Mittelschulen und höheren Mädchenschulen mit fremdsprachlichem Unterrichte und am 23. Januar 1905 die Prüfung für das Lehramt an höheren Schulen in Preußen.

Seit dem 1. April 1909 bin ich am Realgymnasium der Stadt Sterkrade als Oberlehrer angestellt.

Die Doktorprüfung bestand ich am 9. Dezember 1916.





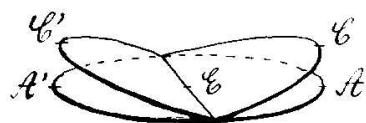


Fig. 23.

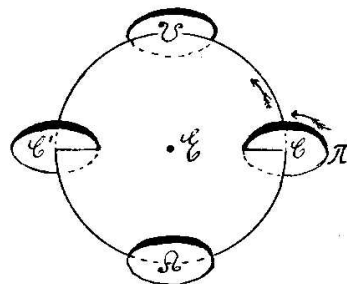


Fig. 24.

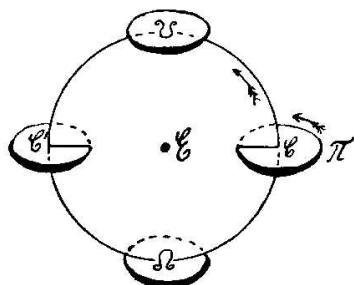


Fig. 25.

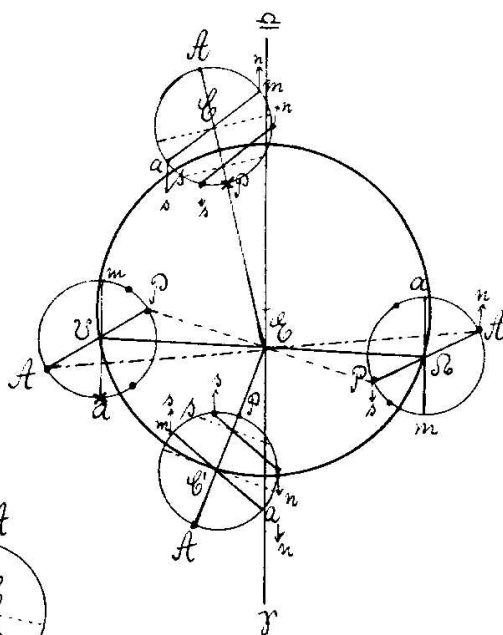


Fig. 27.

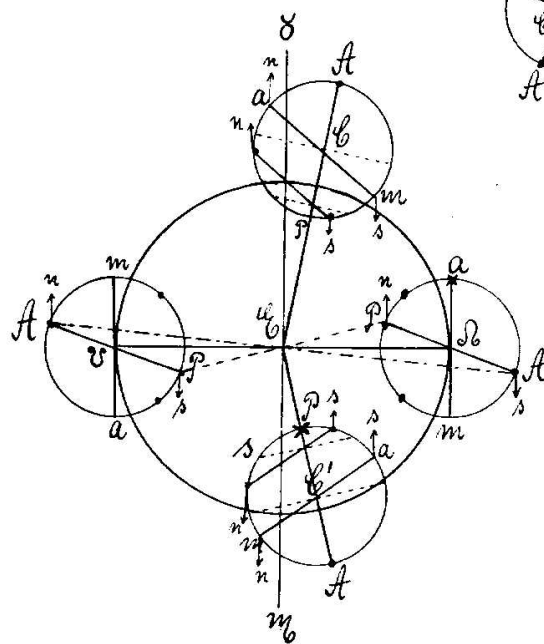


Fig. 26.

6 Julius Bauschinger: Mitteilung über eine astronomische Untersuchung (1902)

Wir geben in diesem Kapitel Scans der Mitteilung über eine astronomische Untersuchung von Julius Bauschinger (1902) wieder, die die Datierung des „Astronomischen Kalenders“ in das Jahr 1448 betreffen.

Diese Mitteilung ist erschienen innerhalb der Arbeit von Gottfried Zedler (1902): „Die älteste Gutenbergtype. Teil I. Ein neu entdeckter astronomischer Kalender für das Jahr 1448. Mit einer astronomischen Untersuchung von Prof. Dr. Julius Bauschinger zu Berlin und einem sprachlichen Beitrag von Prof. Dr. Edward Schröder zu Marburg.“. Bauschingers Beitrag steht dort auf den Seiten 4 bis 6.

Unsere Scans geben auch das Titelblatt und die Inhalts-Angabe der Arbeit von Zedler wieder. Den vollständigen Text der Arbeit von Zedler (1902) findet man unter der URL:

<https://archive.org/details/VeroffentlichungenDerGutenbergGesellschaft1>

Als Vorlage für die Scans diente uns das Exemplar der Universitätsbibliothek Heidelberg (Signatur: 2011 D 2553). Die Scans haben wir selbst hergestellt.

Den Inhalt und die Bedeutung der Mitteilung von Bauschinger kommentieren wir an zahlreichen Stellen in R. und U. Wielen (2017a), insbesondere in den dortigen Kapiteln 5.2.2, 17.2 und 17.3.4 (9).

VERÖFFENTLICHUNGEN DER GUTENBERG-GESELLSCHAFT

I

DIE ÄLTESTE GUTENBERGTYPE
VON DR. GOTTFRIED ZEDLER

MAINZ · 1902 · ✻ · VERLAG · DER
GUTENBERG-GESELLSCHAFT

DIE ÄLTESTE GUTENBERGTYPE

VON DR. GOTTFRIED ZEDLER
BIBLIOTHEKAR DER LANDESBIBLIOTHEK
ZU WIESBADEN

MIT 13 TAFELN IN LICHTDRUCK

MAINZ · 1902 ·:· VERLAG · DER
GUTENBERG-GESELLSCHAFT

INHALTS-ANGABE

- I. Ein neu entdeckter astronomischer Kalender für das Jahr 1448. Mit einer astronomischen Untersuchung von Prof. Dr. Julius Bauschinger zu Berlin und einem sprachlichen Beitrag von Prof. Dr. Edward Schröder zu Marburg. S. 4—14
- II. Der Pariser 27zeilige Donat und die Beschaffenheit der ältesten Gutenbergtype S. 14—36
- III. Die übrigen, mit der Gutenbergischen Urtype hergestellten Mainzer Drucke und ihr Drucker S. 36—52

- | | |
|---|---|
| <p>Taf. I. Astronomischer Kalender für 1448 zu Wiesbaden.</p> <p>„ II. 27zeiliges Donatfragment zu Paris.</p> <p>„ III. 27zeiliges Donatfragment zu Paris.</p> <p>„ IV. Einseitig gedrucktes 31zeiliges Donatfragment im Haag.</p> <p>„ V. Laxierkalender.</p> <p>„ VI. 27zeiliges Donatfragment zu London.</p> <p>„ VII. 27zeiliges Donatfragment zu London.</p> | <p>Taf. VIII. 27zeil. Donatfragment zu London.</p> <p>„ IX. 30zeil. Donatfragment zu London.</p> <p>„ X. 30zeil. Donatfragment zu London.</p> <p>„ XI. { 30zeil. Donatfragment zu Mainz.
27zeil. (?) Donatfragm. zu Oxford.</p> <p>„ XII. Aus Pfisters Druck der Vier Historien.</p> <p>„ XIII. Die älteste Gutenbergtype (Typentafel).</p> |
|---|---|



Buchdruck von Philipp von Zabern in Mainz.
 Lichtdruck von Zedler & Vogel in Darmstadt.

I. Ein neu entdeckter astronomischer Kalender für das Jahr 1448. In einer Handschrift der Landesbibliothek zu Wiesbaden, die dem 15. Jahrhundert angehört und aus dem nassauischen Benediktinerkloster Schönau stammt,³ entdeckte ich, wie ich bereits im Centralblatt für Bibliothekswesen 18 (1901) Seite 501 ff. mitgeteilt habe, im vorigen Jahre auf einem mit der ersten Lage zusammengehefteten Falz die Type der 36zeiligen Bibel. Da der Falz von dem das Innere des Buchdeckels bekleidenden Pergament gebildet wurde, durchschnitt ich den Faden und löste das Pergament behutsam vom Deckel ab. Zu meiner Überraschung hatte ich den Anfang eines bisher unbekannten deutschen Kalenderdruckes vor mir, von dem das die Innenseite des Hinterdeckels bekleidende und mit der letzten Lage der Handschrift zusammengeheftete Pergament ein weiteres Stück enthielt.

Die beiden auf Taf. I im Facsimile wiedergegebenen Bruchstücke sind Reste eines Einblattdruckes von außergewöhnlich großem Umfang. Sie enthalten den Text für die Monate Januar, Februar, März und April, stellen also nur ein Drittel des Ganzen dar. Auch dies Drittel ist noch unvollständig, insofern als außer einigen vom Wurm zerfressenen Stellen die 10. Zeile des Februar und leider auch überall das Zeilenende vom Buchbinder weggeschnitten worden ist.⁴ Aus dem Vorhandenen läßt sich die Größe des ganzen Druckes wenigstens annähernd berechnen: die Höhe ergibt sich ohne Weiteres auf 49,41 cm, die Breite betrug, da am Zeilenende durchschnittlich 15—20 mm fehlen, die einzelne Kolumne also durchschnittlich 18,5 cm breit war und zwischen den drei Kolumnen Januar—April, Mai—August, September—Dezember zwei Abstände von etwa 2 cm Breite anzunehmen sind, ungefähr 60 cm. Diesen Dimensionen entsprechend beläuft sich der seitliche Rand auf $5\frac{1}{2}$ cm und der obere Rand auf $6\frac{1}{2}$ cm, während der untere bis auf $1\frac{1}{2}$ cm weggeschnitten ist. Seine Breite läßt sich übrigens mit ziemlicher Wahrscheinlichkeit auf $4\frac{1}{2}$ cm annehmen, da der Schnittpunkt der linken Seitenkante des Druckes und der Verlängerung der rechten Grenzlinie des vom Wurm in der unteren linken Ecke herausgefressenen Stückes die ursprüngliche untere linke Ecke des Blattes sein wird.

Aus dem Text ergibt sich mit Hilfe astronomischer Berechnungen die Datierung des Druckes mit mathematischer Gewißheit. Bei der großen Wichtigkeit der Datierung wandte ich mich an den Direktor der Berliner Sternwarte Herrn Geh. Regierungsrat Professor Dr. Förster mit der Bitte das Jahr, für das der Kalender bestimmt war, aus den astronomischen Angaben zu berechnen. Dieser Gelehrte übermittelte meine Bitte dem Direktor des astronomischen Recheninstitutes, Herrn Professor Dr. Bauschinger, der die Güte hatte, mir für diese Veröffentlichung die folgende Mitteilung zur Verfügung zu stellen:

„Die Bestimmung des Jahres, für das das vorliegende Fragment einer Ephemeride der Mondphasen, der Sonne und der alten Planeten gilt, gelingt am schnellsten durch Benutzung der darin gemachten Angabe, daß Pfaffen-Fastnacht = Esto mihi = 7. Sonntag vor Ostern auf den 4. Februar fällt. Daraus ergibt sich nämlich als Datum des Ostersonntags der 24. März in einem Schaltjahr und der 25. März in einem Gemeinjahr. Auf den 24. März fiel Ostern nur in den Schaltjahren 1364 und 1448 und auf den 25. März fiel es in den Gemein Jahren 1285, 1459, 1543, . . . Es können also nur die Jahre 1448 und 1459 in Betracht kommen, von denen das letztere sofort ausscheidet, weil in ihm der erste Neumond auf den 4. Januar fiel und nicht, wie die Ephemeride angibt, auf den 6. Januar. Bevor auf diesen glücklichen Umstand geachtet wurde, ist das Jahr durch Berechnung

der Mondphasen für die Jahre eines Meton'schen Cyklus um die Mitte des 15. Jahrhunderts herum bestimmt worden. Es boten sich durch diese Rechnung, die mittelst der Oppolzer'schen Syzygientafeln bez. mittelst des bequemen Auszugs aus diesen, den Schram seinen „Hülftafeln für Chronologie“ einverleibt hat, ausgeführt wurde, die Jahre 1429, 1448, 1467 als diejenigen dar, in welchen der erste Neumond auf den Dreikönigstag fiel. Von diesen schied 1429 sofort und 1467 aus typographischen Gründen aus, so daß nur 1448 übrig blieb. Für dieses Jahr sind dann, um seine Fixierung über jeden Zweifel zu erheben und um die Ergänzungen des lückenhaften Fragmentes mit Sicherheit ausführen zu können, für die ersten 4 Monate die Daten der Neu- und Vollmonde und die Örter der Sonne und der Planeten nach den Newcomb-Hill'schen Tafeln berechnet worden. Die Rechnung, die größtenteils von Herrn Dr. Stichtenoth ausgeführt wurde, ergab folgende Resultate, denen die Angaben des Ephemeridenfragmentes beigelegt sind. Die Zeit ist bürgerliche Ortszeit eines Meridians, der 40^m östlich von Greenwich verläuft.

MONDPHASEN

Tafeln						Fragment			
1448	Jan.	6.	10 ^U	16 ^M	Vorm.	Neumond	Jan.	6.	10 ^U Vorm.
		21.	4	30	Vorm.	Vollmond	Jan.	21.	3 Vorm.
	Febr.	4.	8	50	Nachm.	Neumond	Febr.	4.	— Nachm.
		19.	10	59	Nachm.	Vollmond		19.	10 Nachm.
	März	5.	6	40	Vorm.	Neumond	März	5.	4 Vorm.
		20.	3	33	Nachm.	Vollmond		20.	3 Vorm.
	April	3.	4	20	Nachm.	Neumond	April	3.	4 Nachm.
		19.	4	45	Vorm.	Vollmond		19.	6 Vorm.

Die ÖRTER DER SONNE UND DER PLANETEN für dieselben Zeiten

Tafeln		Fragment	Tafeln		Fragment	Tafeln		Fragment
Sonne	294 ⁰ 5	295 ⁰	Jupiter	204 ⁰ 8	—	Venus	319 ⁰ 0	317 ⁰
	309.4	—		205.6	203 ⁰		310.9	311
	324.3	325		205.8	202		304.9	304
	339.4	340		205.3	—		304.7	[334]
	353.7	—		204.1	202		311.5	—
	8.9	9		202.4	200		323.3	323
	22.6	—		200.7	198		336.5	336
	37.7	—		198.7	196		352.3	353
Saturn	146.5	146	Mars	213.2	211	Mercur	303.0	303
	145.6	145		220.7	[235]		327.2	326
	144.4	—		227.6	225		332.5	[340]
	143.2	—		234.0	232		320.1	[331]
	142.2	142		238.8	237		326.0	327
	141.4	—		242.3	241		344.6	—
	141.0	140		243.5	243		7.9	8
	140.9	140		242.2	—		39.4	38

Die eingeklammerten Zahlen des Fragments sind offenbar durch Versehen oder Rechenfehler entstellt. Die Übereinstimmung der übrigen Angaben mit unseren jetzigen Tafeln

ist so gut, als es die damaligen Hilfsmittel d. h. zweifellos die Alphonsinischen Tafeln oder damit hergestellte handschriftliche Ephemeriden, erwarten lassen. Ob solche handschriftlichen Ephemeriden irgendwo noch existieren, entzieht sich meiner Kenntnis; Nachforschungen in der Berliner königlichen Bibliothek haben zu keinem Resultat geführt. Die Ephemeriden von Peurbach und Regiomontanus beginnen erst um 1450.“

7 Auszüge aus der Promotionsakte von Alfred Wegener

Die Akten aus den Jahren 1904 und 1905 über Alfred Wegeners Promotion am 4. März 1905 an der Königlichen Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin befinden sich heute im Archiv der Humboldt-Universität zu Berlin. Die Akten tragen dort die Signatur HUB UA, Phil. Fak. Nr. 399, Promotionen, Promotion Alfred Wegener, 4. März 1905, Bl.-Nr. (siehe Angabe in der Unterschrift unserer entsprechenden Abbildung hinter ©HU-Berlin). Die Blätter der Promotionsakte sind durchnummeriert von 428 bis 435. Eine Nummer bezieht sich sowohl auf Vorderseite (recto) als auch auf Rückseite (verso) des Blattes. Daher ist z.B. die erste Seite des Gutachtens über Wegeners Dissertation als 431v zu bezeichnen. Wir geben hier die Scans in der Reihenfolge der Blatt-Nummern wieder (428r, 429r, 429v, 430r, 431r, 431v, 432r, 433r, 434r, 435r)

Wir danken dem Archiv der Humboldt-Universität für die Zurverfügungstellung von Auszügen aus diesen Akten in Form von Kopien und für die Genehmigung, diese Auszüge hier als Scans wiederzugeben.

Aus technischen Gründen war es nur möglich, Xerokopien der Auszüge anzufertigen. Ferner befindet sich die Promotionsakte Wegeners in einem umfangreichen, fest gebunden Ordner. Beim Aufschlagen liegen die Seiten dann nicht plan auf dem Kopierer, wodurch sich auf der Kopie dunkle Stellen in der Nähe der gewölbten Mitte (dem Falz) ergeben.

Wir haben die uns zur Verfügung gestellten Kopien eingescannt. Anschließend haben wir zum Teil Bereiche, die eindeutig keinen Text und keine sonstige Information tragen, entfernt, um den eigentlichen Text in größerem Format wiedergeben zu können.

Die edierten Texte der hier gezeigten Aktenauszüge findet man zusammen mit Kommentaren in Kapitel 19 von R. und U. Wielen (2017a).

Einen Farbscan der Promotionsurkunde von Wegener geben wir aus anderer Quelle in Kapitel 8.4 von R. und U. Wielen (2017a) wieder.

Berlin, den 9. Juli 1904

428

Ihrer Spectabilität erlaube ich
mir unter Uebersendung meiner
Dissertation über 1. „Die Alfonsin-
schen Tafeln“ und 2. „Untersuchungen
über die astronomischen Werke Al-
fons X“ sowie meiner Personalpa-
piere die Bitte auszusprechen, me-
ine Meldung zum Doktorexamen
gefälligst anzunehmen.

Ich wünsche in folgenden Fächern
geprüft zu werden:

Hauptfach: Astronomie.

Nebenfächer: a. Meteorologie
b. Philosophie.

Alfred Wegener
cand. phil.

Kalensee, Georg Wilhelmstr. 20

An

den Herrn Dekan der
philosophischen Fakultät
Spectabilität
hier.

Lebenslauf.

122

429

Der Verfasser, Alfred Lothar Wegener, evangelischer Confession, ist am 1. November 1888 zu Berlin als Sohn des Predigers und Direktors des Schindlerschen Waisenhauses Dr. Richard Wegener geboren. Er genoss den Unterricht des Köllnischen Gymnasiums zu Berlin, welches er Michaelis 1899 mit dem Zeugnis der Reife als primus ~~summus~~ verließ, um sich an der Friedrich-Wilhelms-Universität zu Berlin dem Studium der Mathematik und Naturwissenschaften, insbesondere der Astronomie zu widmen. Abgesehen von dem Sommer-Semester 1900, in welchem er Vorlesungen an der Ruprecht-Karls-Universität zu Heidelberg, und dem Sommer-Semester 1901, in dem er solche an der Innsbrucker Universität hörte, verblieb er auch die Folgezeit an der Berliner Universität, absolvierte von Michaelis 1901 bis Michaelis 1902 seine Dienstpflicht als Einjährig-Freiwilliger beim Königin Elisabeth Garde-Grenadier-Regiment No 3 zu Westend und hatte von Michaelis 1902 bis Michaelis 1903 die Stelle eines Astronomen an der Sternwarte der Gesellschaft Urania inne. In den 10 Semestern von Michaelis 1899 bis Michaelis 1904 hörte er die Vorlesungen folgender Herren:

Bausilinger, v. Bezold, Bleas, Cathrein, Dilthey, Eggert, Fischer, Förster, Frobenius, Fuchs, Heinricke, Helmut, Knoblauch, Königsberger, Markuse, Paulsen, Planck, Quincke, Rheinert, Schwarz, Shumpff, Valentiner, Warburg, Wolf.

Vor seinem siebenten Semester ab

wohnte der Verfasser den Seminarübung
der Herren Professoren Bauschinger und
Förster bei, welchen er sich für ihre
oft erteilten gütigen Ratschläge zu
sonderem Danke verpflichtet fühlt.

Seite 2 von Wegeners handgeschriebenem Lebenslauf. ©HU-Berlin, Bl. 429v

Berlin, Ten 9. Juli 19¹⁴

431

Ich versichere an Eidesstatt,
daß ich meine Dissertation selbst
und ohne fremde Hülfe angefe-
tigt, und daß ich dieselbe eine
anderen Stelle zur Prüfung nicht
vorgelegt habe, ferner, daß sie
weiter ganz noch im Auszuge
veröffentlicht worden ist.

Alfred Wegener
cand. phil.

Philosophische Facultät.

Matr.-Buch No. 134

Decanats-Jahr 1903/4

Journal-No. 301

Meldung zur Promotionsprüfung.

Cand. phil. Alfred Wegener

meldet sich zur Promotionsprüfung im Fache der

Astronomie
Meteorologie
Physik

Dem lateinischen Gesuche ist beigelegt

Die lateinische vita.

Die schriftliche Versicherung des Candidaten, dass er die bezeichnete Dissertation selbst und ohne fremde Hülfe verfertigt, dass er sie noch keiner andern Stelle zur Beurtheilung vorgelegt und weder ganz noch im Auszuge bisher veröffentlicht hat.

Anmeldung zum Abgangszeugniss.

Das Zeugniss der Reife

Willenpfeiffer Epjmm Berlin (Mich. 99)

Die Nachweisung des akademischen Trienniums durch

Abg. 3. Univ. Berlin (Mich. 99 - Ostern 00) Heidelberg (Ostern 00 - Mich. 00)
Berlin (Mich. 00 - Ostern 01) Frankfurt (Ostern 01 - Mich. 01) Annab. Berl. (Mich. 01 - Ostern 02)

Die Dissertation, betitelt.

Untersuchungen über die astronomische Natur Alfons' X
in der Alfonsinischen Tafel.

(Bei Chemikern eventuell) Bescheinigung des Laboratoriumsvorstandes und Zeugniss über Verbands-Examen.

Ich ersuche die Herren Baumbach und Foerster um gefällige

Beurtheilung der Dissertation und Vorschlag eines geeigneten Prädikats für dieselbe.

Berlin den 9. Juli 1904

Der Decan der philosophischen Facultät,

Planck

Ich ersuche nunmehr meine geehrten Herren Collegen über umstehenden

Antrag auf Sagacitatis et industriae specimen laudabile

ertheilt abzustimmen.

Berlin den 12. 11. 1904

Der Decan der philosophischen Facultät,

Wimmer

Die vom Land. eingewertete Arbeit besteht
aus zwei Teilen. Der erste behandelt historische
und kritisch die auf Alfons von Tschirn-
Eurückzuführenen astronomischen Werke
über welche in den Geschichtsbüchern
Astronomie bisher nur vage und wie un-
terschiedlich auch großen Teils unrichtige
Angaben sich vorfinden. Verf. geht über
auf die - handschriftlichen und gedruckten
Quellen zurück und hatte mit nicht ge-
sprachlichen und schriftlichen Schreibern
zu ringen. Mit lobenswerthem Fleiß und ge-
nauer Kritik hat er diese überwunden und eine
ausgesprochene und wohlverknüpfte Darstellung
gegeben, die dem Geschichtswissenschaftler eine
Epochen gewiss von erheblichem Nutzen sein
wird. Der zweite Teil beschäftigt sich mit den
Hauptwerken, den Tafeln. Überaus zahlreiche
Angaben in astronomischen und geschichtlichen
Werken des Mittelalters beruhen auf
Tafeln und können nur durch Zurückgriffen
auf sie geprüft werden. Dies ist auch
den Astronomen mit nicht geringen Schwierig-
keiten verknüpft, da es sich erst mit der
ganzen Terminologie und Notationsweise
des Mittelalters vertraut machen muß. Ver-
f. hat sich daher mit der Uebersetzung der
Tafeln in eine moderne Form ein wesent-

432 125

Verkauft erworben Die Tafeln liegen jetzt
in einer Gestalt vor, daß jede un ohne
besonder Studien benutzen kann

Es genügt, wenn eines der beiden Teile
als Dissertation getauscht wird und ich möchte
lieber das zweite Teil, die Tafeln, vorschlagen.
Der eine wird in jeder nat. hist. Bibliothek
ganz Aufnahme finden.

Ich stelle den Antrag auf Zulassung
und schlage als Prädikat die Arbeit vor:
"Sagacitatis et industriae specimen laudabile".

Berlin den 27. Oktober 1904

Bauschling

Mit dem vorstehenden Urteil und Antrage bin ich
ganz einverstanden.

Westend d. 9/11

W. Jander

Sitzung der philosophischen Fakultät am 24^{ten} Nov 1904
Promotionsprüfung des Kandidaten Alfred Wegener
(Prädikat der Dissertation: *laudabile*)

Examinatoren: die Herren Bausdinger, Förster, v. Bezold, Dillig

Die Prüfung eröffnete Herr Bausdinger in Abschwung der
Kugelfisch. Versprochen wurden eine Methoden der
speziellen Lösungen ausführlich, als ein absolutes
Körnungskuriosum, mit Lusten auf ein
Bakterienbestimmung und Auszählung, rechnerisch.
Kandidat war in den meisten Teilen gut be-
wandert, die Kunst der Examen ein befriedigendes.
v. Bezold führte die Prüfung fort und sprach von der Bedeutung
der Sonnenstrahlung auf die allgemeinen Gesetze der
Jahresmittel und die Temperaturverhältnisse in der Luft und auf
der Erde. Die allgemeinen Gesetze der Polarregionen und die
der Tropenregionen. Die allgemeine Theorie der
Wetterverhältnisse in der Luft und auf der Erde.
Die allgemeine Theorie der Wetterverhältnisse in der Luft und auf der Erde.

Die allgemeine Theorie der Wetterverhältnisse in der Luft und auf der Erde.

Die allgemeine Theorie der Wetterverhältnisse in der Luft und auf der Erde.

PHILOSOPHISCHE FAKULTÄT.

Dekanats-Jahr 190 ^{3/4}

Abstimmung über das Promotionsgesuch des Kandidaten

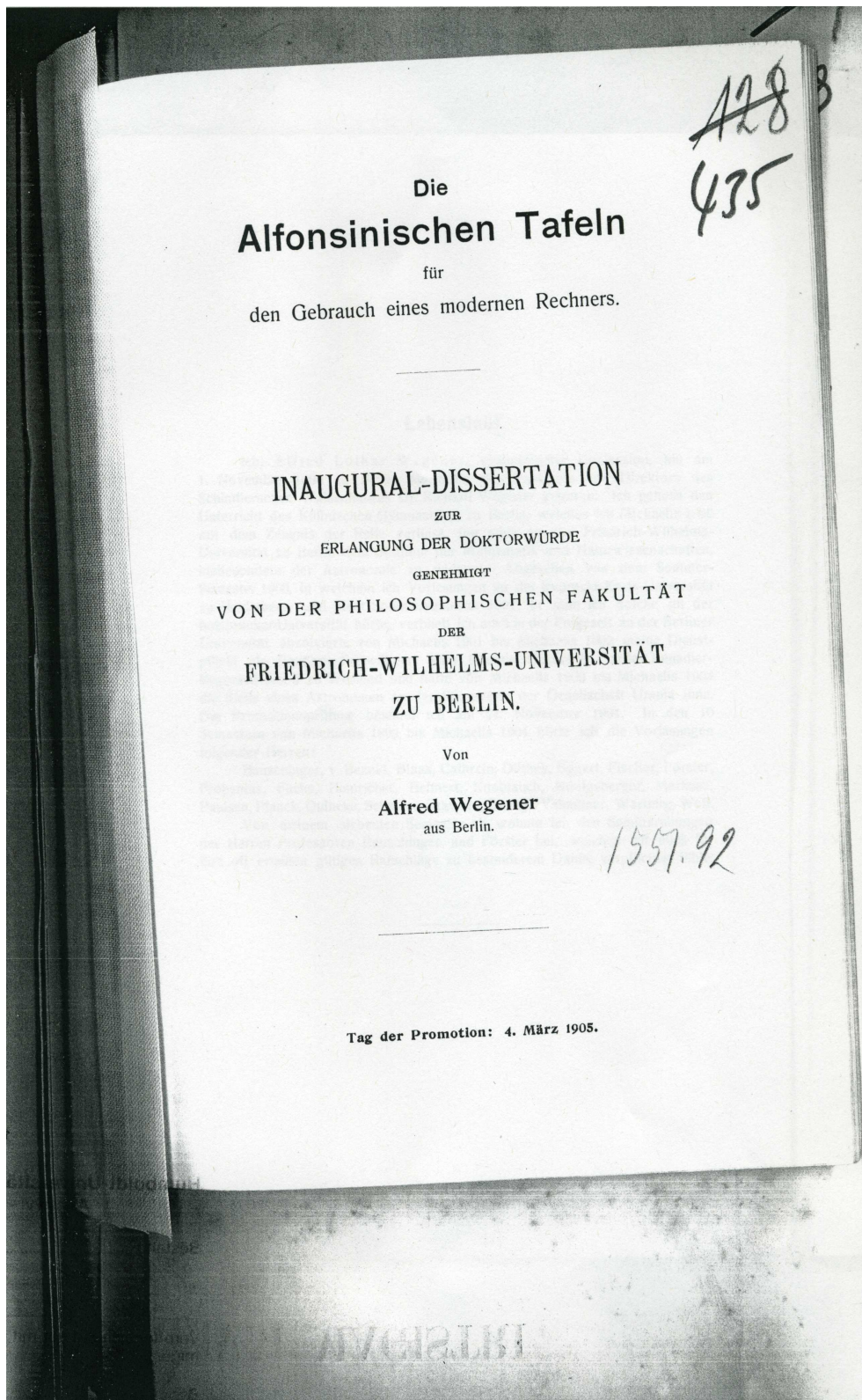
Antrag der Herren Referenten

auf

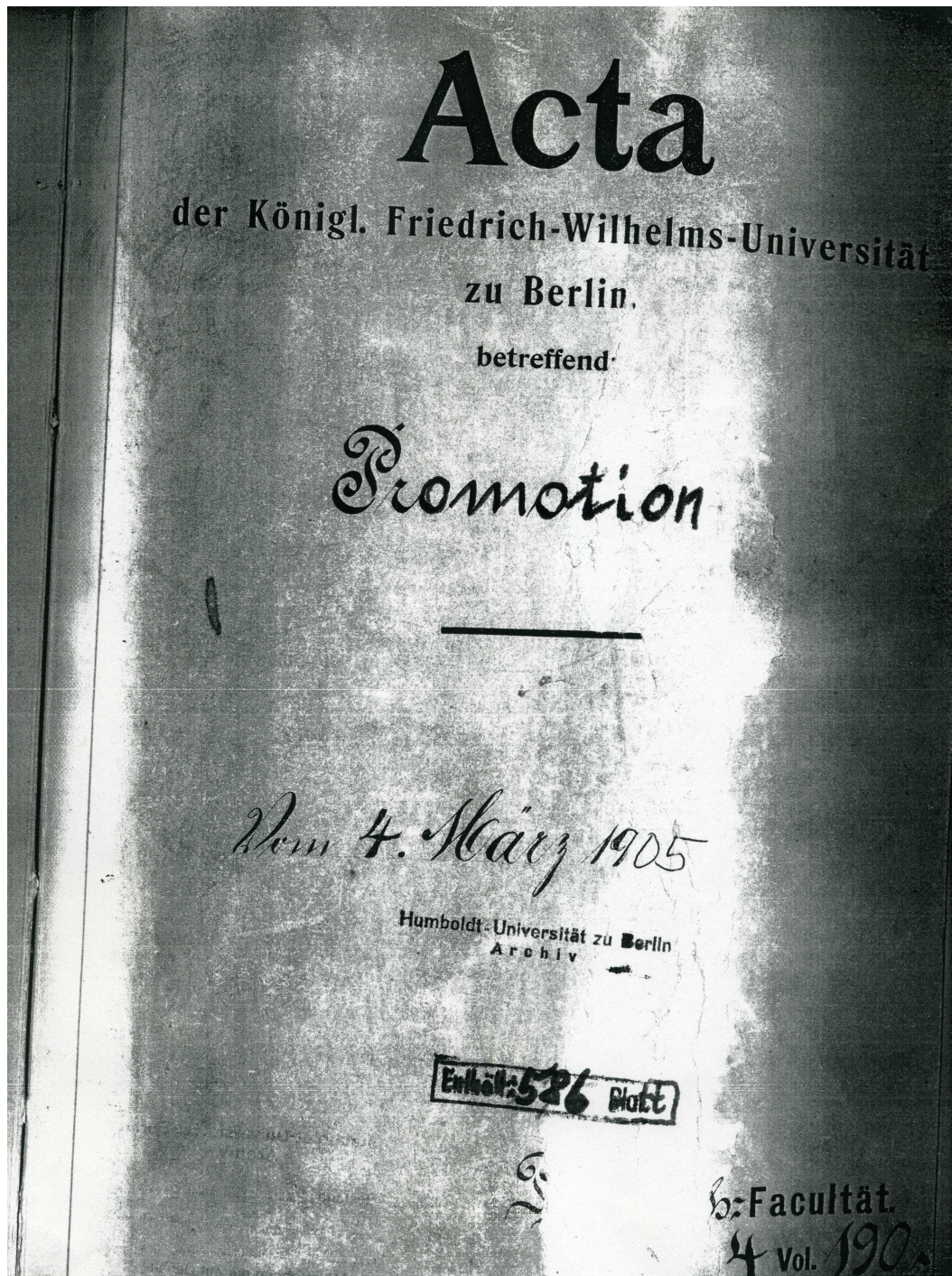
Zulassung mit dem Prädikate:

laudabile

Unterschrift.	Unterschrift.
(Bauschinger.)	Paulsen furs P
v. Bezold f.r. Bezold	Pischel ein v.
Branco Ein Dr.	Planck furs Planck
Brandl Ein Br.	v. Richthofen ein v.
Brückner furs Br.	Roethe ein R.
Delbrück . Del.	Sachau ein Sachau
Delitzsch furs Delitzsch	Schäfer furs Schäfer
Diels ein Diels	Schmidt ein Schmidt
Dilthey ein Dilthey	Schmoller furs Schmoller
Engler ein Engler	Schottky furs Schottky
Erman Ein Erman	E. Schulze furs Schulze
Fischer f	W. Schulze furs Schulze
(Foerster.)	Schwarz furs Schwarz
Frobenius furs Frobenius	Schwendener furs Schwendener
Helmert ein Helmert	Sering furs Sering
Hintze furs Hintze	Sieglin ein Sieglin
Hirschfeld ein Hirschfeld	Stumpf ein Stumpf
Kekule v. Stradonitz furs Kekule	Tangl ein Tangl
Kirchhoff ein Kirchhoff	Tobler ein Tobler
Klein ein Klein	Vahlen ein Vahlen
Kretschmar furs Kretschmar	Wagner furs Wagner
Landolt ein Landolt	Warburg ein Warburg
Lenz ein Lenz	v. Wilamowitz-Moellendorff ein v. Wilamowitz-Moellendorff
Meyer furs Meyer	Wölfflin ein Wölfflin
Moebius furs Moebius	Zimmer ein Zimmer
	Strodel ein Strodel



Titelblatt von Wegeners gedruckter Dissertation in der Promotionsakte.
©HU-Berlin, Bl. 435r



Titelblatt des umfangreichen Ordners,
in dem sich u.a. Wegeners Promotionsakte befindet. ©HU-Berlin

8 Das astronomische Jahrbuch für 1448 von Regiomontanus

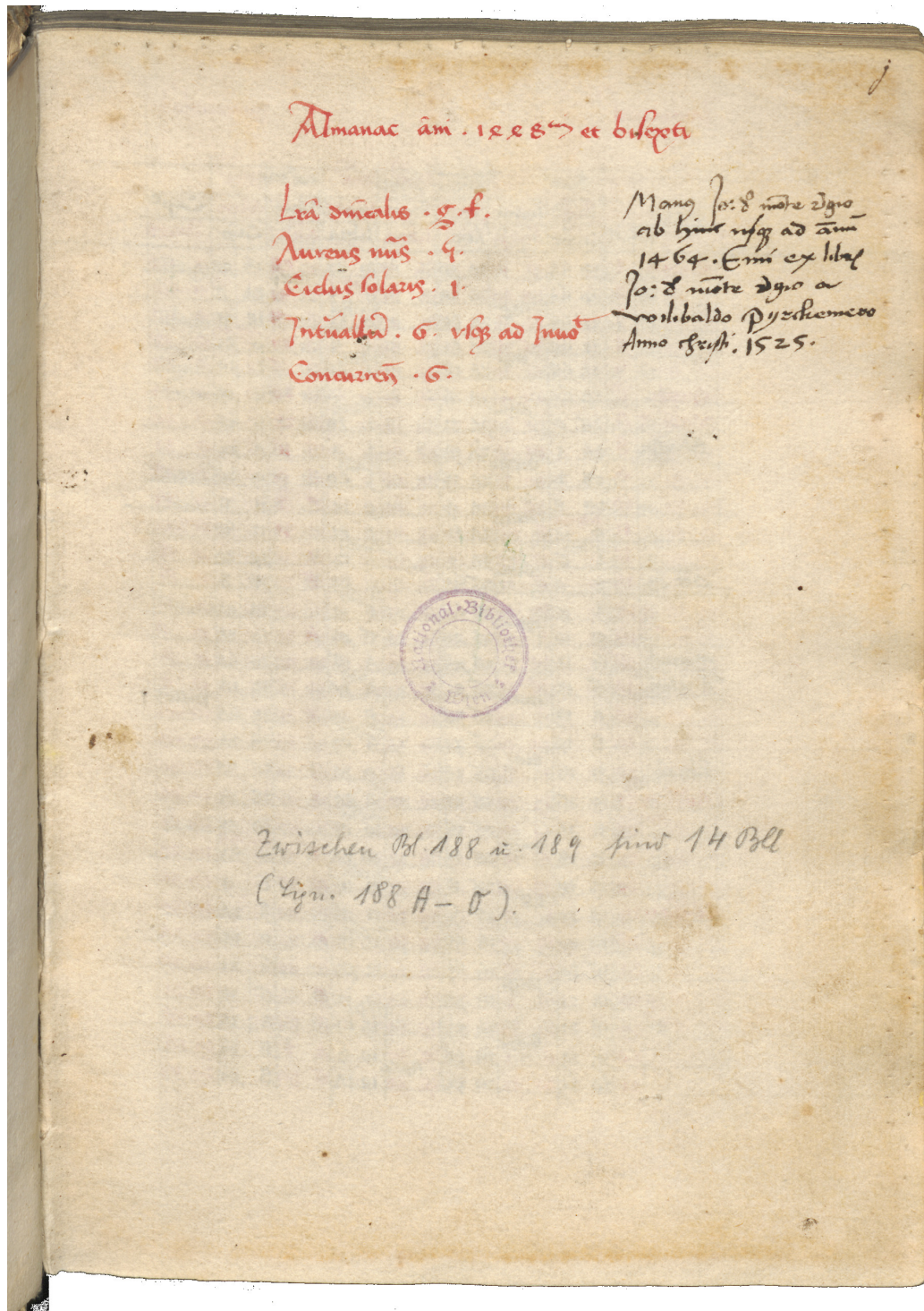
Wir geben in diesem Kapitel Scans des Jahrbuchs für 1448 von Regiomontanus wieder.

Die als Vorlage benutzte Handschrift befindet sich als Codex 4988 Han (Philosophische Sammelhandschrift) in der Österreichischen Nationalbibliothek (ÖNB) in Wien. Das Jahrbuch für 1448 befindet sich auf den Seiten 1r bis 12v des Codex.

Die Scans wurden von der Abteilung für Digitale Services der Österreichischen Nationalbibliothek hergestellt. Wir danken der Österreichischen Nationalbibliothek für die Genehmigung, diese Scans wiedergeben zu dürfen.

Eine Beschreibung und Auswertung der Ephemeriden in diesem Jahrbuch findet man in Kapitel 17.6 von R. und U. Wielen (2017a).

Nach Zinner (1968, S. 298) sind die Horoskop-Zeichnungen nachgetragen worden. Eine Beschreibung und teilweise Auswertung der Horoskop-Zeichnungen als Ephemeriden findet man in Kapitel 17.6.5 von R. und U. Wielen (2017a).



Vorblatt des AJReg für 1448 von Regiomontanus. © ÖNB Wien

Januarius

		Sol	luna	Sat ²	imp ²	ma ²	Ven ²	Mer ²	Cap ²	Ant ²
		Cap ²	Scor ²	Leo	Libra	Libra	Aqu ²	Cap ²	Ant ²	
Curia	1	19 43	12 13	21 20	23 9	29 32	18 28	24 20	0 42	
	2	20 42	21 26	31 31	23 12	0 31	18 21	21 17	0 40	
	3	21 41	12 21	32 23	19 0	32 18	28 28	42 0	21	
	4	22 40	26 28	21 31	23 22	1 41	18 21	0 21	0 20	
	5	23 48	11 10	21 28	23 29	1 36	18 30	2 30	0 20	
Epiph	6	24 49	24 42	21 24	23 32	2 11	18 30	2 12	0 31	
Vale	7	25 0	10 29	21 21	23 38	2 38	18 23	4 48	0 32	
Charid	8	21 1	24 21	21 11	23 42	3 9	18 16	1 22	0 31	
	9	28 2	10 11	21 13	23 46	3 20	18 9	2 20	0 28	
	10	29 2	22 44	21 9	23 40	4 12	18 2	11 11	0 24	
	11	0 4	8 40	21 4	23 43	4 22	18 31	12 40	0 22	
	12	1 6	22 48	21 1	23 46	4 12	18 0	12 29	0 18	
Det ep	13	2 1	6 11	26 41	23 49	4 23	18 29	16 8	0 14	
	14	3 8	19 22	26 43	23 52	5 12	18 41	11 21	0 11	
	15	4 10	1 28	26 29	23 54	5 24	18 32	19 21	0 1	
Harcel	16	4 11	12 13	26 24	23 58	6 1	18 24	20 41	0 2	
Anthon	17	5 12	26 6	26 21	23 51	6 11	18 15	22 21	0 0	
	18	1 13	1 48	26 36	23 44	7 18	18 6	23 41	29 41	
	19	8 12	19 26	31 22	11 8	29 13	38 24	21 29	43	
Librai	20	9 14	1 33	26 26	19 9	20 13	11 26	48 29	40	
Lo ^m	21	10 16	13 22	26 22	20 9	29 12	30 28	14 29	24	
	22	11 11	24 14	26 18	21 10	18 11	29 29	23 29	21	
	23	12 18	1 26	13 22	22 10	11 14	8 0	41 29	31	
	24	13 19	18 42	26 8	22 11	16 10	26 2	9 29	32	
Consiop	25	14 20	1 2	26 3	22 11	24 9	26 3	21 29	30	
	26	15 20	13 9	24 48	24 12	12 9	12 2	22 29	21	
	27	16 20	26 8	24 43	26 12	23 8	20 4	21 29	22	
	28	11 21	9 8	24 28	21 13	12 8	8 6	19 29	21	
	29	18 22	22 38	24 23	22 13	11 1	34 1	11 29	18	
	30	19 23	6 1	24 38	22 12	9 1	2 8	14 29	11	
	31	20 23	20 31	24 33	22 12	31 6	39 8	24 29	14	

februarius

		reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s	reg ^s
		Sol	luna	Sat ^r	Lup ^r	Mar ^r	Venus	Jovis	Sat ^r	Cap ^r	Cap ^r	Leo	Lib ^a	Scorpio	Aquarius	Pisces	Pisces
Brigide	1	21	23	4	2	24	28	30	14	4	6	14	9	14	29	12	
Punif ^o	2	22	24	10	44	24	22	29	14	33	4	41	9	24	29	9	
Blafy	3	23	24	2	28	24	18	24	10	1	4	21	10	16	29	6	
	4	24	26	10	30	24	15	24	10	29	4	3	10	21	29	3	
Agathe	5	24	26	2	13	24	8	24	10	41	2	44	10	42	28	49	
Dorothee	6	26	26	18	41	24	3	24	11	24	2	21	11	1	28	40	
	7	21	26	3	28	24	48	24	11	43	2	39	10	28	28	43	
	8	28	21	11	10	24	43	24	13	18	20	2	31	10	34	28	40
Appolle	9	29	28	1	11	24	26	24	18	21	2	23	10	21	28	21	
Stefan	10	28	28	12	24	24	22	24	19	13	2	20	9	20	28	23	
Edm ^{und}	11	28	21	30	24	31	24	18	19	39	2	18	8	49	28	20	
	12	28	16	21	24	32	24	16	20	4	2	18	8	18	28	31	
	13	28	23	16	24	21	24	12	20	31	2	18	1	31	28	32	
Vulcan	14	29	4	12	24	22	24	11	20	41	2	21	6	44	28	30	
	15	29	11	11	24	11	24	8	21	23	2	33	4	43	28	21	
	16	29	28	41	24	12	24	4	21	28	2	24	2	40	28	22	
	17	29	10	29	24	1	24	2	22	13	2	41	3	21	28	21	
	18	29	22	22	24	2	23	49	22	38	4	9	2	22	28	18	
	19	30	2	12	23	41	23	46	23	3	4	21	1	21	28	14	
	20	30	16	11	23	43	23	42	23	26	4	20	0	41	28	11	
	21	31	28	19	23	29	23	28	23	29	6	3	0	0	28	1	
Isidore	22	31	10	32	23	24	23	22	22	12	6	22	29	9	28	2	
	23	31	22	28	23	21	23	20	22	34	6	26	28	18	28	1	
	24	31	4	38	23	31	23	36	22	41	1	8	21	21	21	48	
Math	25	31	18	21	23	33	23	31	24	19	1	31	21	9	21	42	
	26	31	1	41	23	28	23	28	24	21	8	6	26	41	21	41	
	27	31	14	12	23	23	23	24	26	3	8	34	26	33	11	29	
	28	31	29	28	23	14	23	19	26	24	9	4	26	14	21	26	
	29	31	13	22	23	11	23	12	26	21	9	34	24	43	21	23	

Marz

		recco	recco	die	die	die	
	Sol	lun	Sat	Jup	Mars	Ven	Mer
	piscas	Cap	Leo	Libra	Scor	aqu	piscas
1	20	26	28	23	8	23	9
2	21	27	29	24	9	24	10
3	22	28	30	25	10	25	11
4	23	29	31	26	11	26	12
5	24	30		27	12	27	1
6	25	31		28	13	28	2
7	26			29	14	29	3
8	27			30	15	30	4
9	28			31	16	31	5
10	29				17		6
11	30				18		7
12	31				19		8
13					20		9
14					21		10
15					22		11
16					23		12
17					24		1
18					25		2
19					26		3
20					27		4
21					28		5
22					29		6
23					30		7
24					31		8
25							9
26							10
27							11
28							12
29							1
30							2
31							3

2v

Aprilis

		recto	recto	cec.	dir	dir
	Sol	luna	Sat	Jup	Mars	Venus
	Aries	Pisces	Leo	Libra	Scorpio	Pisces
1	20	43	22	21	33	19
2	21	41	20	21	32	28
3	22	40	19	21	31	20
4	23	39	18	21	30	12
5	24	38	17	21	29	10
6	25	37	16	21	28	18
7	26	36	15	21	27	26
8	27	35	14	21	26	34
9	28	34	13	21	25	42
10	29	33	12	21	24	50
11	30	32	11	21	23	58
12	1	31	10	21	22	66
13	2	30	9	21	21	74
14	3	29	8	21	20	82
15	4	28	7	21	19	90
16	5	27	6	21	18	98
17	6	26	5	21	17	106
18	7	25	4	21	16	114
19	8	24	3	21	15	122
20	9	23	2	21	14	130
21	10	22	1	21	13	138
22	11	21	0	21	12	146
23	12	20	31	21	11	154
24	13	19	30	21	10	162
25	14	18	29	21	9	170
26	15	17	28	21	8	178
27	16	16	27	21	7	186
28	17	15	26	21	6	194
29	18	14	25	21	5	202
30	19	13	24	21	4	210

Sol.	lun.	Sat.	sup.	an.	ver.	an.	Cap.
thau.	leo	libra	sag.	an.	gem.	pr.	sc.
1	19	40	29	28	21	31	16
2	20	21	14	49	0	34	1
3	21	26	13	21	21	14	43
4	22	23	8	42	21	14	29
5	23	20	21	22	14	21	29
6	24	30	16	2	21	29	14
7	25	31	16	2	21	29	14
8	26	31	28	9	21	41	14
9	27	30	10	9	21	42	14
10	28	21	22	26	21	42	14
11	29	22	4	22	1	14	11
12	30	21	11	22	1	14	11
13	1	29	44	22	1	14	11
14	2	11	12	21	10	14	2
15	3	19	22	28	13	12	19
16	4	11	11	20	16	12	19
17	5	20	40	22	19	12	44
18	6	1	2	21	22	12	44
19	7	11	43	22	24	12	44
20	8	0	2	22	28	12	44
21	9	11	16	16	22	12	44
22	10	9	12	1	22	12	44
23	11	10	14	12	20	12	44
24	12	11	14	12	20	12	44
25	13	12	14	12	20	12	44
26	14	13	14	12	20	12	44
27	15	14	13	12	20	12	44
28	16	15	13	12	20	12	44
29	17	16	13	12	20	12	44
30	18	17	13	12	20	12	44
31	19	18	13	12	20	12	44

7

Sol luna sat iup d a n s r e 9 m d g caput											
Gem Gemin leo libra scori tauri cano pifto											
1	19	29	11	42	23	19	12	33	21	11	30
2	20	21	0	26	23	29	12	33	20	40	12
3	21	19	12	32	23	29	12	33	20	24	13
4	22	16	29	39	23	32	12	33	20	39	14
5	23	13	6	24	23	39	12	33	20	3	16
6	24	10	18	11	23	29	12	33	20	12	17
7	24	1	0	25	23	29	12	33	20	1	18
8	26	2	12	19	23	42	12	33	19	40	19
9	27	1	22	40	23	49	12	33	16	26	20
10	27	48	1	30	23	2	12	33	19	22	21
11	28	44	20	13	24	9	12	33	19	38	21
12	29	42	2	41	24	12	12	33	19	32	22
13	30	29	16	10	24	19	12	33	19	30	24
14	31	26	29	22	24	12	26	19	30	26	25
15	32	23	2	29	24	12	23	19	30	21	26
16	33	20	26	46	24	31	12	40	19	31	28
17	34	17	31	11	24	12	41	19	32	28	29
18	35	14	37	24	26	29	12	49	19	37	1
19	36	11	43	29	29	49	12	41	19	32	2
20	37	8	49	22	24	1	12	49	26	3	3
21	38	5	55	15	24	1	12	49	26	3	4
22	39	2	61	8	24	1	12	49	26	3	5
23	40	29	67	1	24	1	12	49	26	3	6
24	41	26	73	24	24	1	12	49	26	3	7
25	42	23	79	31	24	1	12	49	26	3	8
26	43	20	85	38	24	1	12	49	26	3	9
27	44	17	91	45	24	1	12	49	26	3	10
28	45	14	97	52	24	1	12	49	26	3	11
29	46	11	103	59	24	1	12	49	26	3	12
30	47	8	109	66	24	1	12	49	26	3	13

Julius

	Sol.	luna	Sat.	Jup.	Mars	Venus	Aries	Caput
	Can.	Can.	Leo	Libra	Scor.	Gem.	Gem.	Pisces
1.	11	44	21	20	16	11	14	21
2.	18	49	22	26	18	14	21	14
3.	19	40	14	11	26	24	14	41
4.	21	28	8	38	26	39	16	1
5.	22	21	20	14	26	26	13	22
6.	23	38	2	34	26	43	16	19
7.	24	34	12	42	21	0	16	24
8.	24	32	21	41	21	0	16	31
9.	26	19	10	40	21	13	16	31
10.	21	26	22	12	21	20	16	39
11.	28	23	1	39	21	16	41	23
12.	29	21	21	39	21	16	41	23
13.	0	18	4	22	21	25	11	4
14.	1	14	20	12	21	20	11	22
15.	2	12	8	21	21	44	11	19
16.	3	10	19	28	28	2	11	26
17.	4	9	10	11	28	16	11	26
18.	5	8	2	1	28	23	11	26
19.	6	49	18	22	28	20	11	26
20.	7	41	2	31	28	11	18	4
21.	8	44	14	44	28	18	13	28
22.	9	42	29	13	28	41	18	21
23.	10	29	11	42	28	49	18	29
24.	11	26	22	31	29	16	29	16
25.	12	22	32	29	14	18	26	46
26.	13	22	18	33	29	13	18	28
27.	14	20	12	18	29	31	19	13
28.	15	20	12	18	29	31	19	13
29.	16	39	29	9	29	24	11	26
30.	17	36	12	18	29	31	19	13
31.	18	39	29	9	29	24	11	26

Augustus

	Sol.	luna	Sage	lup	Janus	ven	an?	Caput
	leo	sgo	leo	libra	Sage	Can	leo	pytes
1	11	32	6	0	29	13	19	31
2	18	30	11	23	0	1	19	20
3	19	21	29	21	0	9	19	29
4	20	22	11	24	0	11	19	28
5	21	22	23	24	0	24	20	11
6	22	20	6	0	33	20	11	20
7	23	18	18	40	0	21	20	21
8	24	16	2	18	0	28	20	31
9	24	14	14	39	0	44	20	21
10	25	12	29	41	1	3	20	41
11	21	10	18	6	1	11	21	11
12	28	8	28	41	1	19	21	11
13	29	6	13	36	1	21	21	8
14	0	2	28	21	1	34	21	8
15	1	2	13	6	1	23	21	21
16	2	0	21	21	1	41	21	48
17	2	48	12	29	1	49	22	9
18	3	46	26	26	2	6	22	11
19	4	42	11	3	2	13	22	31
20	4	42	22	31	2	22	22	12
21	6	41	8	0	2	29	22	43
22	1	40	20	49	2	31	23	8
23	8	28	3	28	2	24	23	14
24	9	26	14	41	2	43	23	26
25	10	22	21	46	3	1	23	31
26	11	22	9	31	3	9	23	29
27	12	21	21	18	3	11	23	14
28	13	39	3	9	3	22	24	11
29	14	36	26	42	3	38	24	18
30	16	34	8	21	3	24	24	19
31	16	34	8	21	3	24	24	19

Septemb

	Col	luna	Sat	Jup	Mars	Venus	Mer	Caput
	luna	Sat	Jup	Mars	Venus	Mer	Caput	
	luna	Sat	Jup	Mars	Venus	Mer	Caput	
f. Egidij	1. 1N 32 21 2 3 42 24 1 19 21 1 23 1 1 1N 42							
	2. 18 32 3 22 2 0 24 13 20 19 2 36 8 24 1N 41							
	3. 19 31 14 39 2 8 24 26 20 4N 3 29 9 29 1N 28							
	4. 20 30 21 41 2 16 24 39 21 34 4 3 11 13 1N 28							
	5. 21 29 11 20 2 28 24 42 22 13 6 1N 12 3A 1N 22							
	6. 22 28 22 23 2 32 26 4 22 41 1 31 12 2 1N 39							
	7. 23 26 8 29 2 39 26 1N 23 30 8 24 14 16 1N 36							
f. Natus	8. 24 24 22 32 2 26 26 29 22 10 9 49 16 30 1N 33							
	9. 24 24 1 28 2 43 26 21 22 40 11 13 1N 22 1N 30							
	10. 26 23 22 30 4 0 26 43 24 30 12 2A 18 48 1N 2A							
	11. 2A 2 1 28 4 1 2A 4 26 10 13 22 20 12 1A 23							
	12. 28 21 22 4 4 12 2A 1N 26 40 12 46 21 9 1N 20							
	13. 29 20 6 32 4 21 2A 29 2A 30 16 10 22 1A 1N							
ancl	14. 0 19 21 1 4 28 2A 28 28 10 1N 22 23 4 1A 12							
f	15. 1 18 4 6 4 24 2A 41 28 40 18 38 22 3 1N 11							
	16. 2 1A 19 11 4 23 28 2 29 30 19 42 24 1 1N 8							
Lampy	17. 3 16 2 33 4 29 28 14 0 11 21 6 24 20 1N 2							
	18. 2 14 14 44 4 46 28 28 0 42 22 20 26 19 1N 1							
	19. 4 12 28 43 3 28 21 1 33 23 32 26 48 16 48							
	20. 6 12 11 41 6 10 28 42 2 12 22 29 2A 3N 16 44							
Mathi	21. 1 12 22 21 6 1N 29 1 2 44 26 2 28 16 16 42							
f	22. 8 13 6 42 6 22 29 20 3 36 2A 18 28 31 16 28							
	23. 9 12 18 3A 6 31 29 33 2 1N 28 32 28 26 16 24							
Thyph	24. 10 11 0 21 6 38 29 24 2 48 28 2A 29 1 16 22							
	25. 11 11 12 2 6 24 29 4N 4 39 1 2 29 14 16 39							
	26. 12 11 23 28 6 42 0 9 6 21 2 1N 29 29 16 36							
	27. 13 10 4 42 0 48 0 22 1 2 3 31 29 18 16 32							
	28. 12 9 1A 46 1 2 0 34 1 23 2 26 29 1 16 29							
f. Natus	29. 14 9 0 24 1 10 0 28 2 24 6 1 28 16 16 26							
Therom	30. 16 9 12 22 1 16 1 19 1 1 10 28 24 16 23							

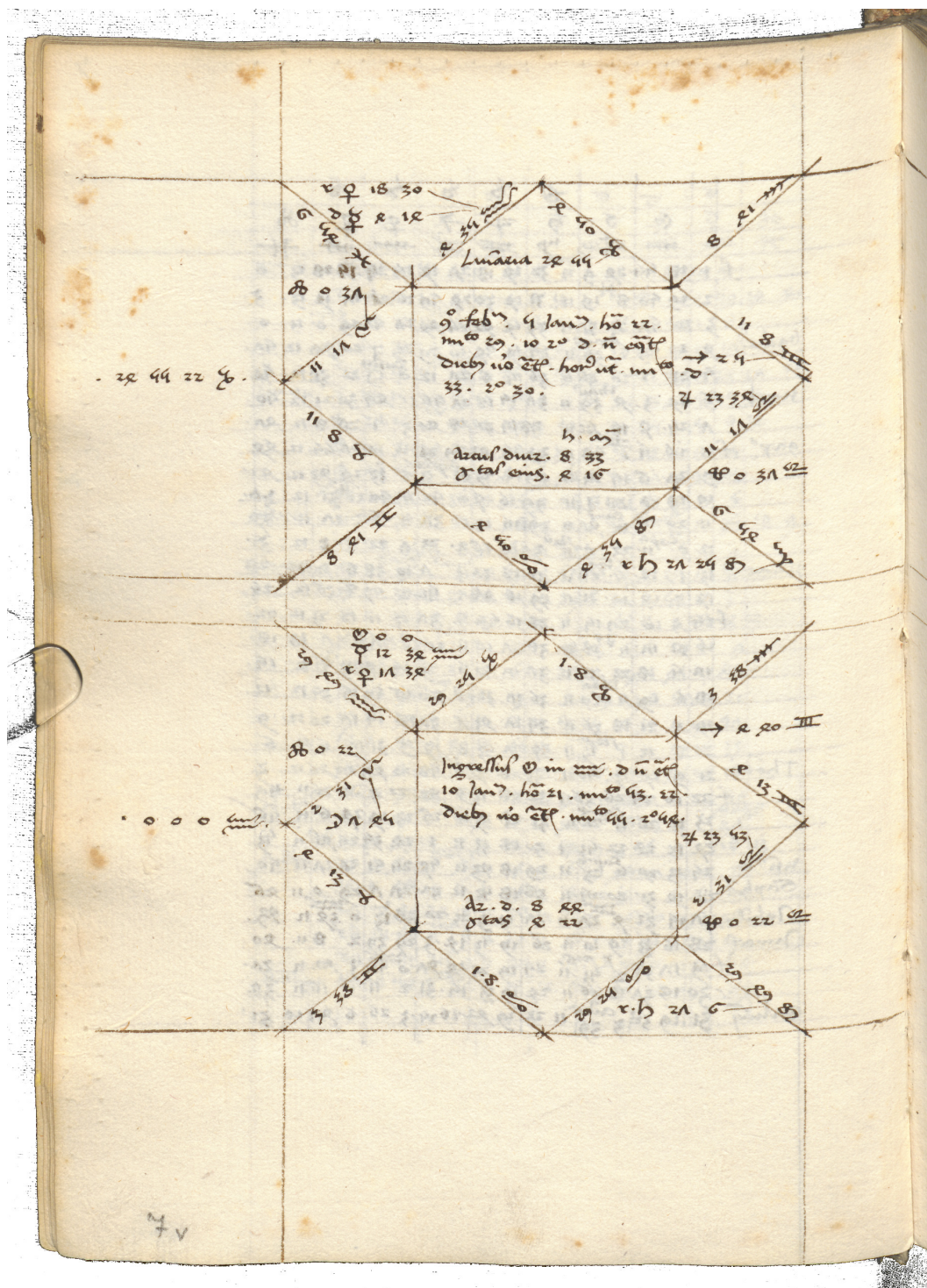
October 6

		Sol	huma	Bar	sup	mar	veg	hica	Caput
		libra	scor	virgo	scor	capr	libra	libra	poyses
Remig	1	11	9	24	11	11	12	12	9
	2	18	9	11	40	1	28	1	21
	3	19	9	21	13	1	34	1	20
femafu	4	20	9	2	30	1	22	1	44
	5	21	9	18	11	1	29	2	6
f	6	22	9	1	41	1	46	2	13
	7	23	9	10	38	8	2	2	32
	8	24	9	1	18	8	8	2	24
	9	24	9	16	14	8	12	48	14
	10	26	9	1	13	8	20	3	11
	11	21	9	14	32	8	26	3	20
	12	28	9	29	41	8	32	3	31
f Coloma	13	29	9	13	38	8	38	3	40
Calyp	14	1	10	10	39	8	28	2	19
Ball	15	1	10	10	39	8	28	2	19
	16	2	11	23	43	8	43	2	30
	17	3	11	6	37	8	49	2	23
Luc	18	4	11	19	13	9	4	2	46
	19	4	11	1	42	9	10	4	9
f	20	6	12	12	31	9	14	4	22
nooov	21	1	13	26	24	9	20	4	34
	22	8	13	8	49	9	24	4	28
	23	9	13	20	24	9	30	5	1
	24	10	12	2	31	9	34	6	14
	25	11	14	12	38	9	20	6	29
	26	12	16	26	26	9	24	6	23
f	27	13	16	9	18	9	40	6	46
Smidg	28	12	11	21	40	9	42	11	9
	29	14	11	8	31	9	48	11	22
	30	16	18	11	22	10	2	11	34
	31	11	19	1	24	10	6	11	28

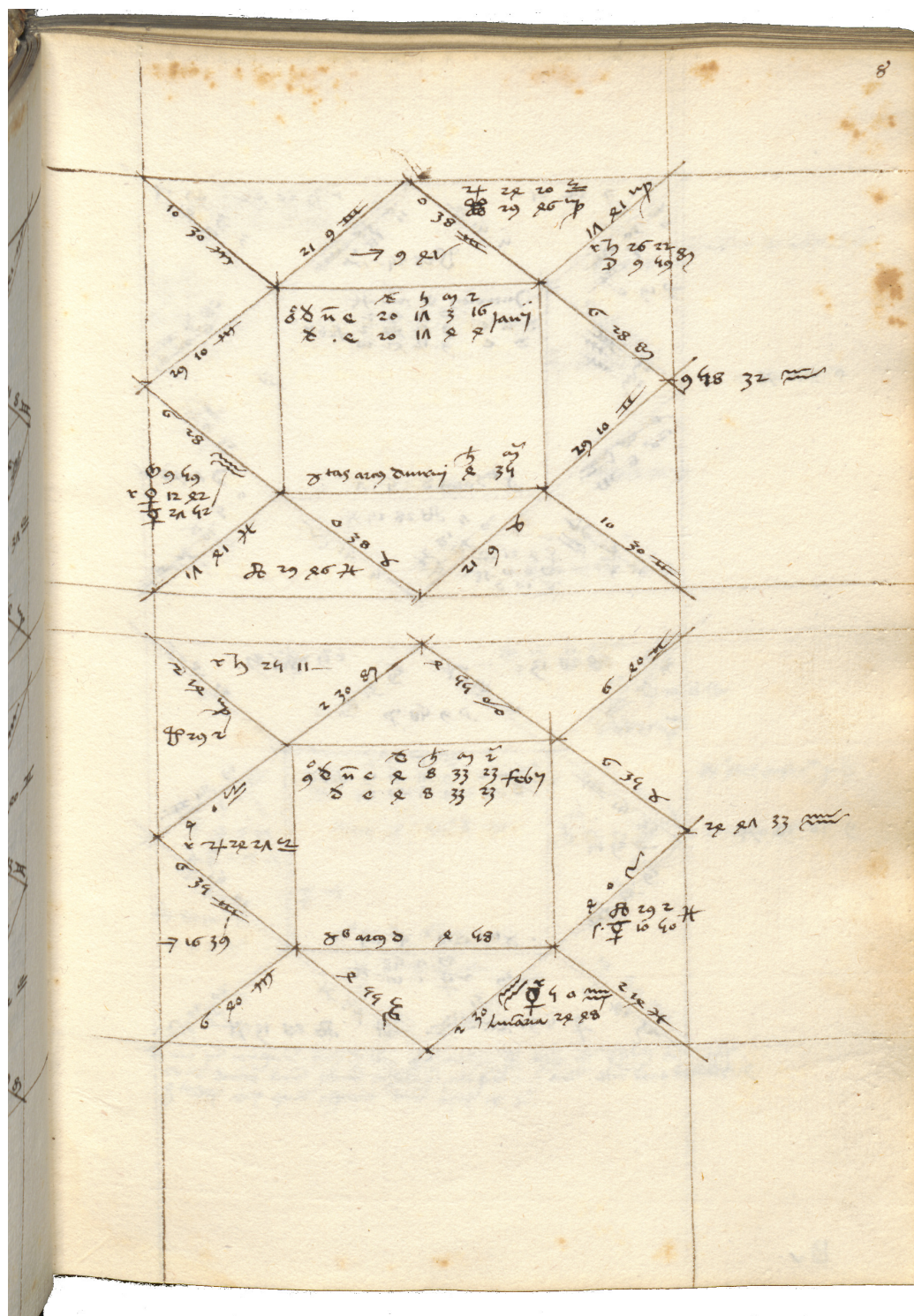
[illegible]

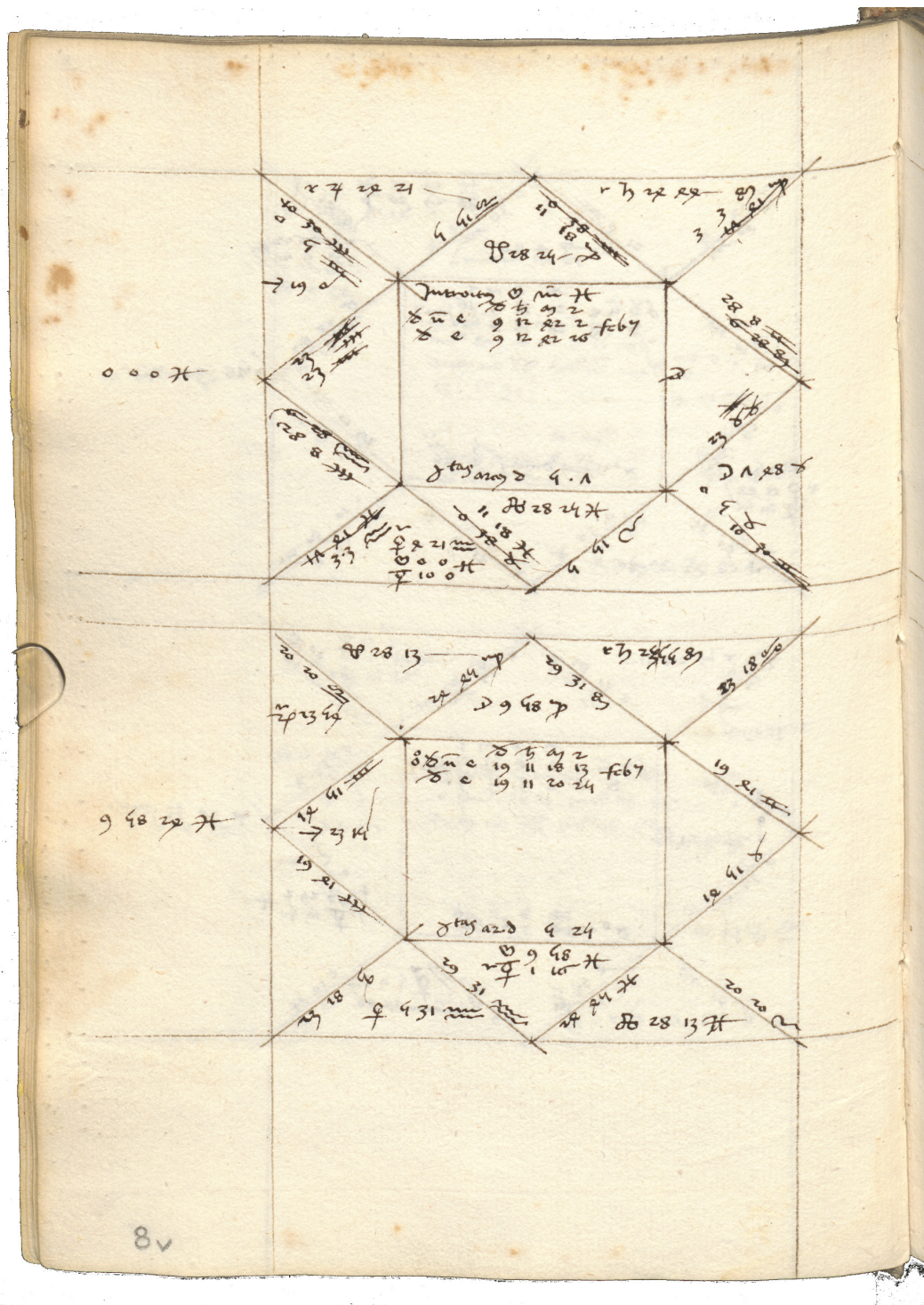
7

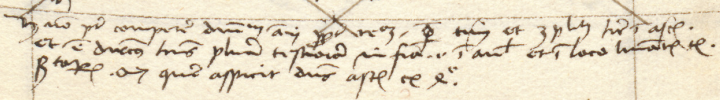
	♈	♉	♊	♋	♌	♍	♎	♏	♐
f 1	18	44	20	9	11	32	19	18	24
2	19	46	8	19	11	33	19	30	29
3	20	47	22	37	11	34	19	32	24
baubad	21	49	6	36	11	35	19	34	29
4	23	1	20	30	11	36	14	6	21
mol	6	29	3	2	39	11	37	14	18
1	24	2	18	22	11	38	14	30	28
grop	26	4	1	48	11	39	14	32	29
2	27	6	14	14	11	40	14	34	31
3	28	8	28	1	11	41	16	40	1
4	29	10	10	20	11	42	16	42	3
lunc	30	12	23	1	11	43	16	44	5
1	31	14	4	28	11	44	16	46	7
2	32	16	17	11	11	45	16	48	9
3	33	18	30	11	11	46	16	50	11
4	34	20	12	11	11	47	16	52	13
5	35	22	25	11	11	48	16	54	15
6	36	24	8	11	11	49	16	56	17
7	37	26	21	11	11	50	16	58	19
8	38	28	4	11	11	51	16	60	21
9	39	30	17	11	11	52	16	62	23
10	40	32	30	11	11	53	16	64	25
11	41	34	13	11	11	54	16	66	27
12	42	36	26	11	11	55	16	68	29
13	43	38	9	11	11	56	16	70	31
14	44	40	22	11	11	57	16	72	33
15	45	42	5	11	11	58	16	74	35
16	46	44	18	11	11	59	16	76	37
17	47	46	31	11	11	60	16	78	39
18	48	48	14	11	11	61	16	80	41
19	49	50	27	11	11	62	16	82	43
20	50	52	10	11	11	63	16	84	45
21	51	54	23	11	11	64	16	86	47
22	52	56	6	11	11	65	16	88	49
23	53	58	19	11	11	66	16	90	51
24	54	60	32	11	11	67	16	92	53
25	55	62	15	11	11	68	16	94	55
26	56	64	28	11	11	69	16	96	57
27	57	66	11	11	11	70	16	98	59
28	58	68	24	11	11	71	16	100	61
29	59	70	7	11	11	72	16	102	63
30	60	72	20	11	11	73	16	104	65
31	61	74	3	11	11	74	16	106	67

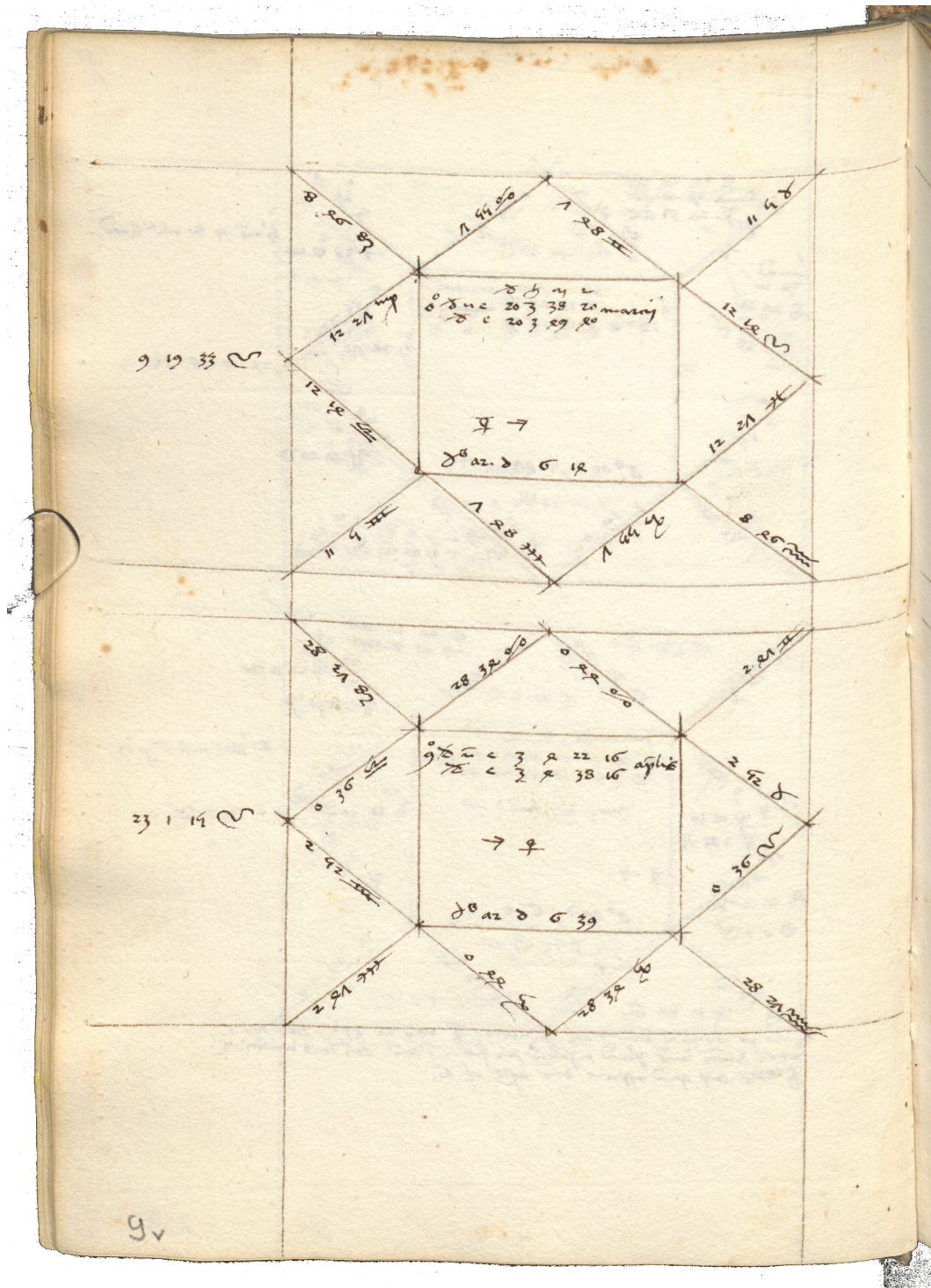


Horoskop-Zeichnungen. © ÖNB Wien

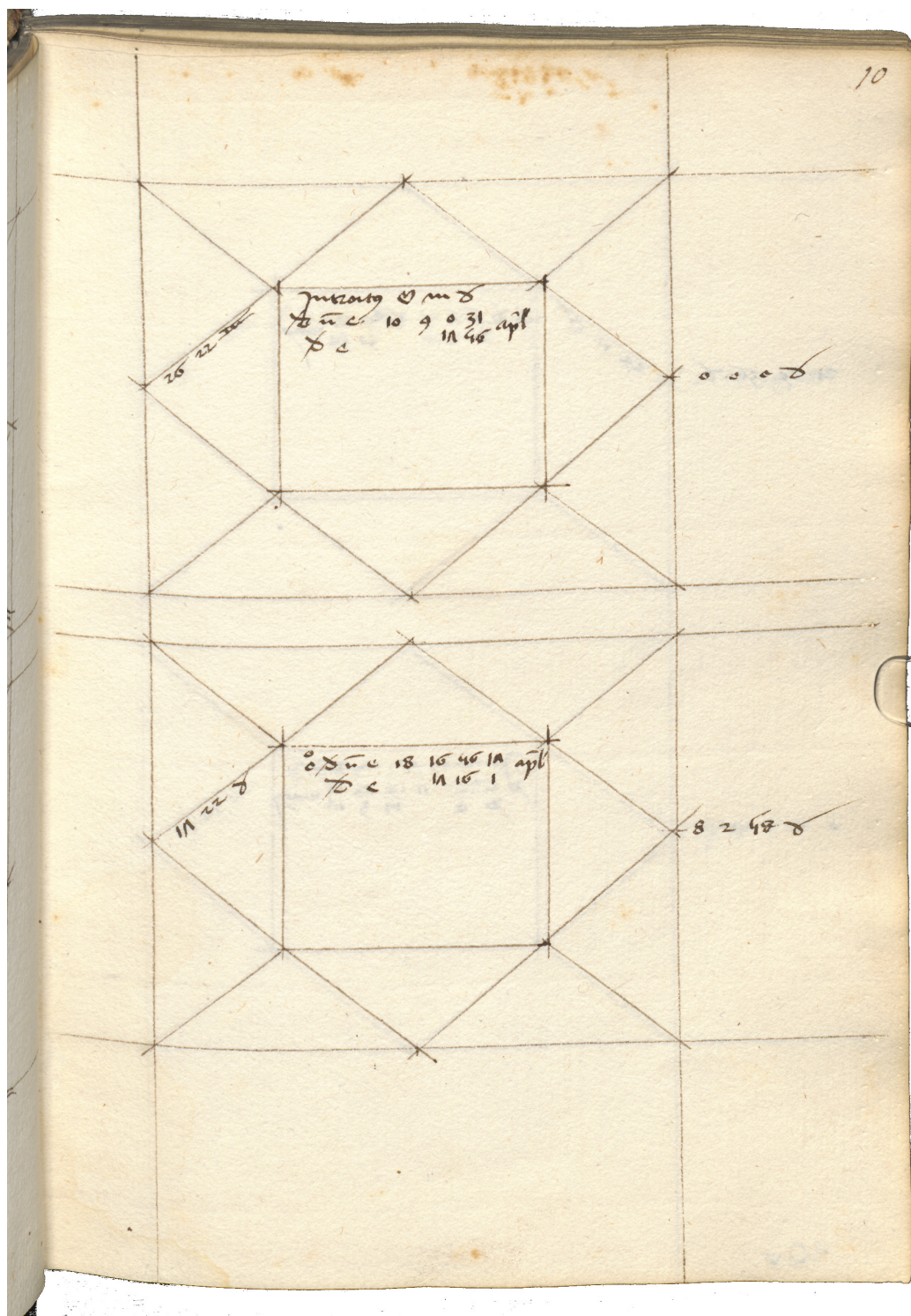


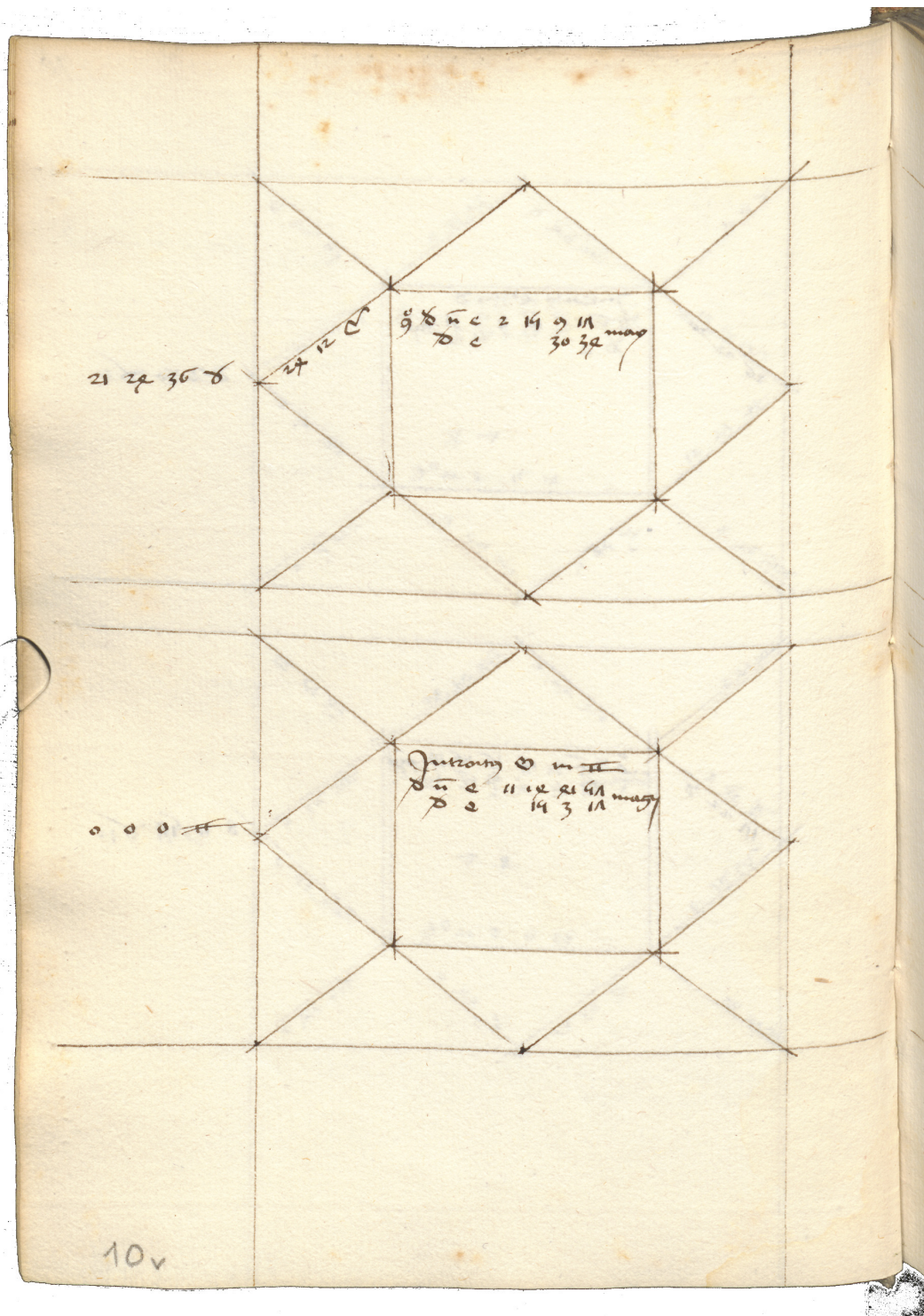


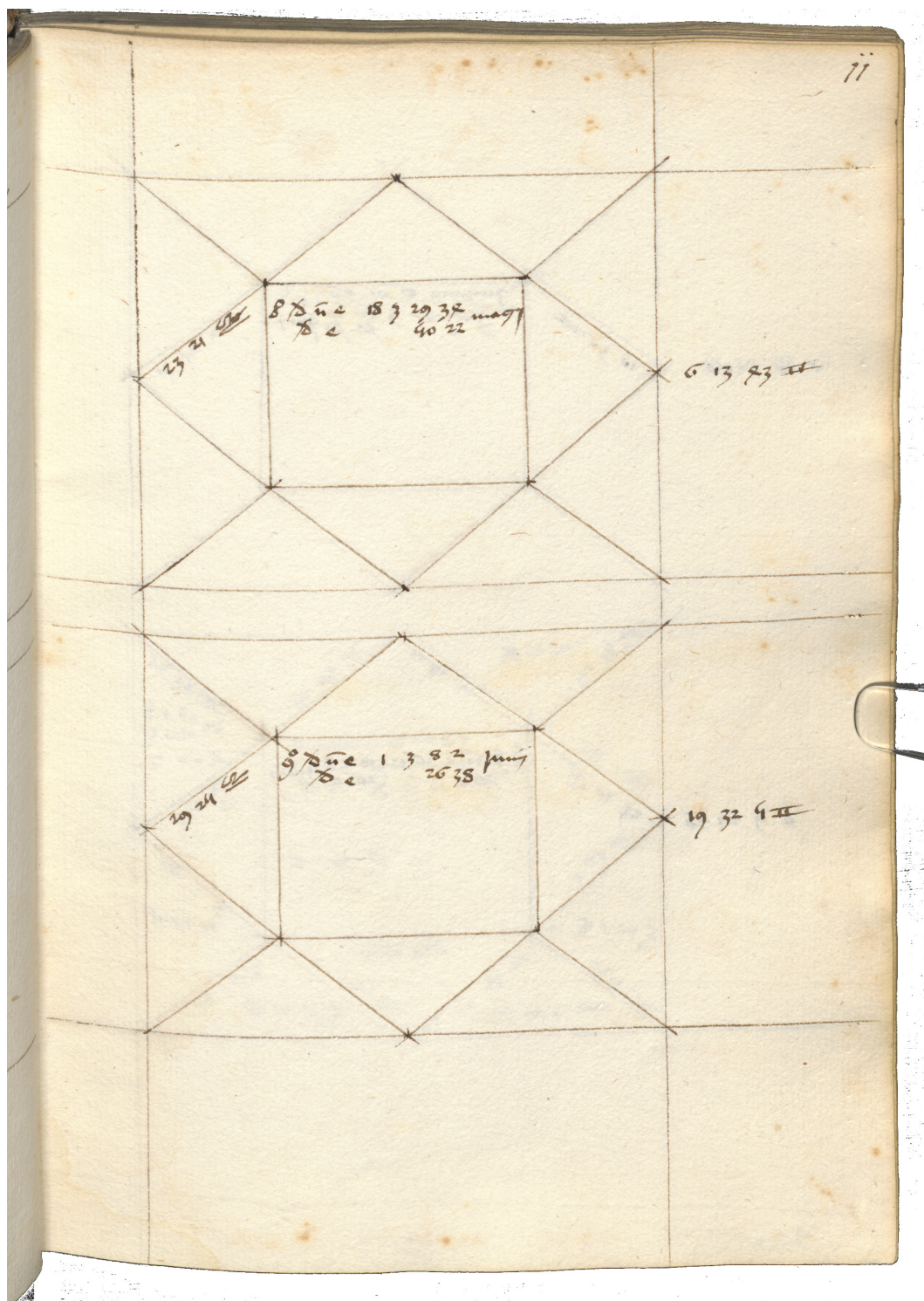




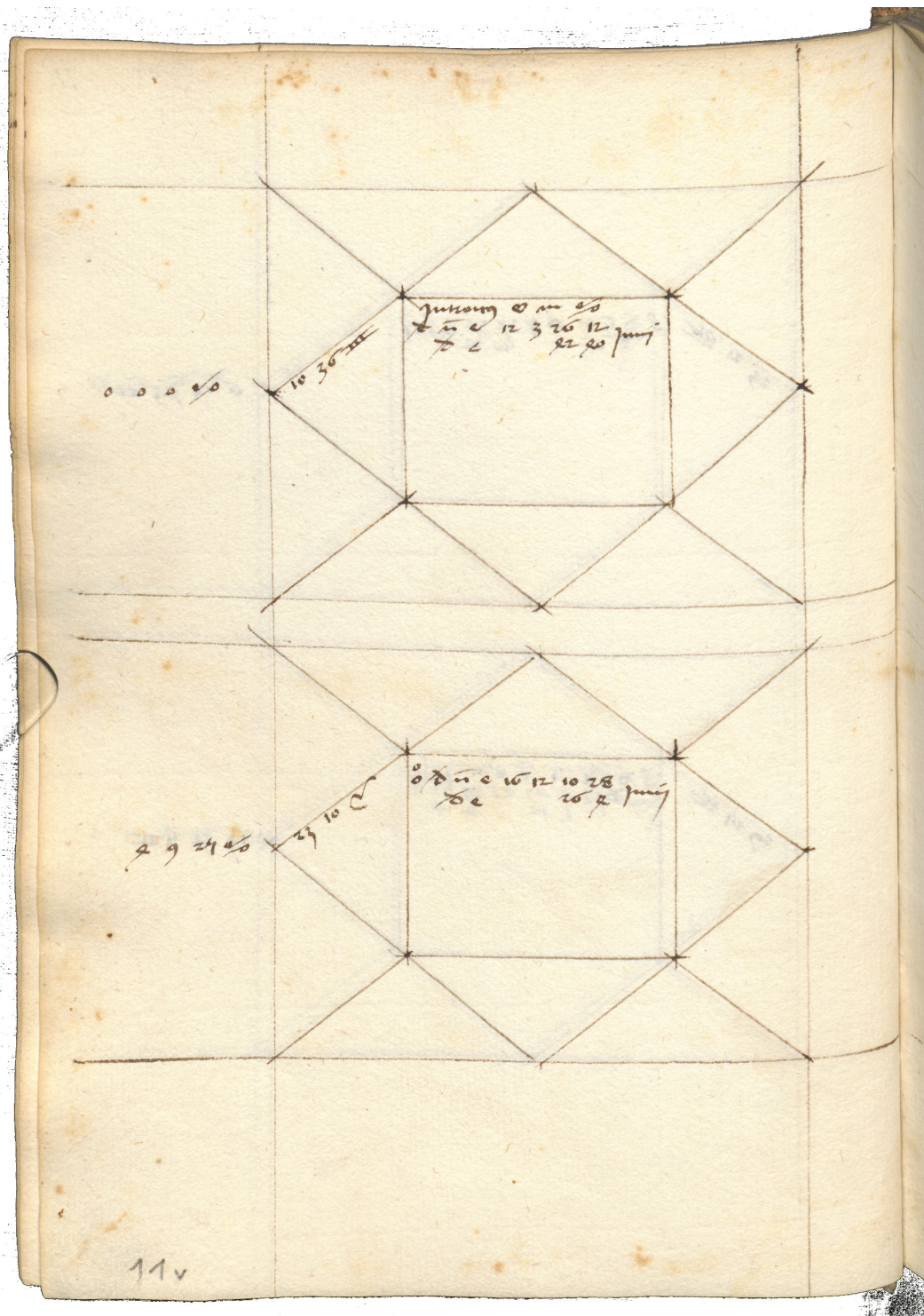
Horoskop-Zeichnungen. © ÖNB Wien



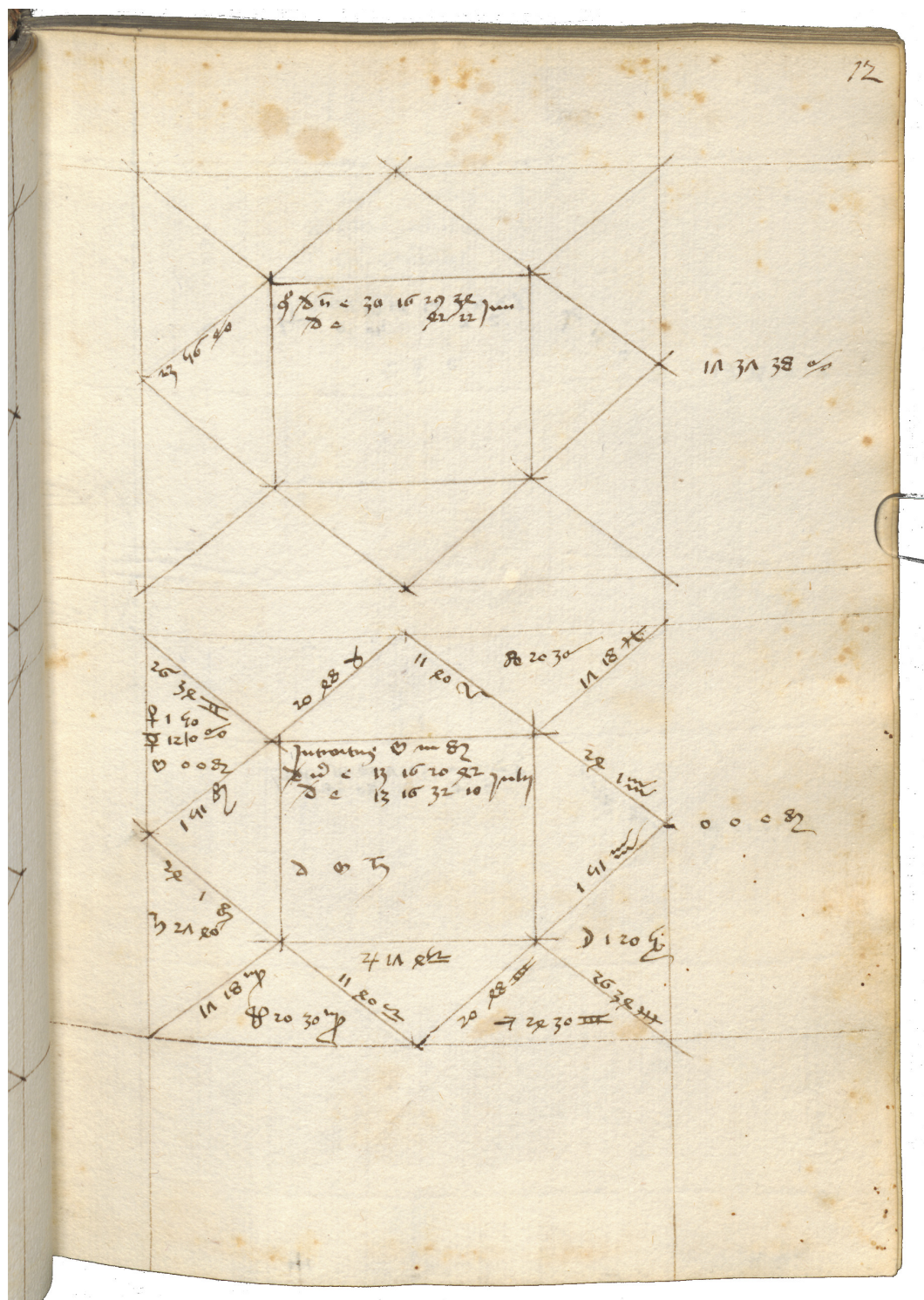




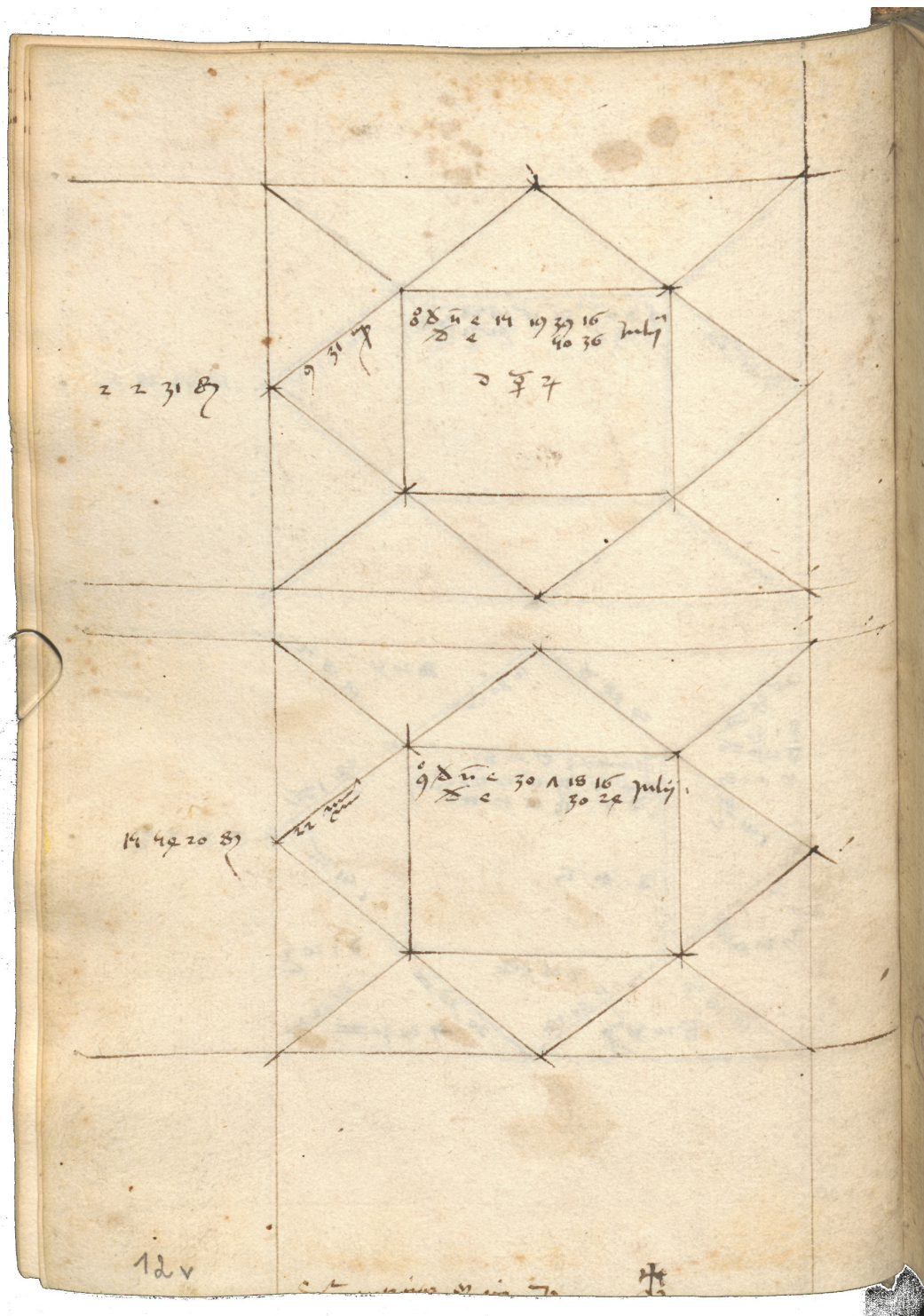
Horoskop-Zeichnungen. © ÖNB Wien



Horoskop-Zeichnungen. © ÖNB Wien



Horoskop-Zeichnungen. © ÖNB Wien



9 Über die Autoren

Prof. Dr. Roland Wielen wurde in Berlin-Lichterfelde-West geboren. Nach Tätigkeiten in Berlin, Heidelberg, Nizza und Hamburg war er von 1978 bis 1985 ordentlicher Professor für Astronomie und Astrophysik der Technischen Universität Berlin. Er war seit 1979 auch für die Lehre in Astronomie an der Freien Universität Berlin zuständig, an der er sein Studium begonnen hatte. 1985 nahm er den Ruf auf das Ordinariat für Theoretische Astronomie an der Universität Heidelberg an und wurde zugleich Direktor des Astronomischen Rechen-Instituts in Heidelberg. Seit 2004 ist er emeritiert. Weitere biographische Angaben über ihn findet man im Heidelberger Gelehrtenlexikon (Drüll, 2009, S. 669-670). Siehe auch Wielen (2017c). Mit der Geschichte des Astronomischen Rechen-Instituts beschäftigt er sich seit seinem Eintritt in das Institut als wissenschaftlicher Mitarbeiter am 1. Juli 1963, wobei ihm die Berliner Zeit des Instituts und die Übersiedlung des Instituts von Berlin über Sermuth nach Heidelberg besonders interessant erscheinen. Die IAU hat den Kleinen Planeten (4548) Wielen nach ihm benannt.

Ute Wielen wurde in Berlin-Lichterfelde-West geboren und wohnt mit ihrem Ehemann R.W. in Eberbach am Neckar in der Nähe von Heidelberg. Sie studierte Physik und Mathematik in Potsdam. Aus politischen Gründen durfte sie aber ihr Studium nicht beenden. Bis 1959 arbeitete sie als Wissenschaftlich-technische Assistentin an der Sternwarte Babelsberg, die in der Nachfolge der Berliner Sternwarte steht. Später war sie als Programmiererin am Institut für Theoretische Physik der Freien Universität Berlin im Bereich Astronomie und am Institut für Theoretische Astrophysik der Universität Heidelberg tätig. Ihren Ehemann R.W. hat sie über fünfzig Jahre lang bei seinen astronomischen Forschungen stets intensiv unterstützt. Die Internationale Astronomische Union (IAU) hat den Kleinen Planeten (48492) Utewielen nach ihr benannt. R.W. und U.W. gehören damit zu den relativ wenigen Ehepaaren, bei denen beide einen eigenen Kleinen Planeten „besitzen“.